

複合性による閾値近傍 エキゾチックハドロンの内部構造の解析



T. Kinugawa and T. Hyodo,
Phys. Rev. C 109 , 045205 (2024).

T. Kinugawa and T. Hyodo,
arXiv:2403.12635 [hep-ph].



理研 仁科センター 少数多体系物理研究室, 衣川友那

2025年7月3日 セミナー@京都産業大学

衣川友那 (きぬがわ ともな)

理化学研究所 仁科加速器科学研究センター
少数多体系物理研究室

2016年4月 - 2020年3月

立命館大学 理工学部 物理科学科

2022年4月 - 2025年3月

東京都立大学 理学研究科 物理学専攻 博士前期課程

2022年4月 - 2025年3月

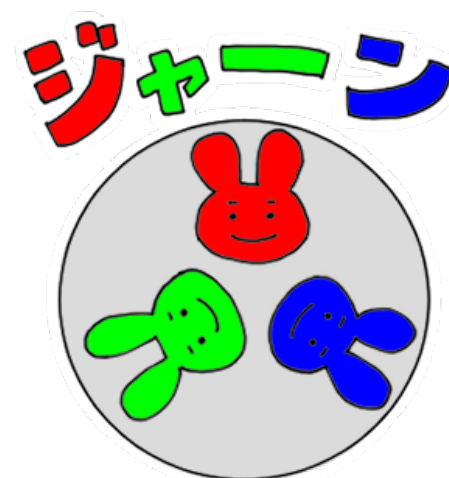
東京都立大学 理学研究科 物理学専攻 博士後期課程

2023年4月 - 2024年3月 JST フェローシップ

2024年4月 - 2025年3月 学振 DC2

2025年3月 博士 (理学)

2025年4月 - 理化学研究所 基礎特別科学研究員



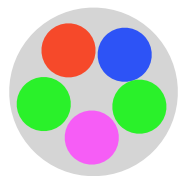
エキゾチックハドロン

- クォーク3つ・クォーク反クォーク → 通常のハドロン
- それ以外の構造 → **エキゾチックハドロン** → 内部構造？

● とりうる内部構造

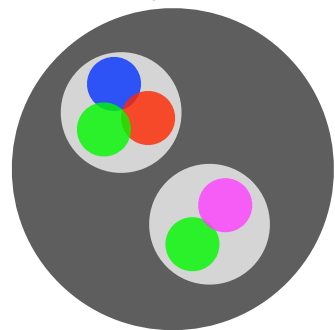
F-K. Guo, C. Hanhart, Ulf-G. Meißner, Q. Wang, Q. Zhao, and B-S. Zou,
RevModPhys.90.015004 (2018).

- マルチクォーク：クォーク → ハドロン



大きさ $\lesssim 1$ fm (コンパクト)

- **ハドロン分子**：クォーク → ハドロン (subunit) → ハドロン



大きさ $\gtrsim$ 数 fm (空間的に広がっている)

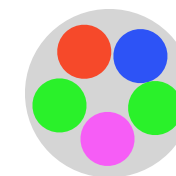
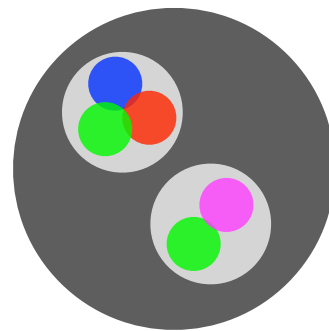
例) 重陽子

→ これらの内部構造の**重ね合わせ**

それぞれの成分の重みを調べる → 内部構造の確立

複合性 (compositeness)

◎ 定義



$$|\text{hadron}\rangle = \sqrt{X} |\text{hadronic molecule}\rangle + \sqrt{Z} |\text{others}\rangle$$

複合性

素粒子性

- 定量的な指標

Weinberg, S. Phys. Rev. 137, 672–678 (1965);
T. Hyodo, Int. J. Mod. Phys. A 28, 1330045 (2013);
T. Kinugawa, T. Hyodo, Phys. Rev. C 106, 015205 (2022); arXiv:2403.12635 [hep-ph].

$$0 \leq X \leq 1$$

$$X + Z = 1$$



$$X > 0.5 \Leftrightarrow \text{複合的 (ハドロン分子的)}$$

$$X < 0.5 \Leftrightarrow \text{素粒子的 (非ハドロン分子的)}$$

- エキゾチックハドロンに応用

$$f_0(980), a_0(980)$$

V. Baru, J. Haidenbauer, C. Hanhart, Y. Kalashnikova, A.E. Kudryavtsev, Phys. Lett. B 586, 53–61 (2004);
Y. Kamiya and T. Hyodo, PTEP 2017; Phys. Rev. C 93, 035203 (2016) etc.

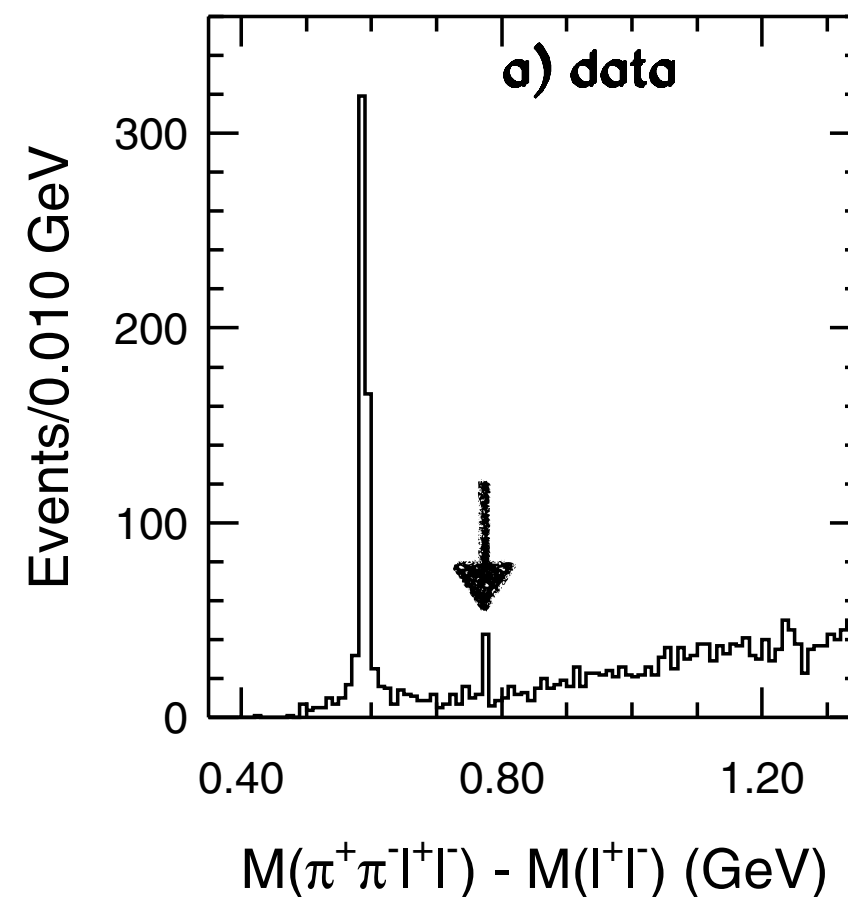
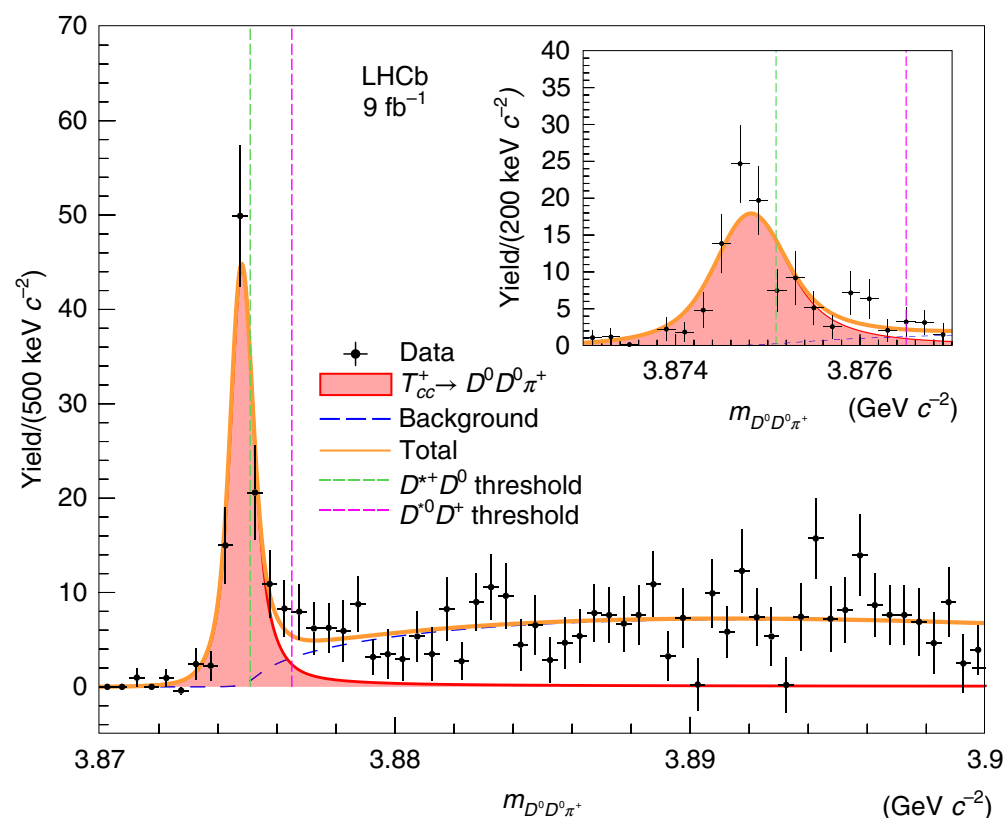
$$\Lambda(1405)$$

T. Sekihara, T. Hyodo, Phys. Rev. C 87, 045202 (2013);
Z.H. Guo, J.A. Oller, Phys. Rev. D 93, 096001 (2016) etc.

エキゾチックハドロンの例

◎ 散乱の閾値近傍のエキゾチックハドロン

$$T_{cc}(3875)^+ \rightarrow D^0 D^0 \pi^+ (cc\bar{u}\bar{d}) \quad X(3872) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$$



LHCb Collaboration, Nature Phys. **18** (2022) no.7, 751-754;

LHCb Collaboration, Nat. Commun. **13** 3351 (2022).

S. K. Choi *et al.* (Belle), Phys. Rev. Lett. **91**, 262001 (2003).

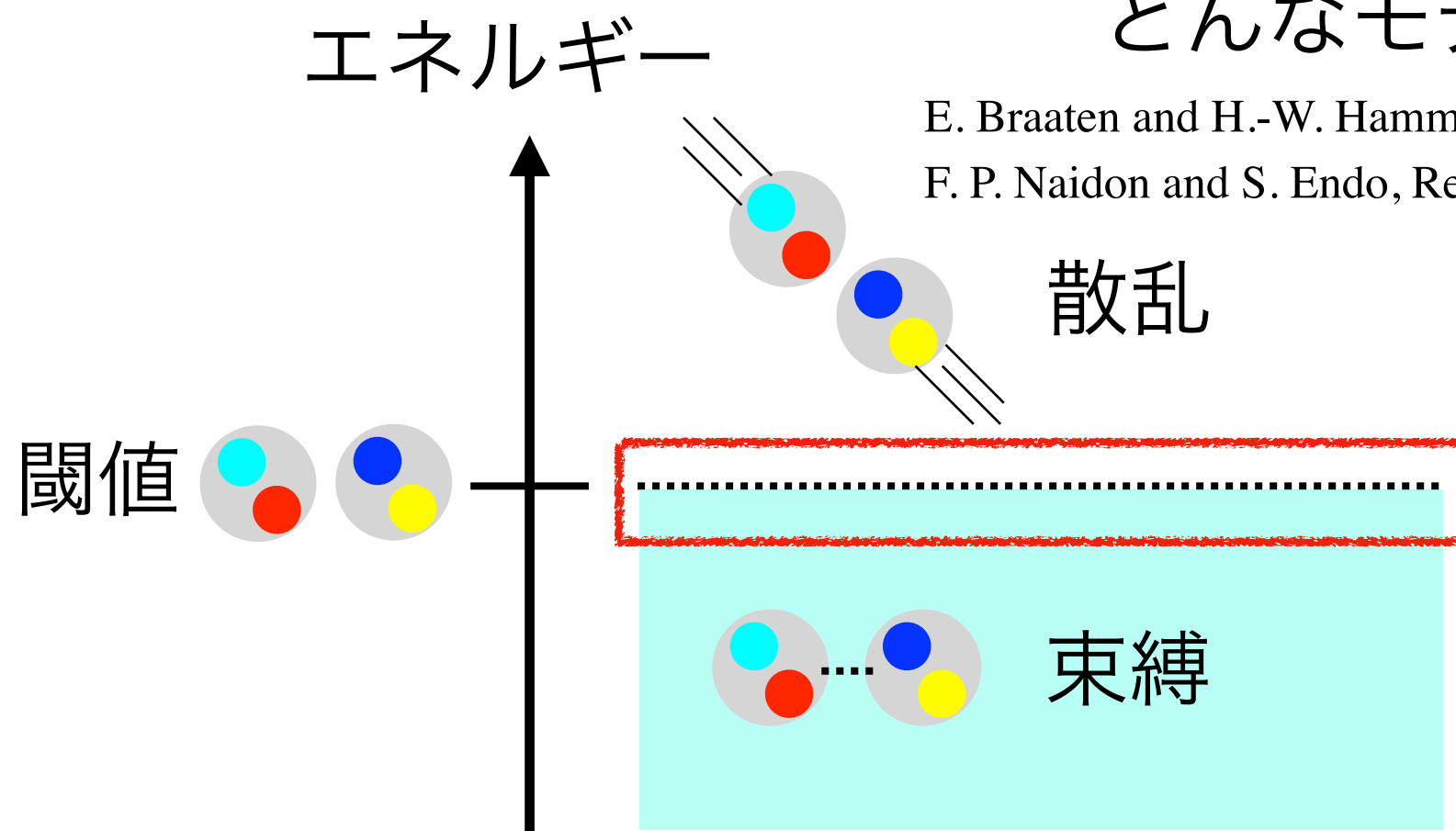
- D メソン2体散乱の閾値エネルギー近傍状態
- 散乱の閾値近傍状態の内部構造 ← 低エネルギー普遍性

低エネルギー普遍性

- 散乱の閾値近傍にあらわれる現象 ← 普遍的な理論

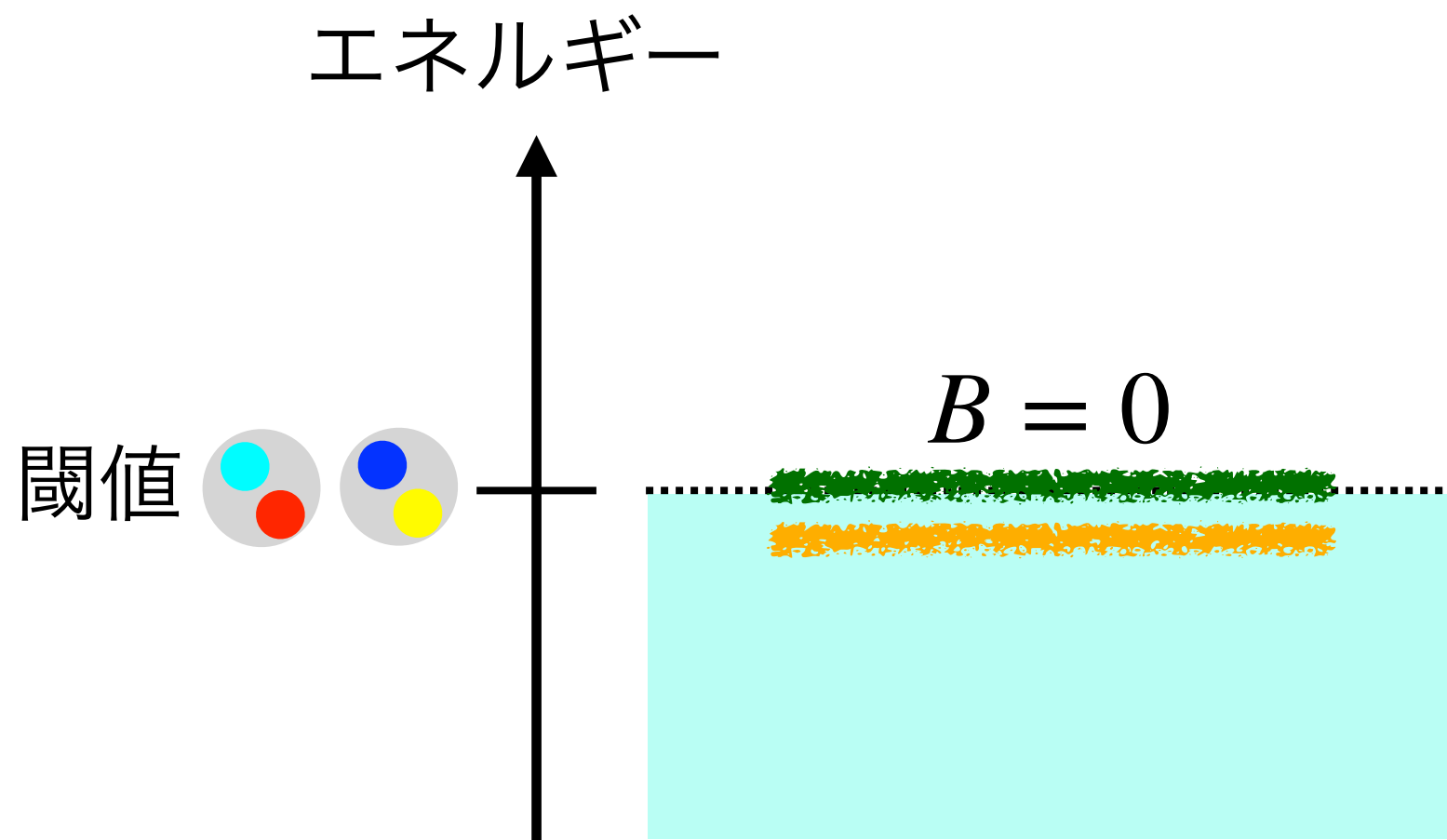
どんなモデルでも同じ結果

E. Braaten and H.-W. Hammer, Phys. Rept. **428**, 259 (2006) ;
F. P. Naidon and S. Endo, Rept. Prog. Phys. **80**, 056001 (2017).



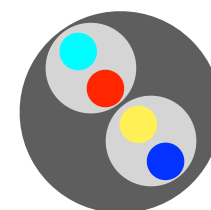
低エネルギー普遍性

- 散乱の閾値近傍にあらわれる現象 ← 普遍的な理論



- 束縛エネルギー $B = 0$ (閾値上)

→ 状態は純ハドロン分子 ($X = 1$)



T. Hyodo,
Phys. Rev. C **90**, 055208 (2014) .

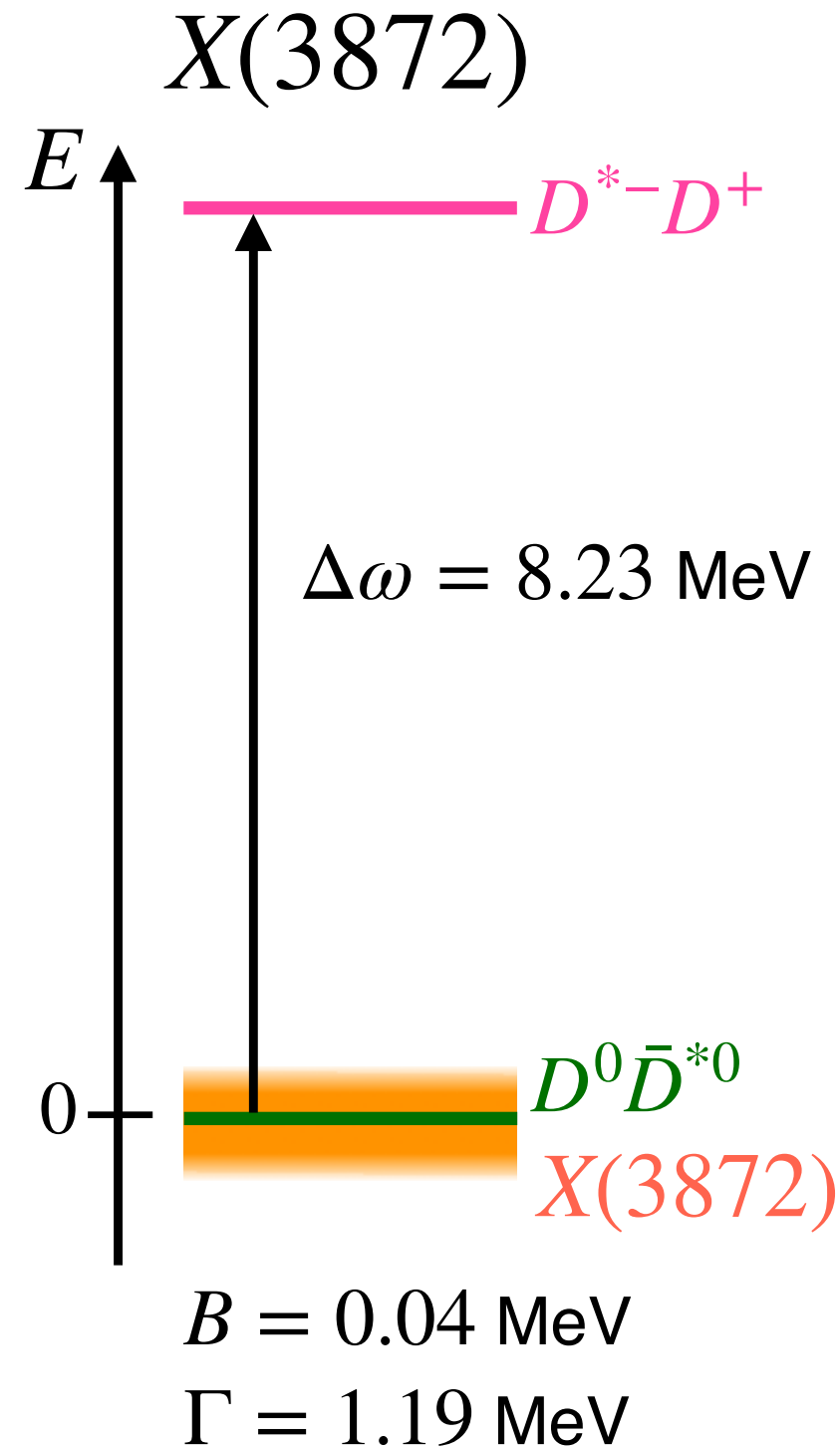
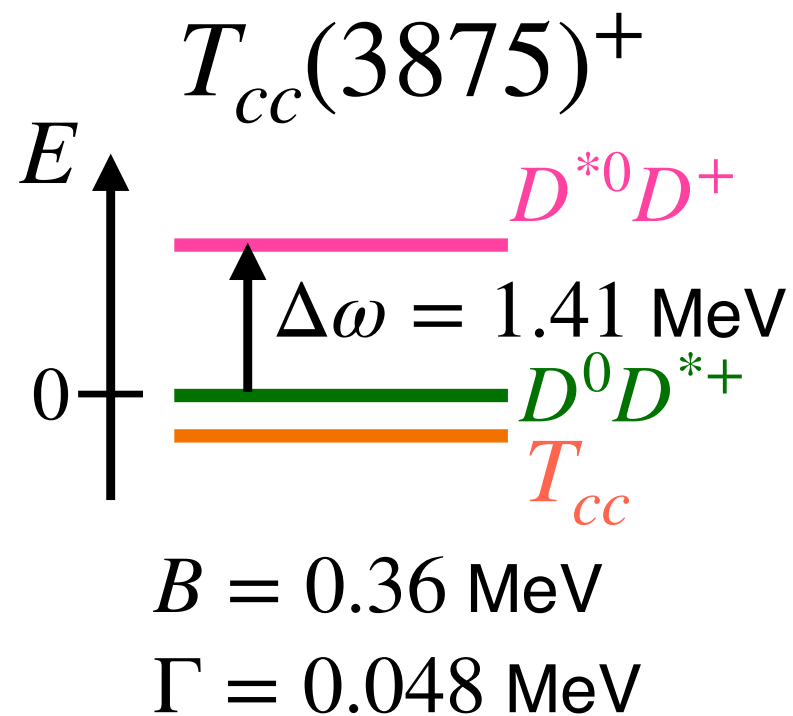
- 閾値近傍状態 ($B \neq 0$) の内部構造? $X \sim 1$ なのか? ← 本研究

実際のエキゾチックハドロン

B : 束縛エネルギー

Γ : 崩壊幅

$\Delta\omega$: 閾値エネルギー差



LHCb Collaboration, Nat. Commun **13** 3351 (2022).

Particle Data Group, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024).

崩壊幅とチャンネル結合が内部構造に及ぼす影響？ → 応用

閾値近傍の複合性 X を低エネルギー普遍性の観点から研究

→ 固有エネルギーのみから内部構造を決定できるか？

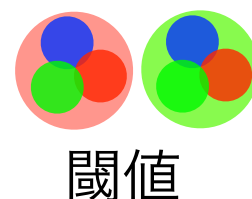
0. イントロ

1. 閾値より下

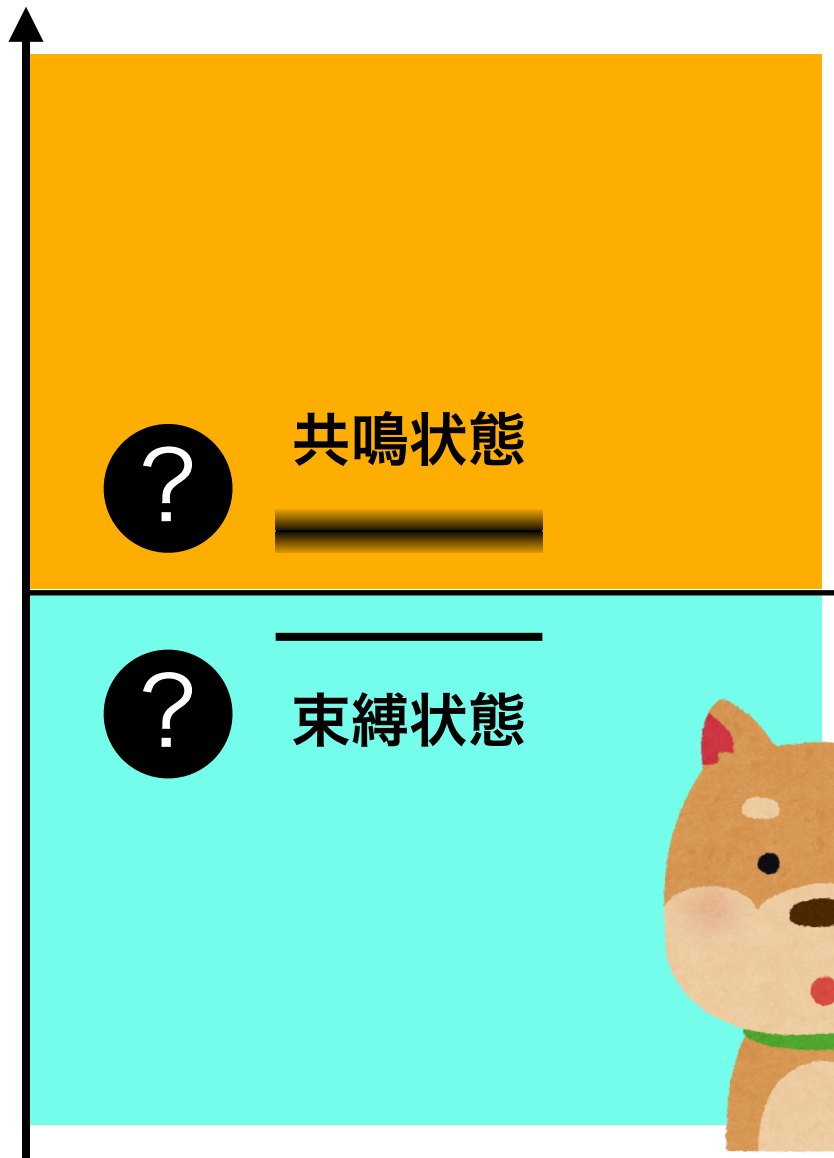
束縛状態の内部構造？

応用: エキゾチックハドロン

$T_{cc}(3875)^+$ と $X(3872)$



エネルギー

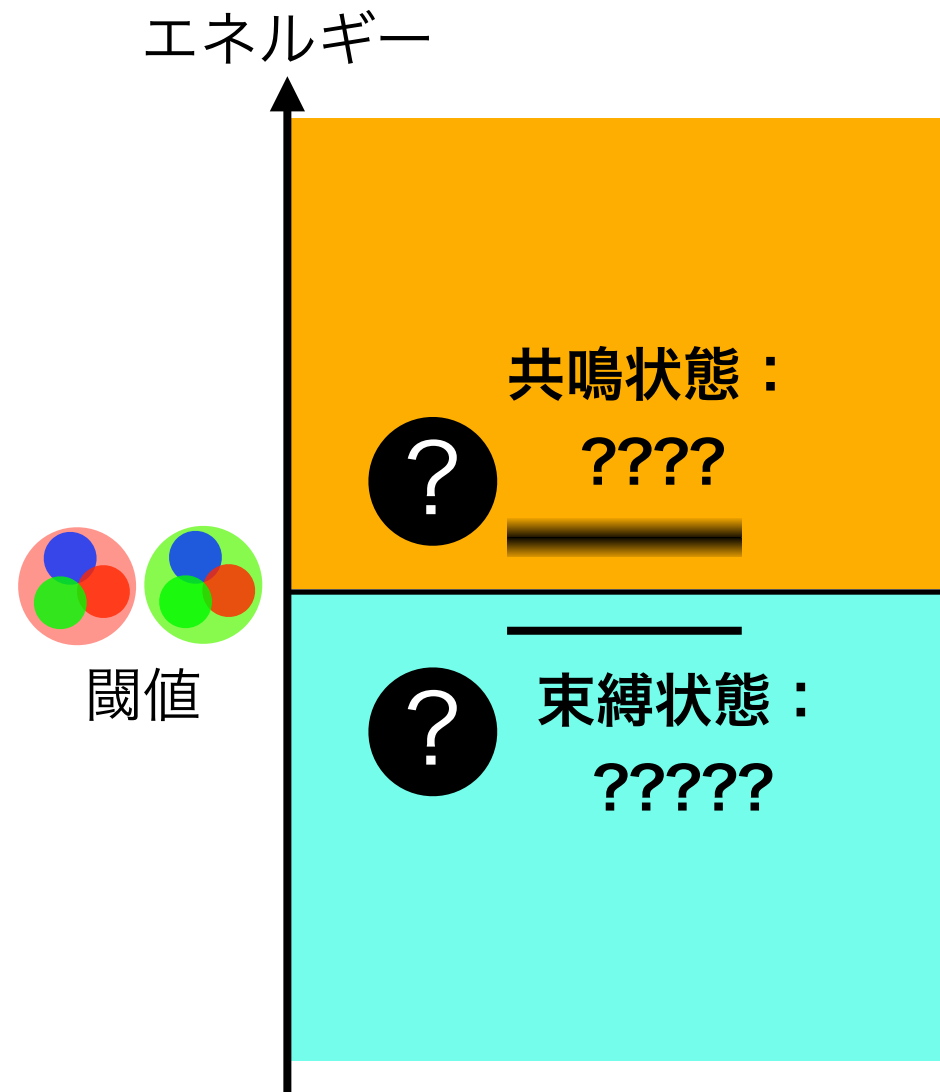


2. 閾値より上

共鳴状態の内部構造？

1. 閾値近傍束縛状態

10

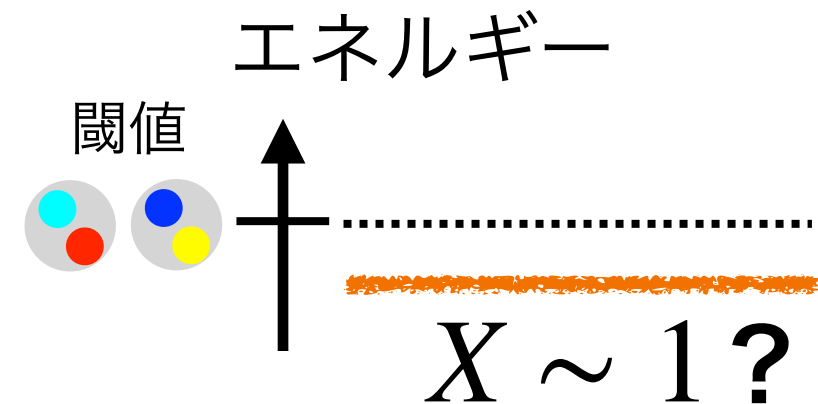
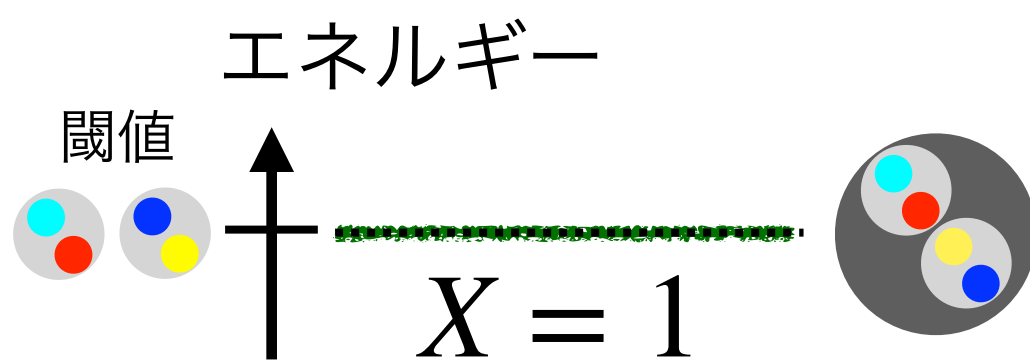


T. Kinugawa and T. Hyodo, Phys. Rev. C 109 , 045205 (2024).

1チャンネル散乱

- 閾値近傍状態の内部構造 $\longrightarrow$ 閾値則 K. Ikeda, and N. Takizawa, and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. Suppl. E68, 464-475 (1968).

1. 閾値則 (経験則) : 閾値近傍状態は複合的 ($X \sim 1$) ?



2. しかし、理論的には...

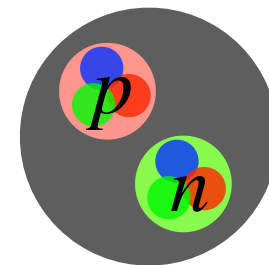
閾値近傍でも $X \sim 0$ の状態が実現可能

T. Hyodo, Phys. Rev. C **90**, 055208 (2014) ;

C. Hanhart, J. R. Pelaez, and G. Rios, Phys. Lett. B **739**, 375 (2014).

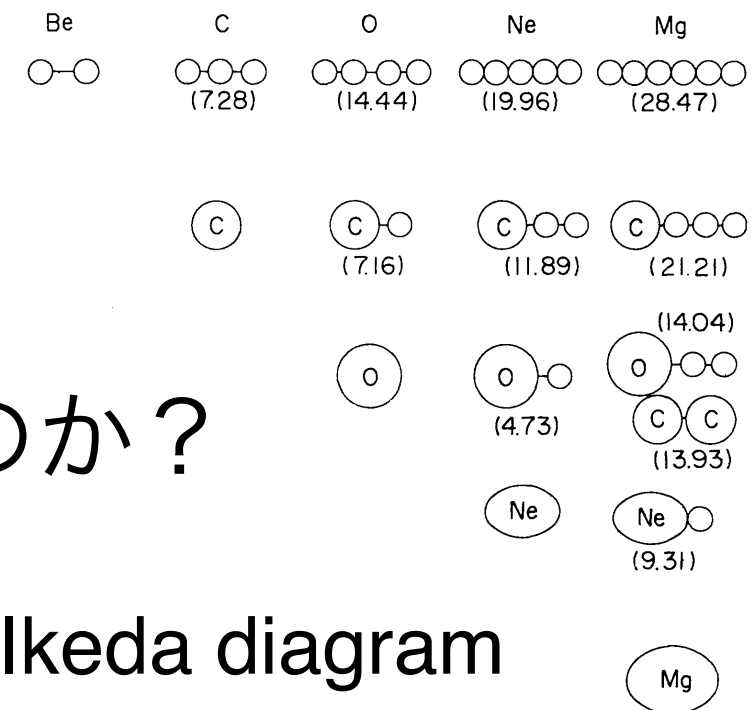
3. なぜ実験的に閾値則が成り立っているのか?

例) 重陽子 $B = 2.22 \text{ MeV} \longrightarrow$



Ikeda diagram

$\longrightarrow$ 閾値則の理論的基礎づけを与える



K. Ikeda, and N. Takizawa, and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. Suppl. E68, 464-475 (1968).

有効場の理論(EFT)モデル

12

● 1チャンネル共鳴モデル

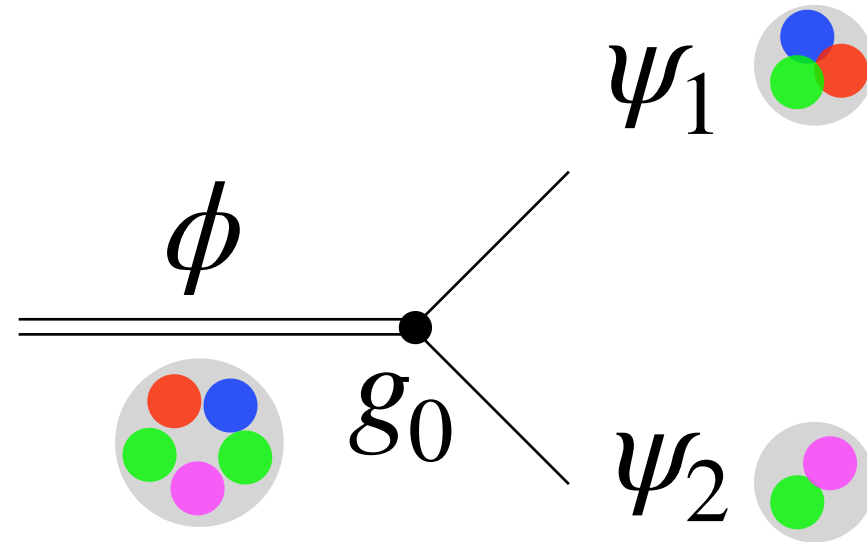
E. Braaten, M. Kusunoki, and D. Zhang,
Annals Phys. 323, 1770 (2008).

$$\mathcal{H}_{\text{free}} = \frac{1}{2m_1} \nabla \psi_1^\dagger \cdot \nabla \psi_1 + \frac{1}{2m_2} \nabla \psi_2^\dagger \cdot \nabla \psi_2 + \frac{1}{2m_\phi} \nabla \phi^\dagger \cdot \nabla \phi + \nu_0 \phi^\dagger \phi,$$

1.

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = g_0 (\phi^\dagger \psi_1 \psi_2 + \psi_1^\dagger \psi_2^\dagger \phi).$$

2.

1. $\psi_{1,2}$ の1チャンネル散乱2. bare状態 ϕ との結合

● 散乱振幅

$$V = \frac{g_0^2}{E - \nu_0}, \quad G = -\frac{\mu}{\pi^2} \left[\Lambda + ik \arctan\left(\frac{\Lambda}{-ik}\right) \right]. \quad \Lambda : \text{cutoff}$$

$$\xrightarrow{T = \frac{1}{V^{-1} - G}} f(k) = -\frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{\frac{k^2}{2\mu} - \nu_0}{g_0^2} + \frac{\mu}{\pi^2} \left[\Lambda + ik \arctan\left(\frac{\Lambda}{-ik}\right) \right] \right]^{-1}.$$

● 複合性 X

散乱振幅： $T = \frac{1}{V^{-1} - G}$ Y. Kamiya and T. Hyodo, PTEP 2017, 023D02 (2017).

$$X = \frac{G'(-B)}{G'(-B) - [V^{-1}(-B)]'}, \quad \alpha'(E) = d\alpha/dE$$

$$= \left[1 + \frac{\pi^2 \kappa}{g_0^2 \mu^2} \left(\arctan(\Lambda/\kappa) - \frac{\Lambda/\kappa}{1 + (\Lambda/\kappa)^2} \right)^{-1} \right]^{-1}.$$

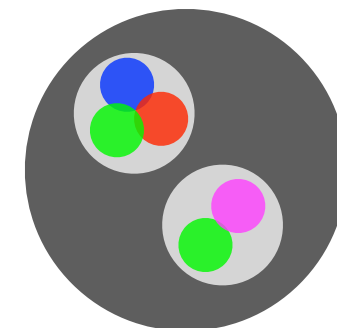
$$\kappa = \sqrt{2\mu B}$$

- 束縛エネルギー B のみ与えられている場合に X はどうなる？

束縛エネルギー B を固定

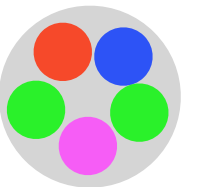
→ 複合性 X のパラメタ依存性に注目

$X > 0.5$



$X < 0.5$

or



モデルのスケールとパラメタ

14

● モデルのスケール

- カットオフ Λ できまる : $E_{\text{typ}} = \Lambda^2/(2\mu)$

● モデルパラメタ g_0, ν_0, Λ

1. 束縛エネルギー B を固定

$$\text{結合定数 } g_0 : g_0^2(B, \nu_0, \Lambda) = \frac{\pi^2}{\mu}(B + \nu_0) \left[\Lambda - \kappa \arctan(\Lambda/\kappa) \right]^{-1}$$

$$\because \text{束縛状態の条件式 } f^{-1}(i\kappa) = 0 \quad \kappa = \sqrt{2\mu B}.$$

2. Λ で無次元化した量を使う

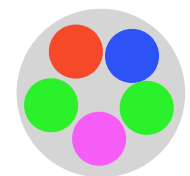
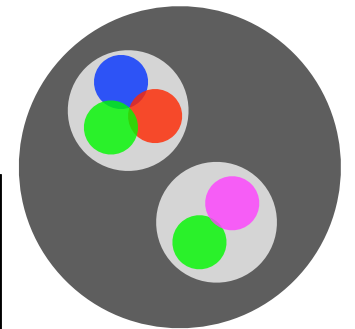
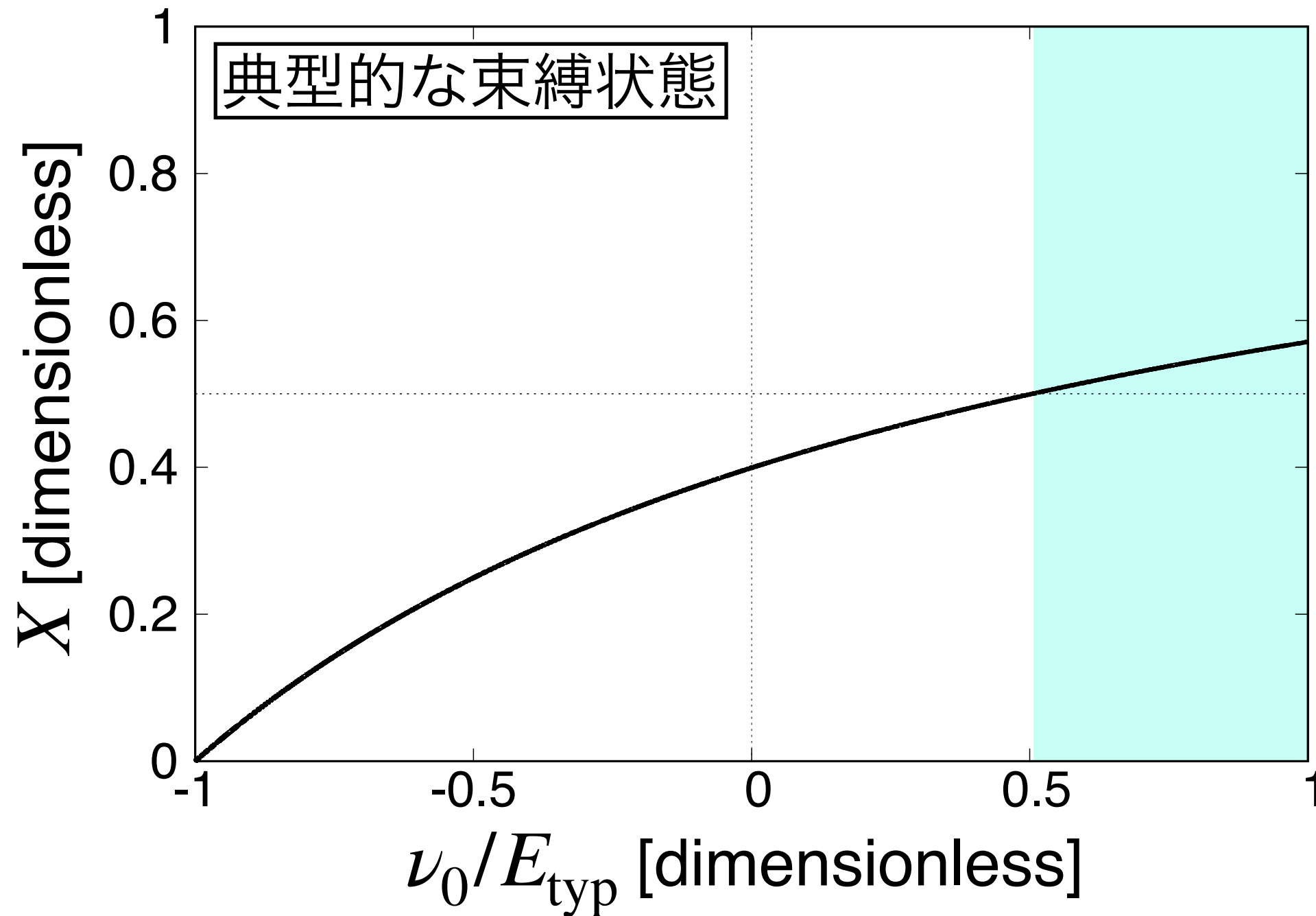
3. 自由なパラメタ $\longrightarrow$ bare状態のエネルギー ν_0

$$-B/E_{\text{typ}} \leq \nu_0/E_{\text{typ}} \leq 1 \text{ の範囲で動かす}$$

$$\because g_0^2 \geq 0 \text{ (下限) \& モデルの適用範囲 (上限)}$$

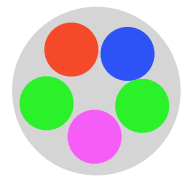
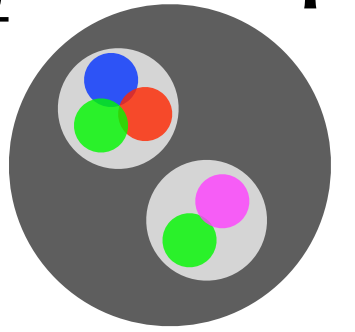
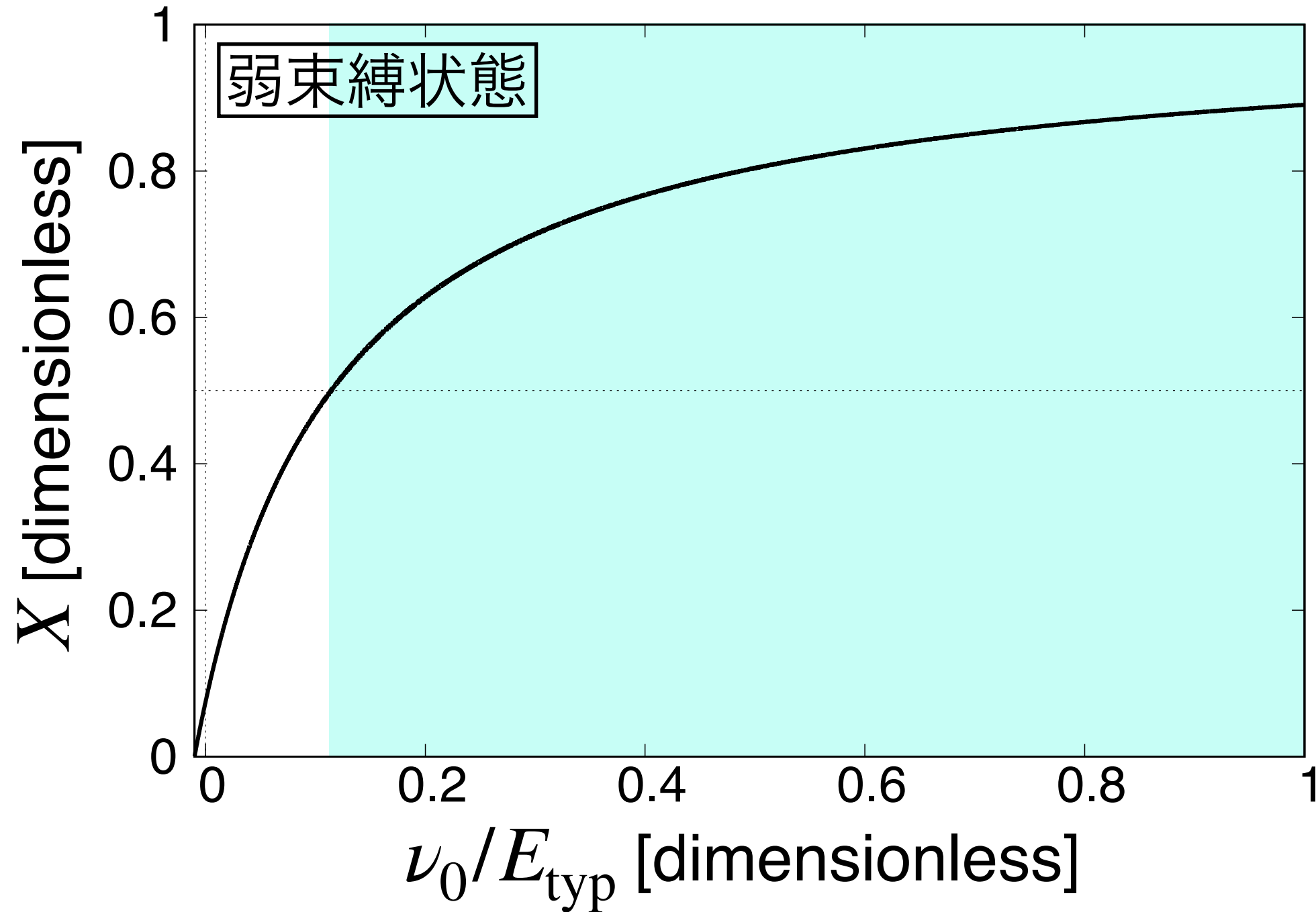
計算結果

● 複合性 X のパラメタ ν_0/E_{typ} 依存性 ($B = E_{\text{typ}}$)



- 75 % の ν_0 で $X < 0.5 \therefore$ bare状態 ($X = 0$) 起源

● 複合性 X のパラメタ ν_0/E_{typ} 依存性 ($B = 0.01E_{\text{typ}}$)



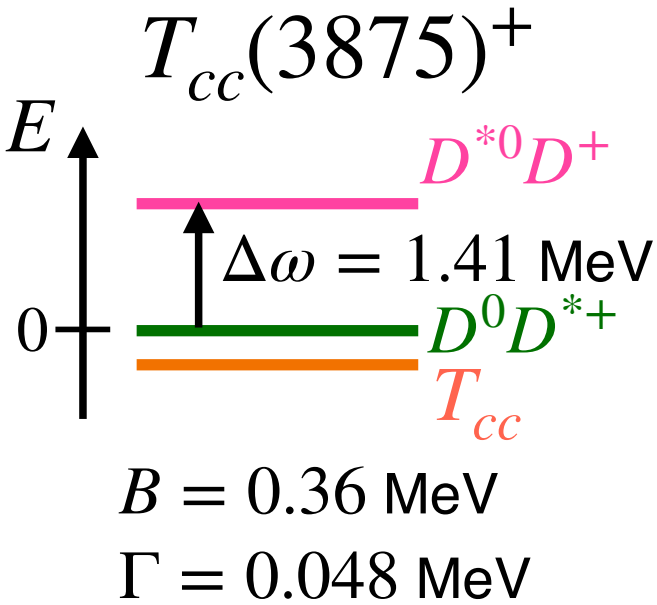
- 88 % の ν_0 で $X > 0.5$ → 低エネルギー普遍性の帰結
- 複合的でない状態も実現できるが ν_0 の **fine tune** が必要
→ 弱束縛状態は複合的内部構造を持ちやすい

● エキゾチックハドロンに応用

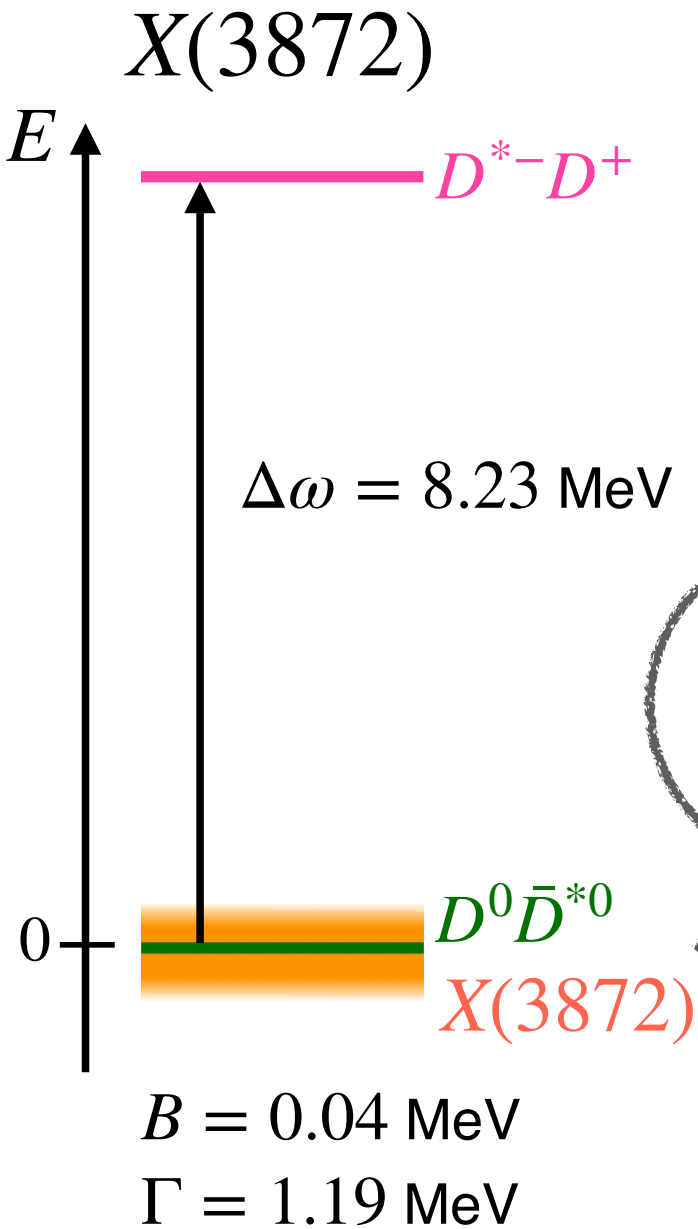
B : 束縛エネルギー

Γ : 崩壊幅, $\Delta\omega$: 閾値エネルギー差

Γ と $\Delta\omega$
小



LHCb Collaboration, Nat. Commun **13** 3351 (2022).



Γ と $\Delta\omega$
大

Particle Data Group, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024).

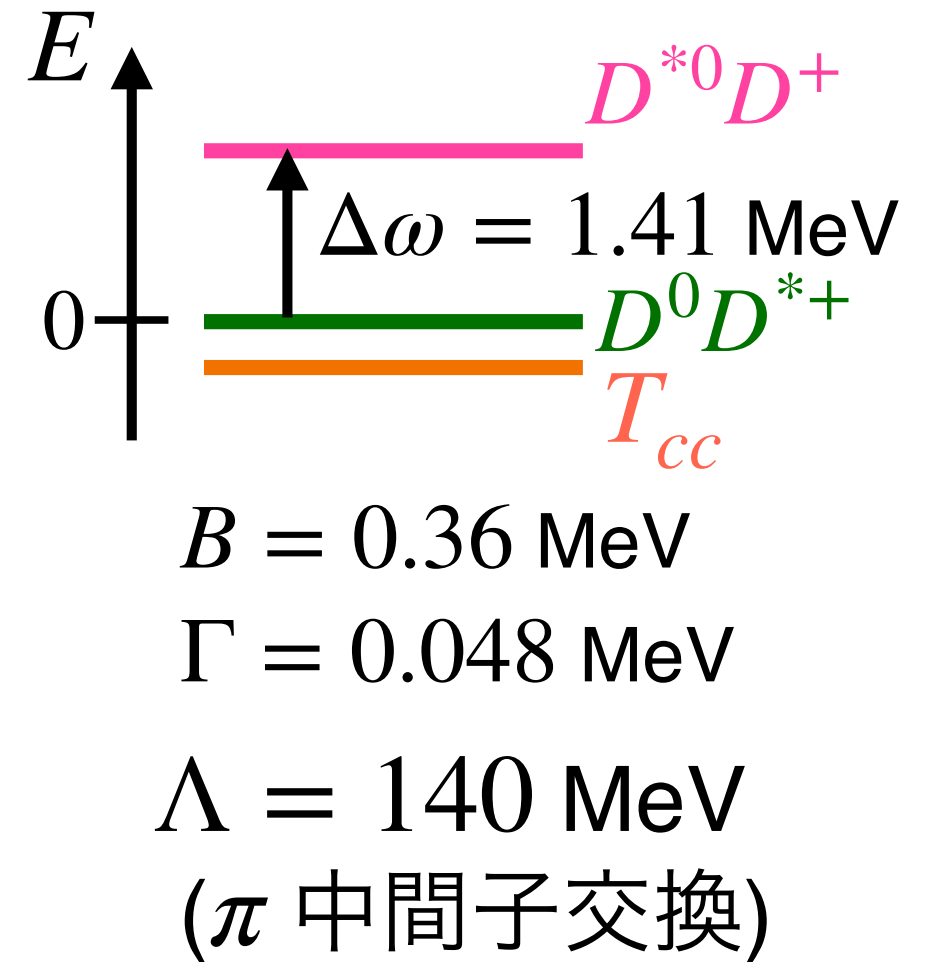
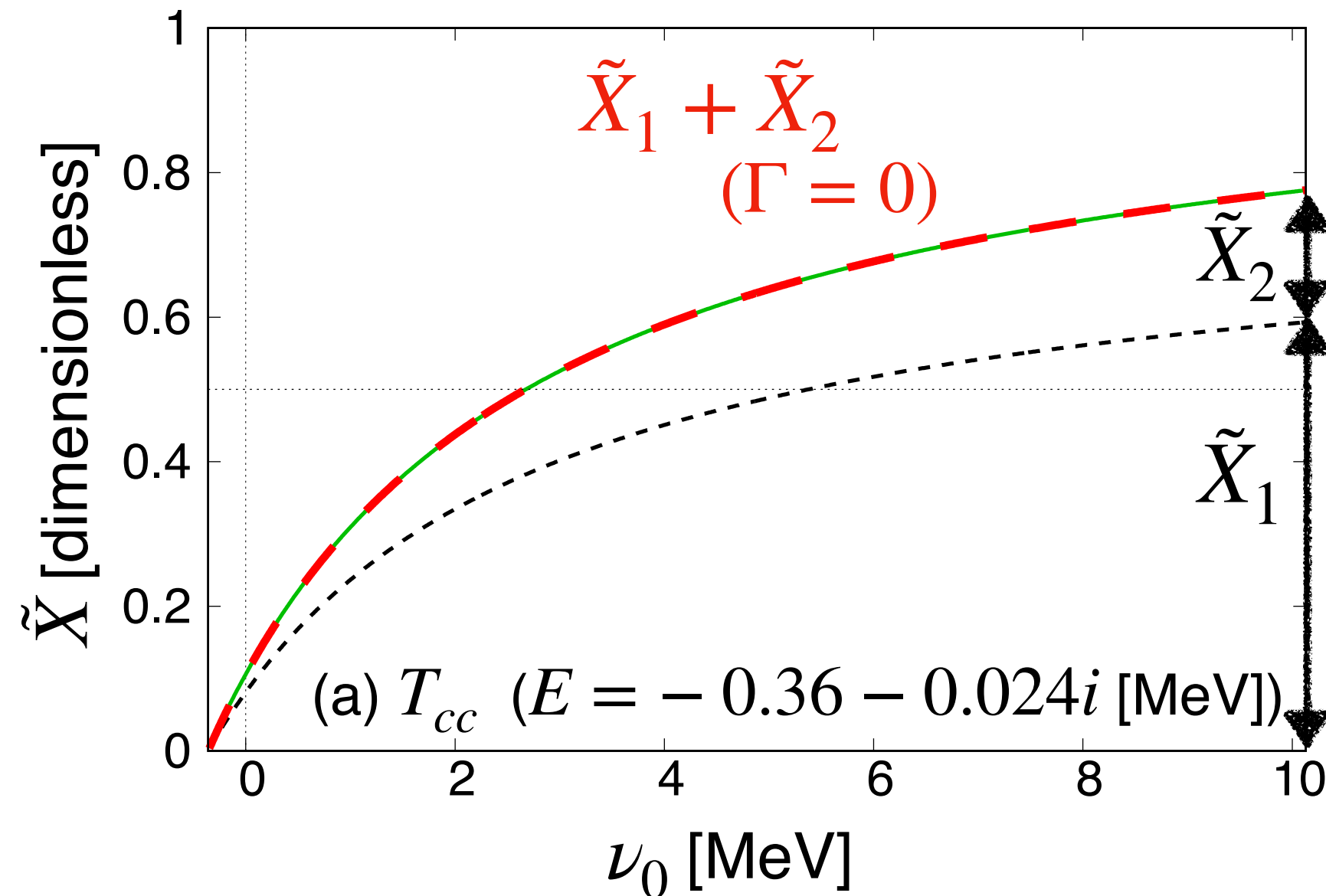
- 崩壊 + チャンネル結合モデル

$$\tilde{X}_j = \frac{|X_j|}{\sum_j |X_j| + |Z|}, \quad (j = 1, 2)$$

$\tilde{X}_1$: 閾値チャンネルの複合性
 $\tilde{X}_2$: 結合チャンネルの複合性

T. Sekihara, T. Arai, J. Yamagata-Sekihara and S. Yasui, PRC **93**, 035204 (2016).

$T_{cc}(3875)^+$ への応用



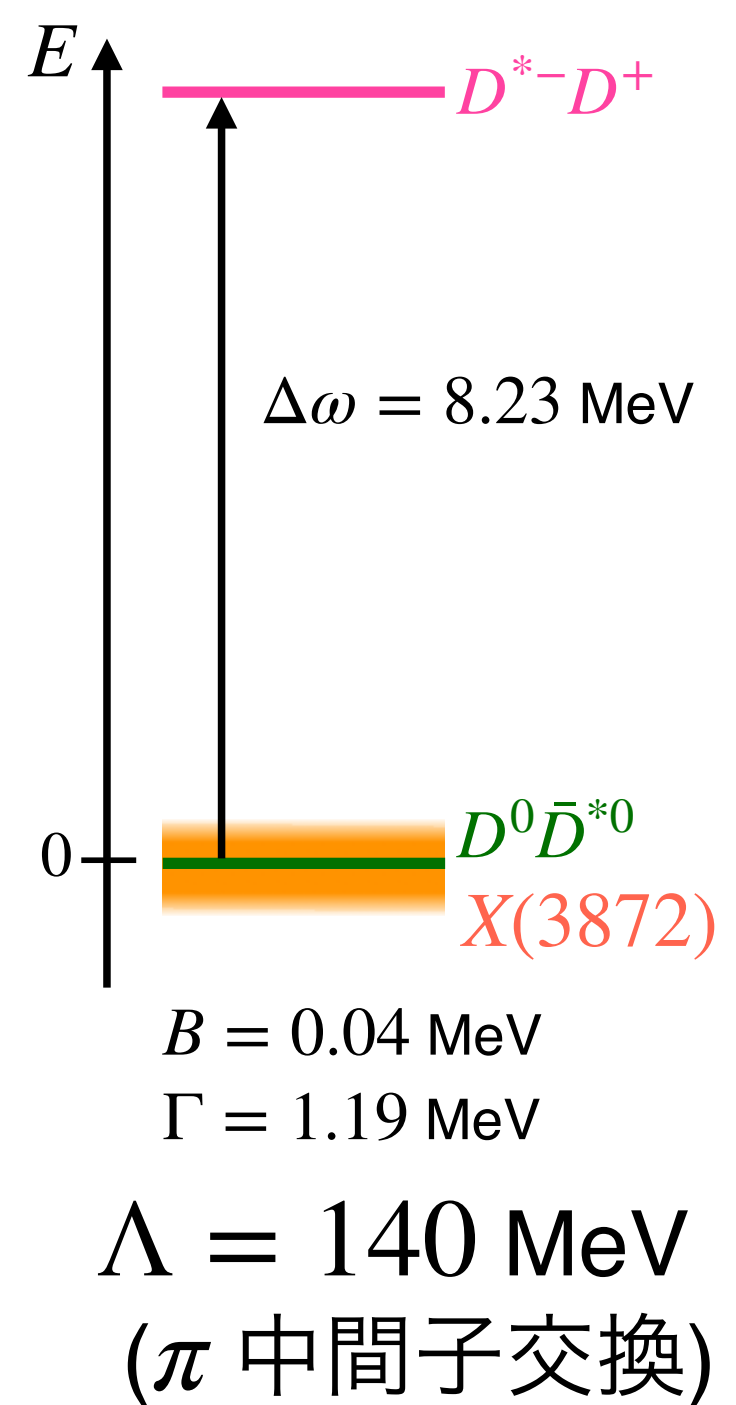
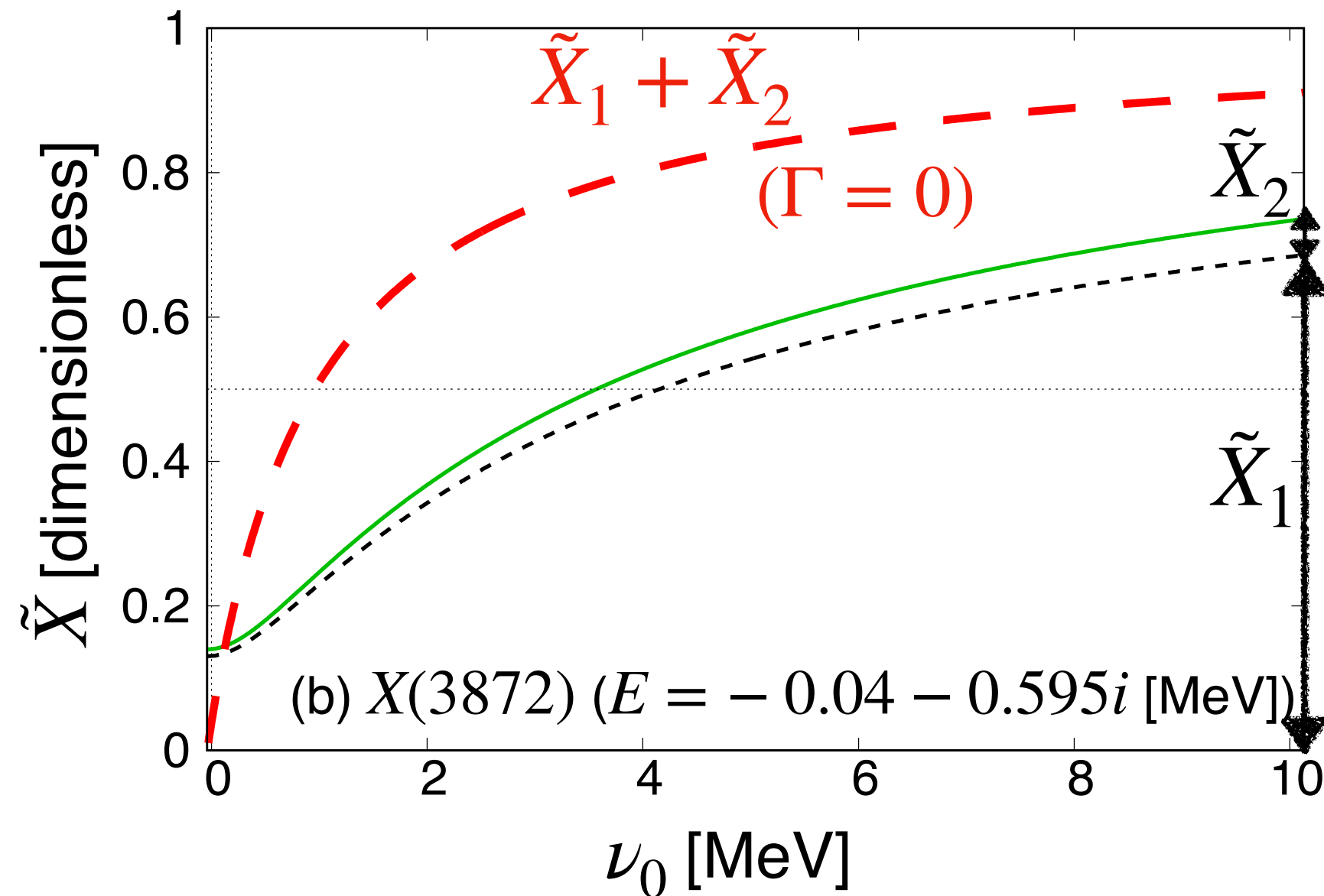
- $\tilde{X}_2$ は無視できない

∴ 閾値エネルギー差 $\Delta\omega$ が小さいから

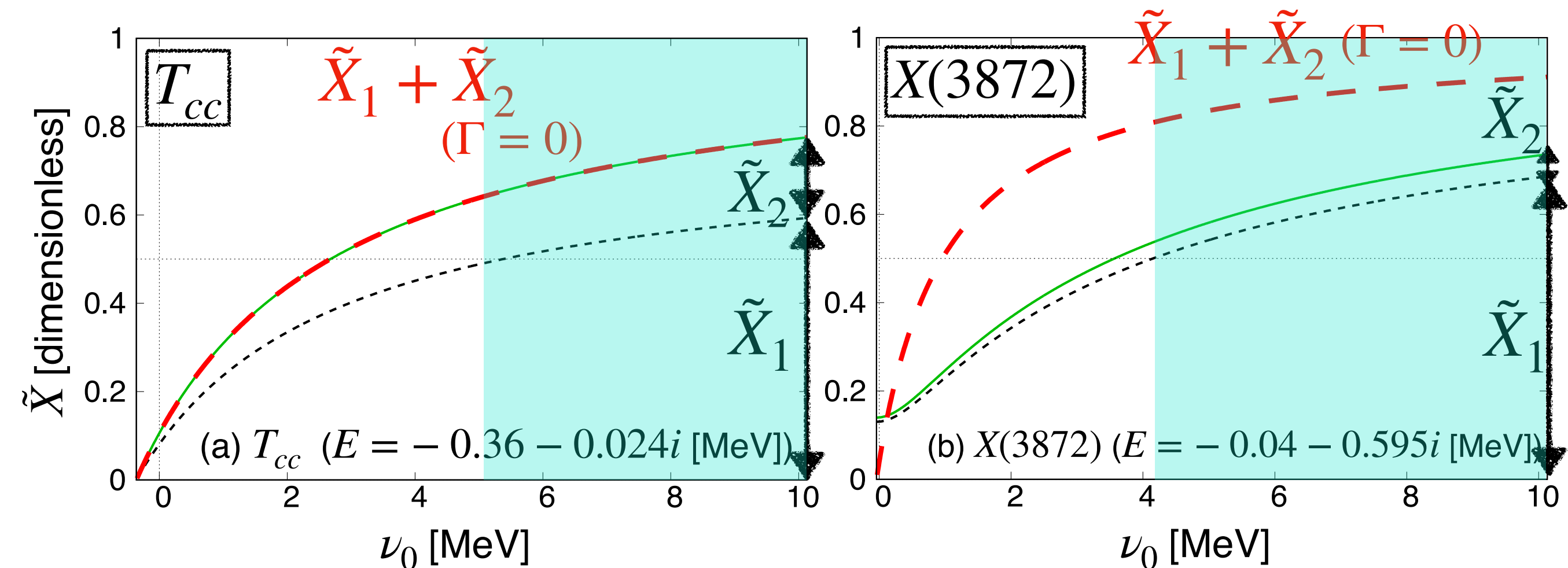
- $\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$ ($\Gamma = 0$) と $\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$ の差は小さい

→ 崩壊チャンネルの影響は無視できる ∴ $\Gamma \ll B$

$X(3872)$ への応用



- $\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$ ($\Gamma = 0$) と $\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$ の差が大きい
 $\therefore$ 束縛エネルギーに比べて崩壊幅を無視できないから
- $\tilde{X}_2$ は $\tilde{X}_1$ と比べても小さい
 $\rightarrow$ チャンネル結合の効果は比較的小さい



- T_{cc} : 45 % の ν_0 で $\tilde{X}_1 > 0.5$
- $X(3872)$: 59 % の ν_0 で $\tilde{X}_1 > 0.5$
- T_{cc} : チャンネル結合の効果が無視できない
- $X(3872)$: 崩壊の効果が無視できない

エキゾチックハドロンの内部構造

複合性

低エネルギー普遍性

(a) 弱束縛状態の内部構造

→ 複合的な状態になりやすい
閾値則の理論的な基礎づけ

(b,c) 崩壊とチャンネル結合の複合性への影響

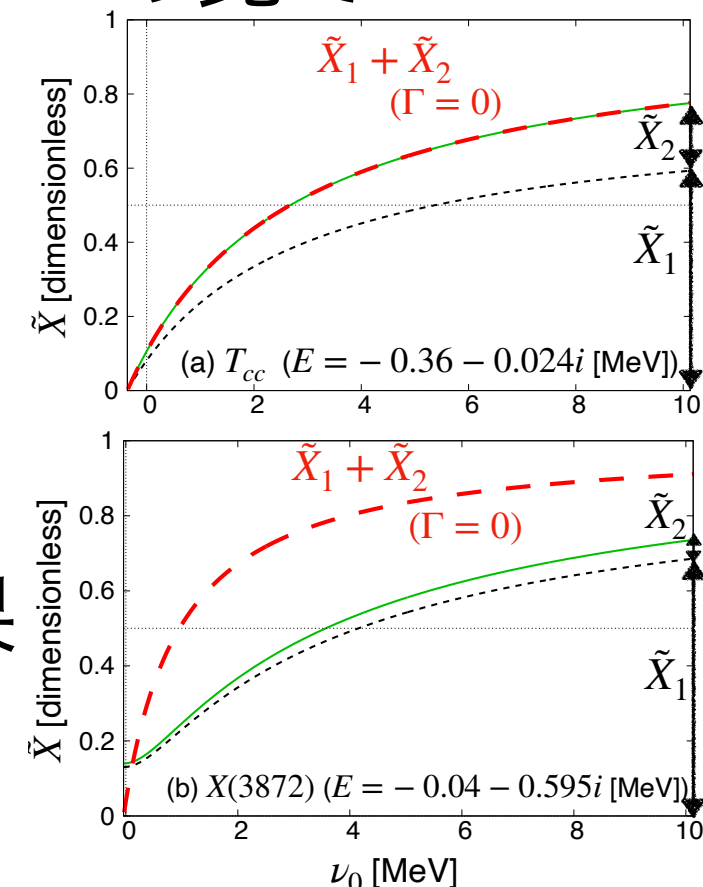
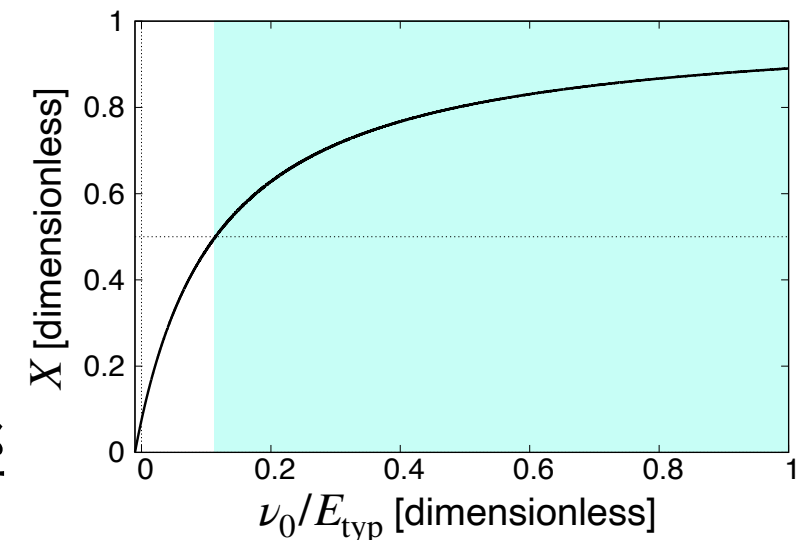
→ 崩壊幅・閾値エネルギー差と束縛エネルギーの比で
複合性が減少

(c) $T_{cc}(3875)^+$ と $X(3872)$ の内部構造

T_{cc} : チャンネル結合の効果 $\gg$ 崩壊の効果

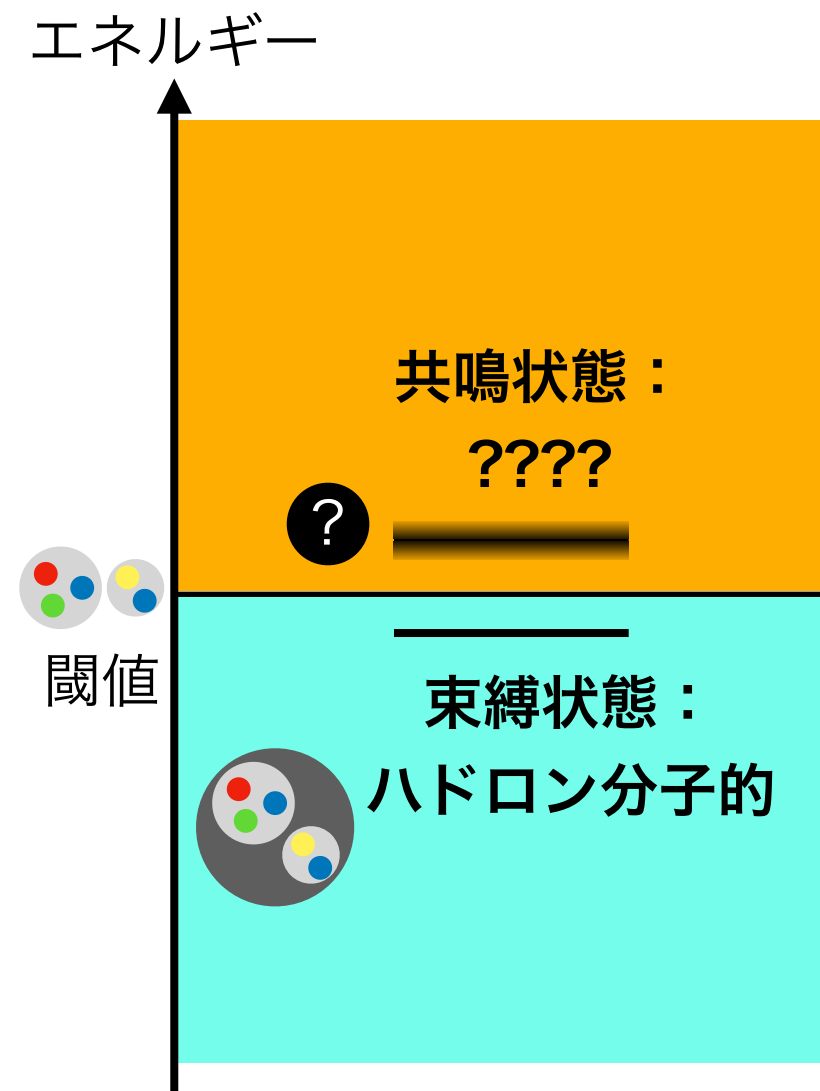
$X(3872)$: 崩壊の効果 $>$ チャンネル結合の効果

→ 閾値近くだが複合性は小さくなる



2. 閾値近傍の共鳴状態

22



ここからはまた1チャンネル散乱を考える

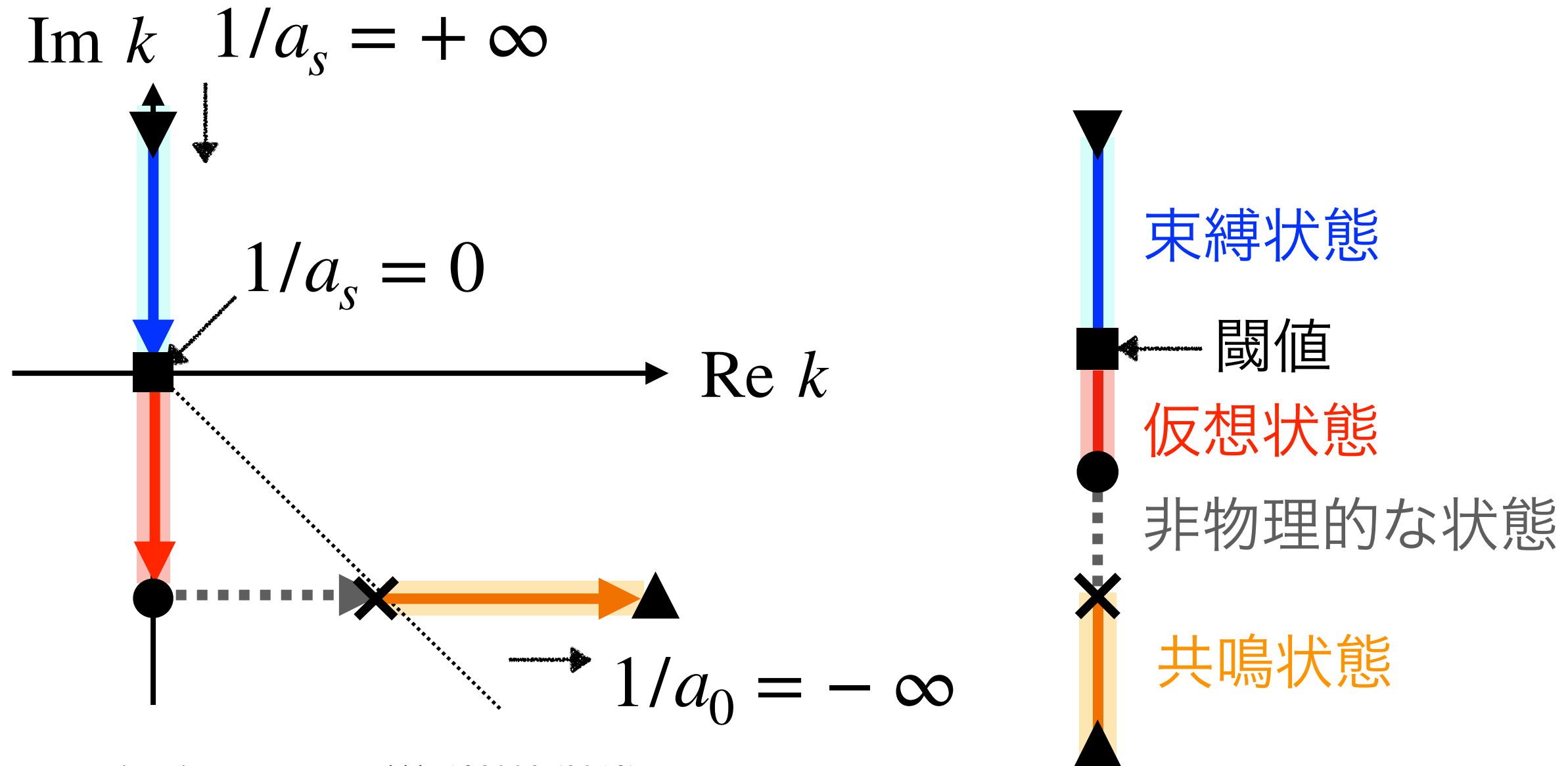
T. Kinugawa and T. Hyodo, arXiv:2403.12635 [hep-ph].

閾値より高いエネルギーの状態？

- 閾値近傍の散乱振幅の一般形 (有効レンジ展開, ERE)

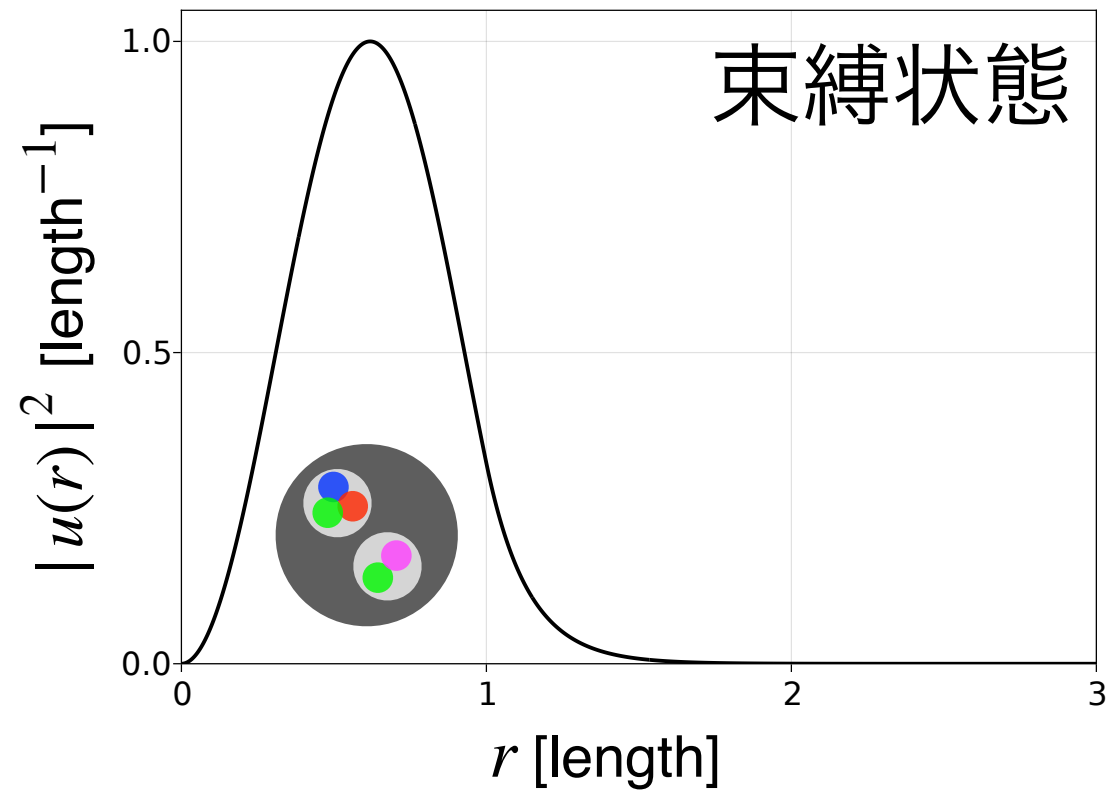
$$f(k)^{-1} = -\frac{1}{a_s} + \frac{r_e}{2}k^2 - ik$$

- 固有運動量 = $f(k)$ のpole (発散する k の値) ← 観測量

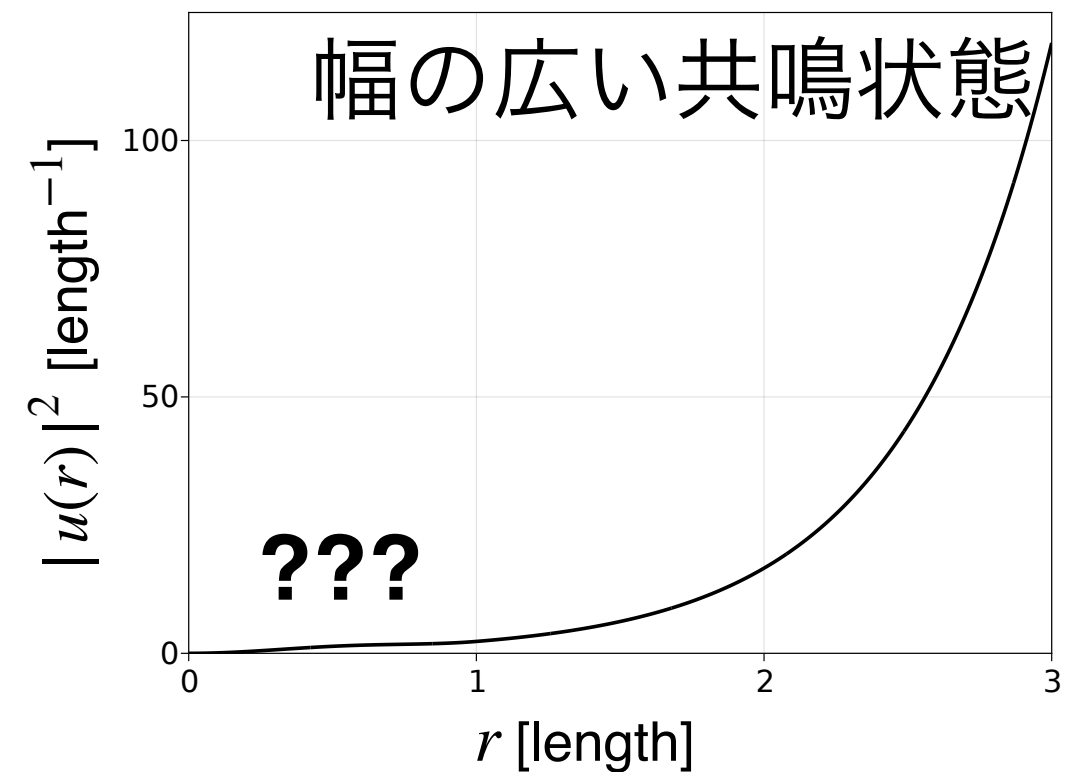
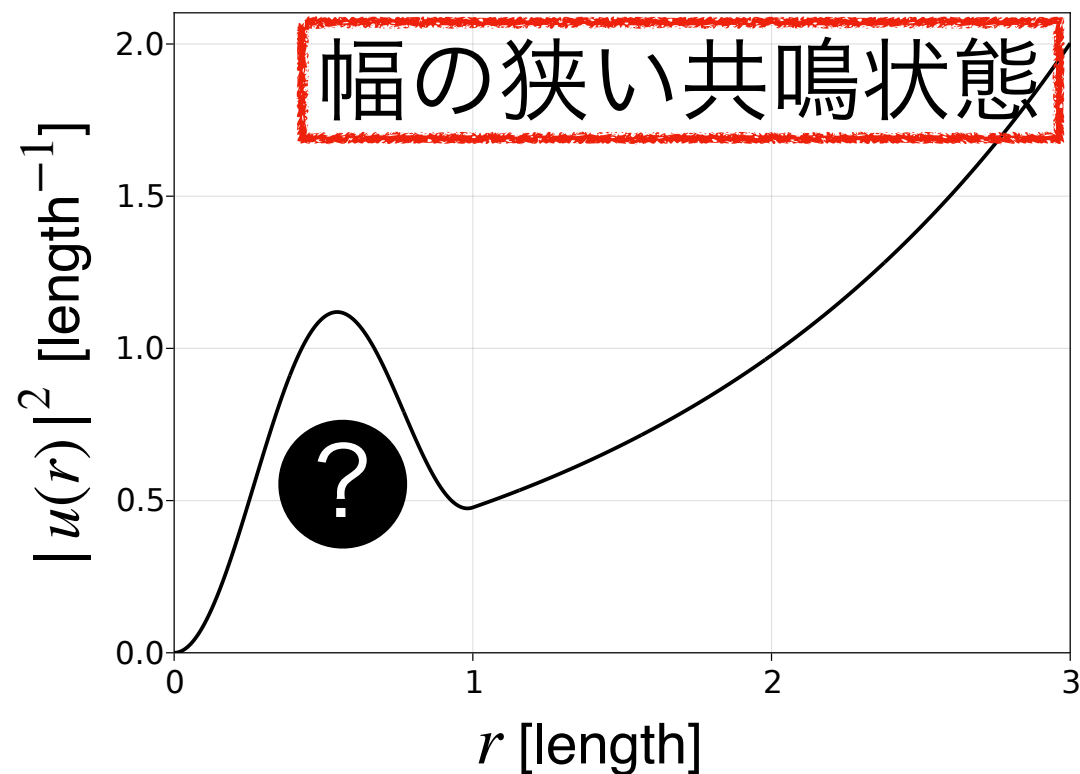
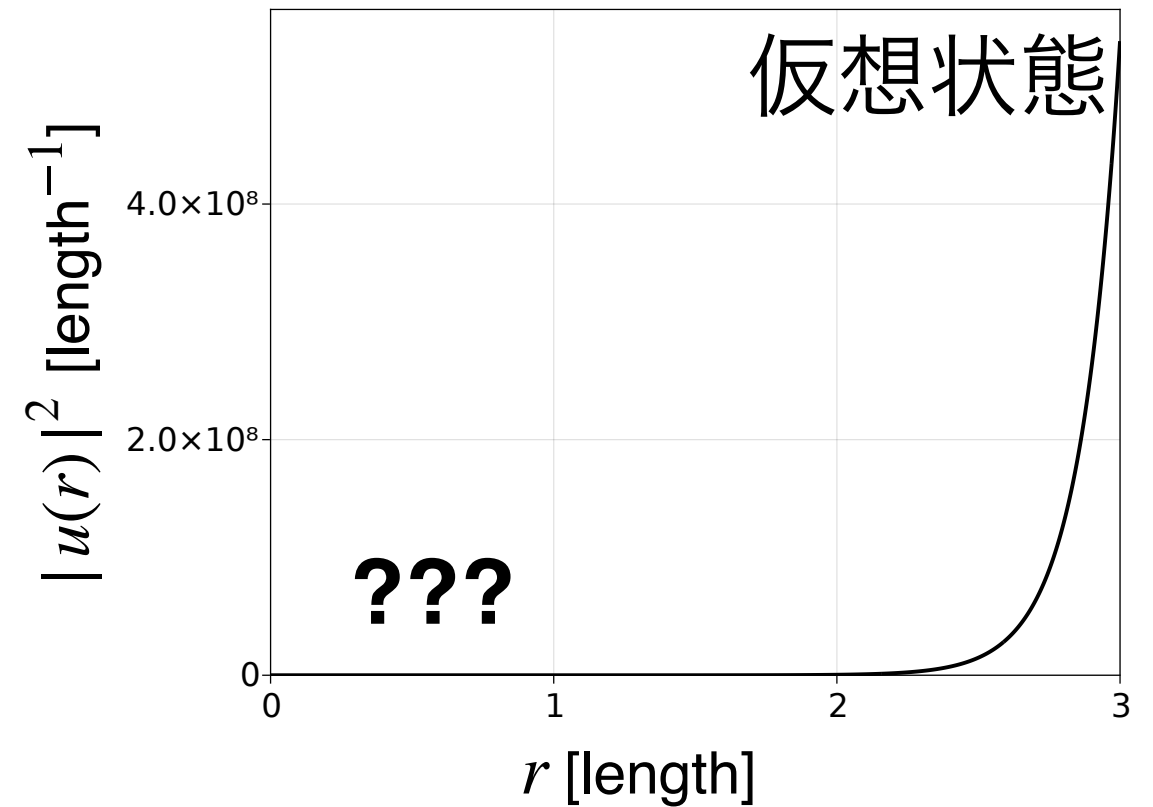


固有状態の波動関数

✓ 「内部構造」がある！



✗ 「内部構造」 ???



EREでの閾値近傍の共鳴

● 有効レンジ展開 (ERE) での共鳴状態の固有運動量

$$f(k)^{-1} = -\frac{1}{a_0} + \frac{r_e}{2}k^2 - ik \longrightarrow k^{\pm} = \frac{i}{r_e} \pm \frac{1}{r_e} \sqrt{\frac{2r_e}{a_0} - 1}$$

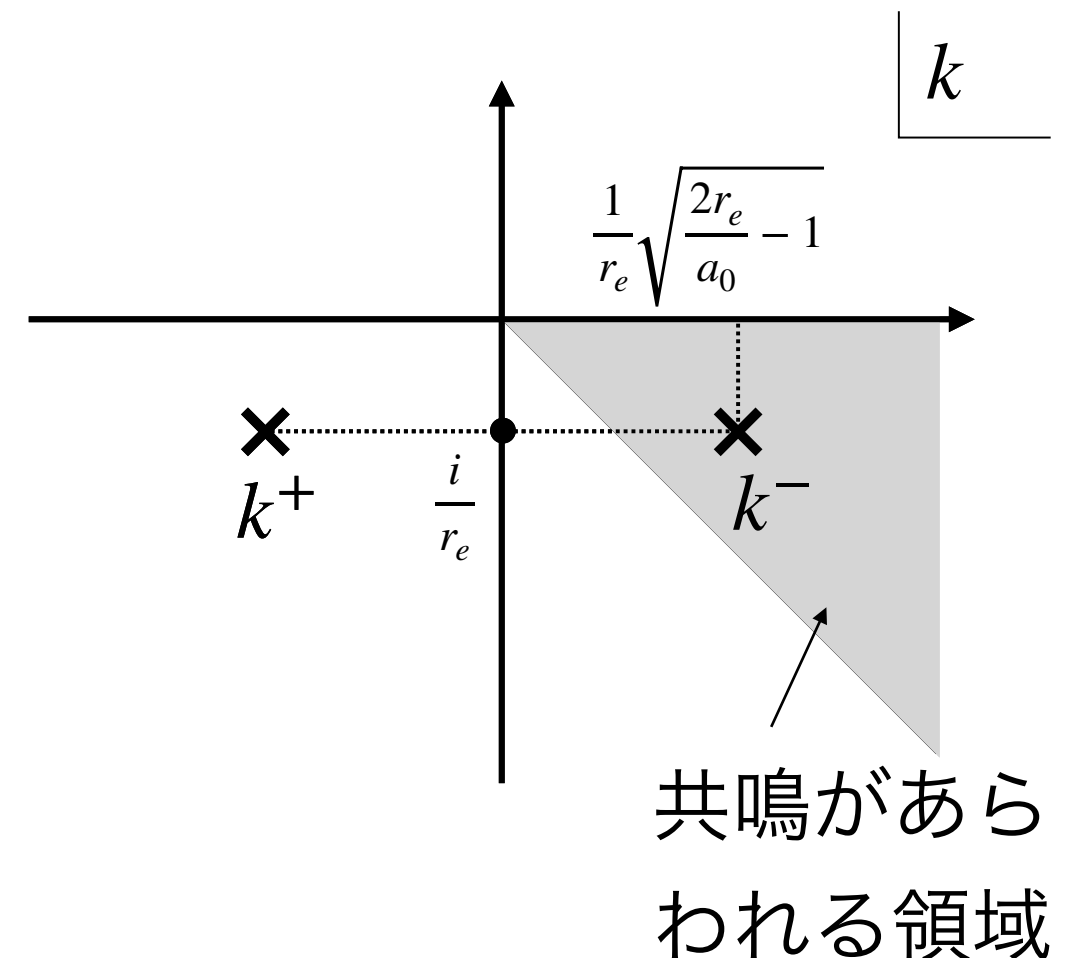
T. Hyodo, Phys. Rev. Lett. **111**, 132002 (2013).

- 固有運動量 ($k^{\pm}$) $\longleftrightarrow a_0$ と r_e

● 散乱長 a_0 と有効レンジ r_e

- r_e は負である必要がある
- 幅の狭い共鳴は $\text{Im } k = |1/r_e|$ が小さい必要がある

→ 閾値近傍の幅の狭い共鳴は
有効レンジが**負で大きい!!**



閾値近傍の共鳴状態の普遍性

- 閾値近傍の束縛状態

$a_0 \rightarrow \infty$ なので $B \rightarrow 0$ 極限 で普遍性が成り立つ 

$\rightarrow X \rightarrow 1$ (状態が完全にハドロン分子)

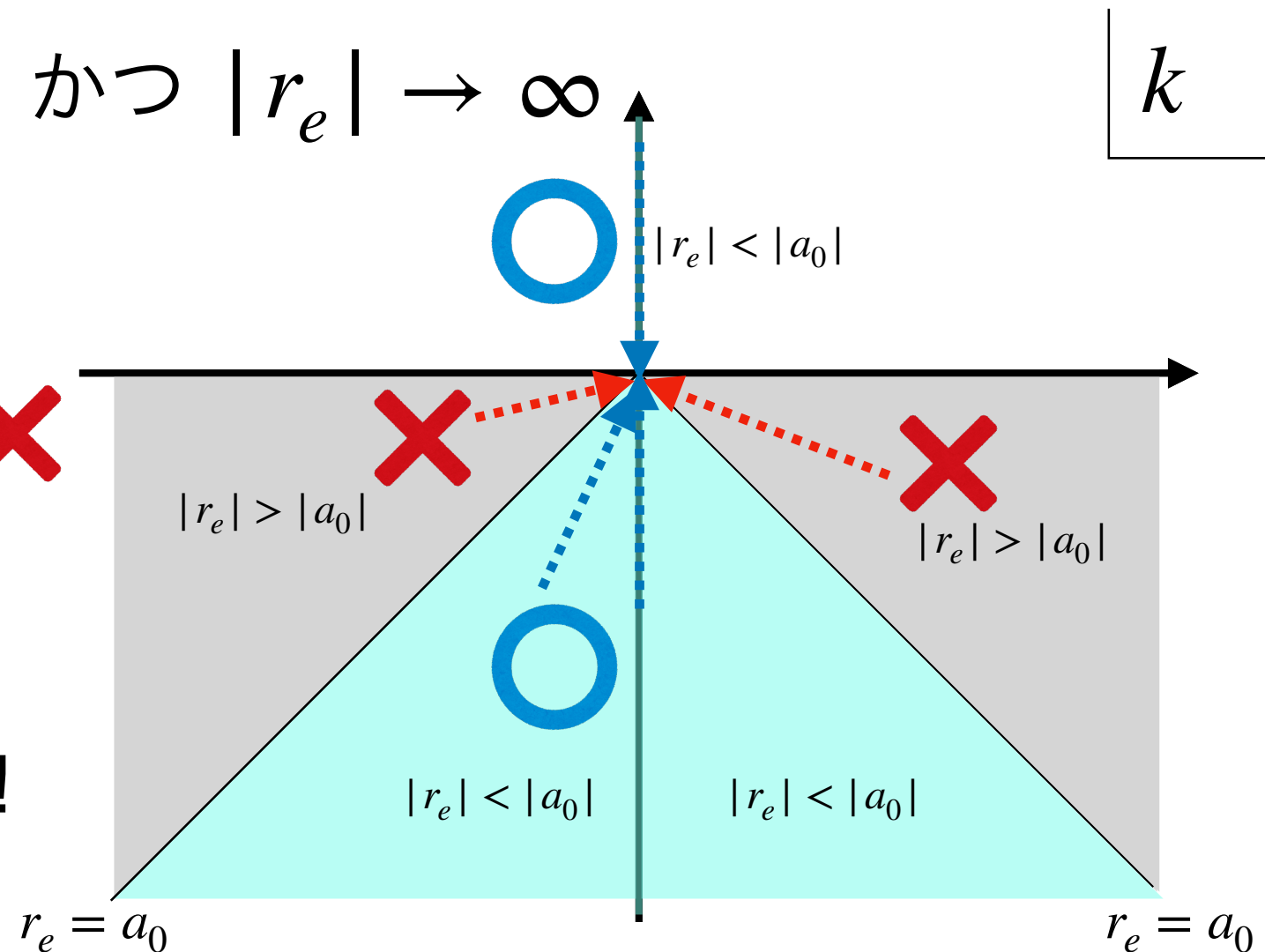
- 閾値近傍の共鳴状態

$|k| \rightarrow 0$ の極限 で、 $a_0 \rightarrow \infty$ かつ $|r_e| \rightarrow \infty$

$$\because |a_0| \leq |r_e|$$

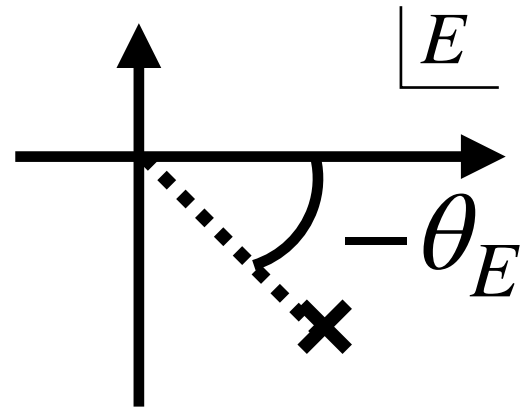
$\rightarrow$ 低エネルギー普遍性なし 

閾値近傍の共鳴状態はハドロ
ン分子的に**なくても良い!!**



EREでの複合性

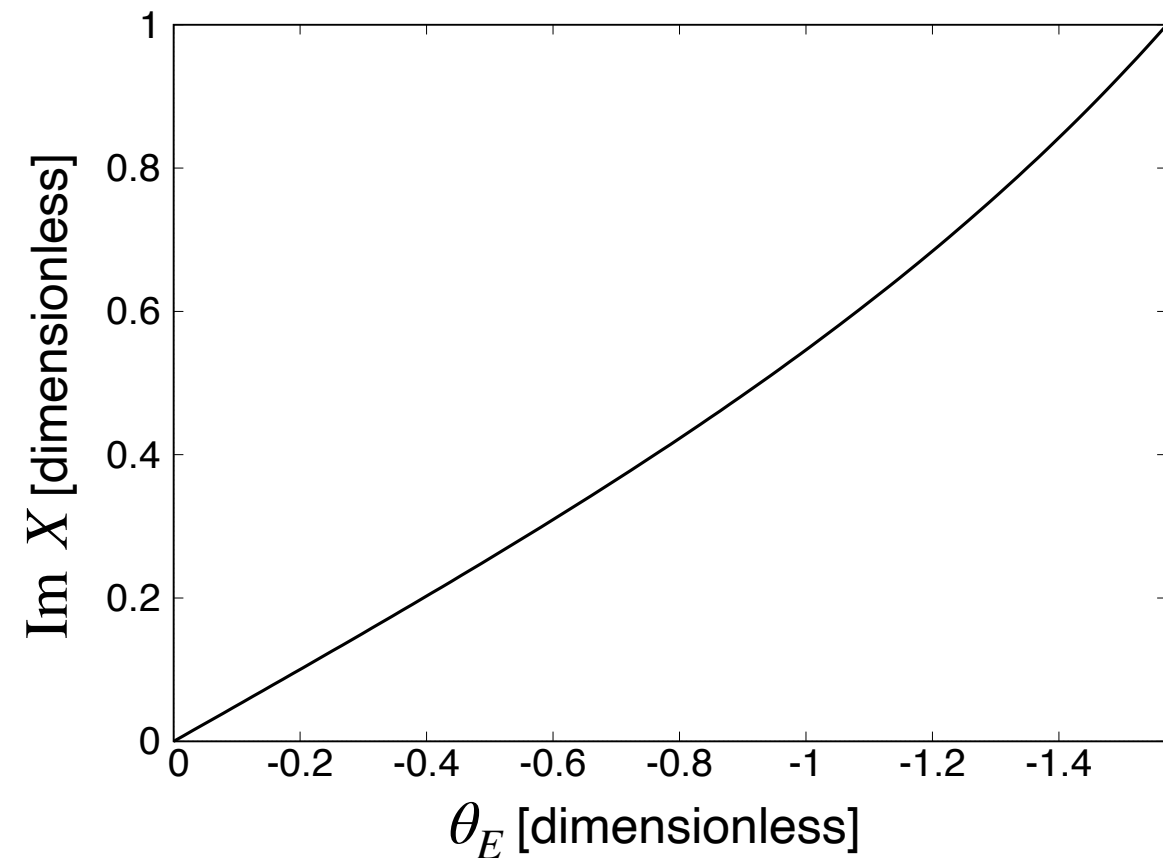
$$X = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{2r_e}{a_0}}} = -i \tan \theta_k = -i \tan(\theta_E/2)$$



$$(k = |k| e^{i\theta_k}, E = |E| e^{i\theta_E})$$

→ EREで求めた X は純虚数

$\text{Im } X$ の θ_E 依存性



- 一般に、共鳴状態の複合性は**定義上複素数**
- 複素数の複合性を確率として解釈できない!!



複素複合性の確率解釈

- 複素複合性の解釈方法は一意に定まらない

- $|X|$ F. Aceti, E. Oset, Phys. Rev. D 86, 014012 (2012); T. Hyodo, Int. J. Mod. Phys. A 28, 1330045 (2013);
Z.H. Guo, J.A. Oller, Phys. Rev. D 93(9), 096001 (2016); J.A. Oller, Annals Phys. 396, 429 (2018).

- $\text{Re } X$ F. Aceti, L.R. Dai, L.S. Geng, E. Oset, Y. Zhang, Eur. Phys. J. A 50, 57 (2014).

- 複素 X から定義した新しい量

Y. Kamiya, T. Hyodo, PTEP 2017(2), 023D02 (2017);

T. Sekihara, T. Arai, J. Yamagata-Sekihara, S. Yasui, Phys. Rev.C 93(3), 035204 (2016).

- EREを元にした新しい量

T. Hyodo, Phys. Rev. Lett. 111, 132002 (2013);

I. Matuschek, V. Baru, F.K. Guo, C. Hanhart, Eur. Phys. J. A 57(3), 101 (2021).

→ 「妥当」な解釈は決め方いろいろ！

● 「妥当」な解釈のための条件

1. $\text{Im } X \rightarrow 0$ で束縛状態の複合性に帰着

2. 確率的指標 (規格化されている & 0と1の間の実数)

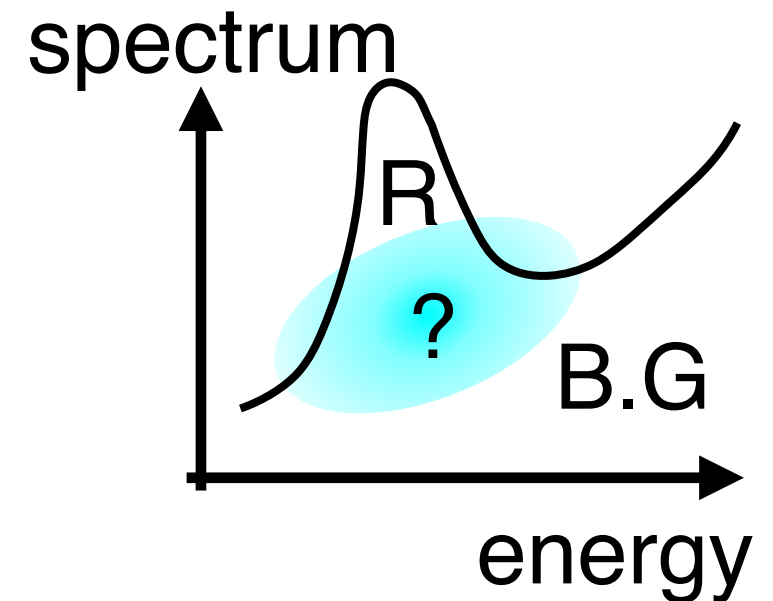
3. 幅の狭い共鳴の内部構造だけを解釈したい！

新たな複合性の確率解釈

- i) $\mathcal{X}$: $|\text{composite}\rangle$ を確実に観測する確率
- ii) $\mathcal{Z}$: $|\text{elementary}\rangle$ を確実に観測する確率
- iii) $\mathcal{Y}$: uncertain identification の確率

uncertain の起源 T. Berggren, Phys. Lett. B 33, 547 (1970).

- 有限の寿命の不定性
- B.G. からの分離の不定性



$$\mathcal{X} = \frac{(\alpha - 1)|X| - \alpha|Z| + \alpha}{2\alpha - 1}$$

$$\mathcal{Z} = \frac{(\alpha - 1)|Z| - \alpha|X| + \alpha}{2\alpha - 1}$$

$$\mathcal{Y} = \frac{|X| + |Z| - 1}{2\alpha - 1}$$

α : 解釈の不定性を反映したパラメタ

$$1. \mathcal{X} \rightarrow X, \mathcal{Z} \rightarrow Z$$

$$\text{and } \mathcal{Y} \rightarrow 0 \text{ (Im } X \rightarrow 0)$$

$$2. \mathcal{X} + \mathcal{Y} + \mathcal{Z} = 1$$

新たな複合性の確率解釈

- $\alpha > 1/2$ の場合, $\mathcal{Y}$ はいつも正だが $\mathcal{X}, \mathcal{Z}$ は負になりうる

	$\mathcal{X} > \mathcal{Y}, \mathcal{Z}$	composite dominant
$\mathcal{X} \geq 0$ and $\mathcal{Z} \geq 0$	$\mathcal{Z} > \mathcal{Y}, \mathcal{X}$	elementary dominant
	$\mathcal{Y} > \mathcal{X}, \mathcal{Z}$	uncertain
$\mathcal{X} < 0$ or $\mathcal{Z} < 0$		non-interpretable

3. 幅の狭い共鳴だけを解釈したい

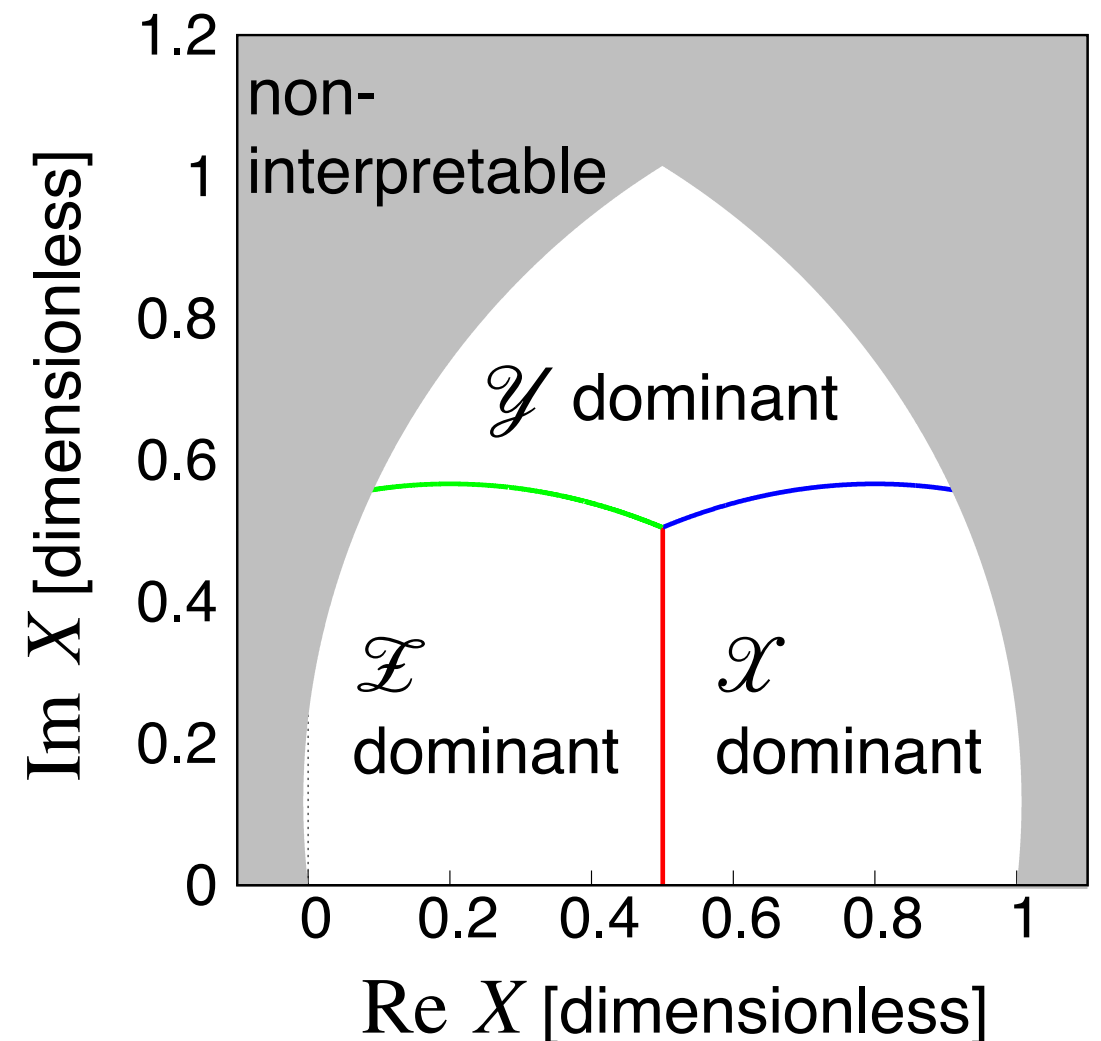
$$\longrightarrow \Gamma \leq \text{Re } E$$

- EREを使うと $\alpha \sim 1.1318$

- 幅の狭い共鳴 = 解釈可能

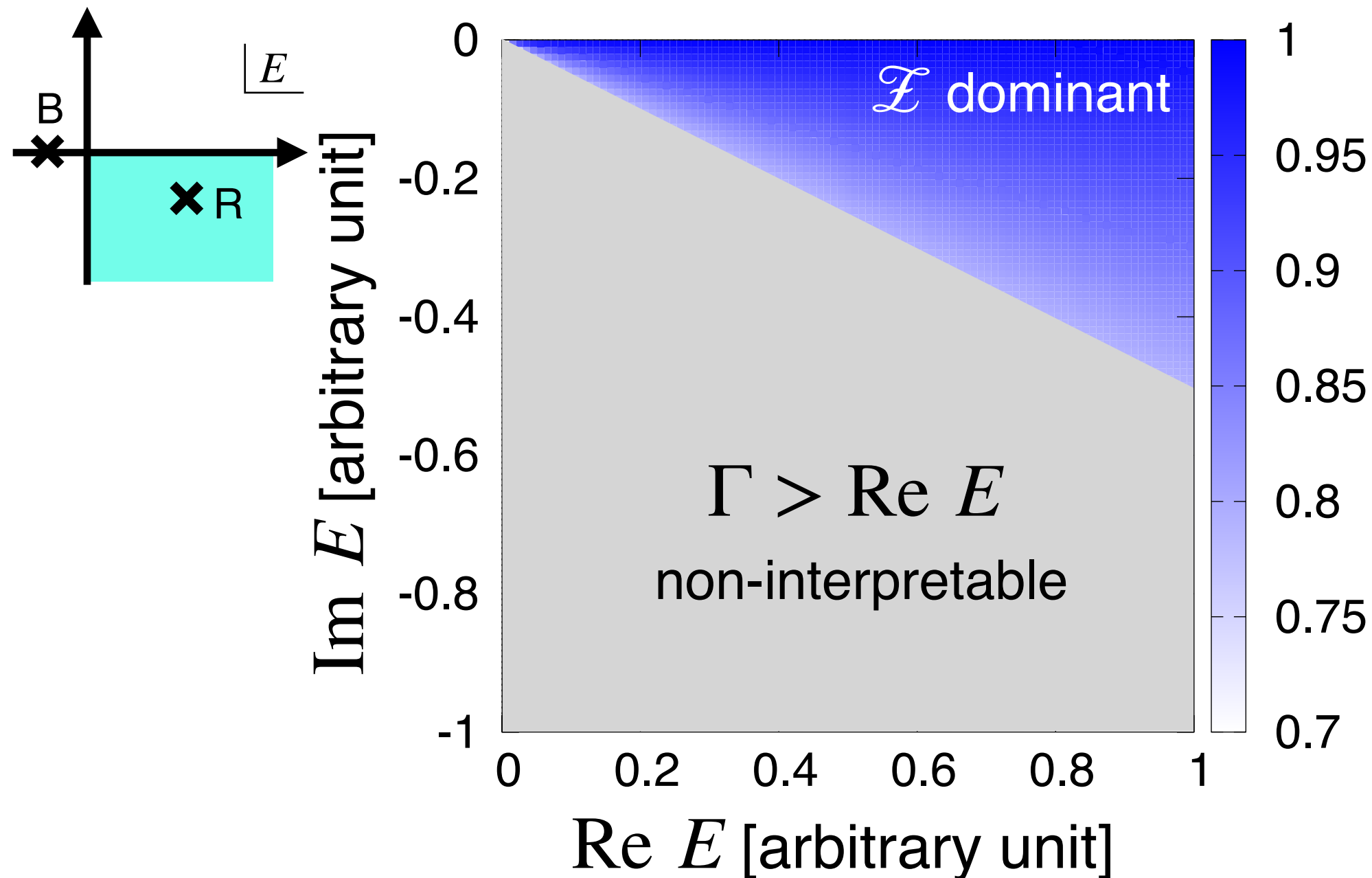
$\longrightarrow \mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z}$ のどれかが支配的

- 幅の広い共鳴 = 解釈不可能



閾値近傍の共鳴状態の内部構造

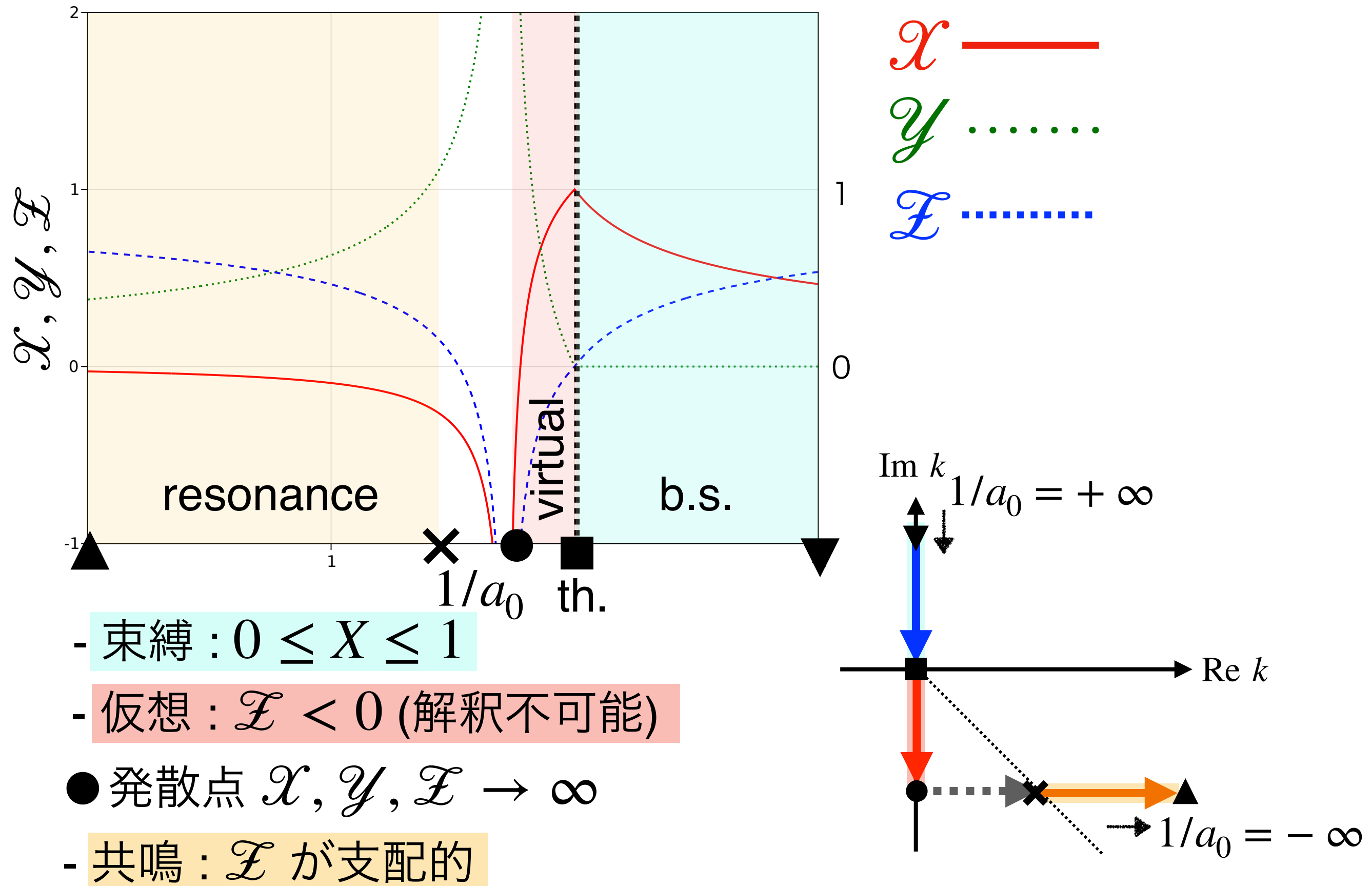
31



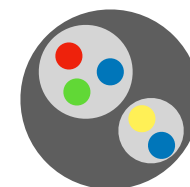
- 共鳴状態は複合的ではない ($\mathcal{I} \gtrsim 0.8$)
- 閾値近傍の束縛状態とは定性的に異なる！
($X \sim 1, Z \sim 0$ のハドロン分子的構造)

束縛から共鳴の $\mathcal{X}$, $\mathcal{Y}$, $\mathcal{F}$ の変化

32



- 閾値近傍の束縛状態はハドロン分子的



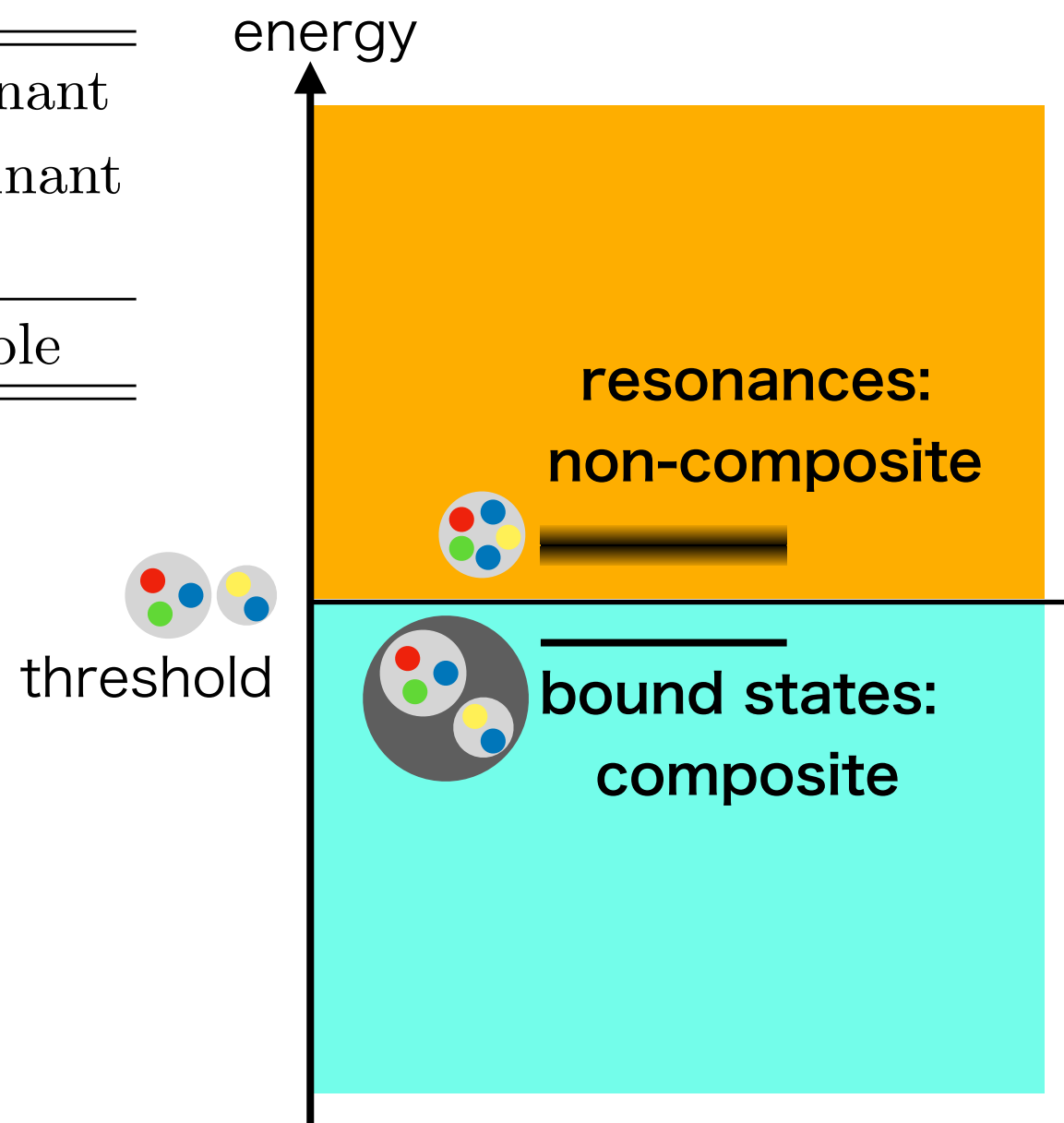
∴ 低エネルギー普遍性

- 共鳴状態の複合性の新しい解釈方法

$\mathcal{X} > \mathcal{Y}, \mathcal{Z}$	composite dominant
$\mathcal{X} \geq 0$ and $\mathcal{Z} \geq 0$	$\mathcal{Z} > \mathcal{Y}, \mathcal{X}$ elementary dominant
$\mathcal{Y} > \mathcal{X}, \mathcal{Z}$	uncertain
$\mathcal{X} < 0$ or $\mathcal{Z} < 0$	non-interpretable

- 閾値近傍の共鳴状態は複合的ではない！

浅い束縛状態と全く異なる





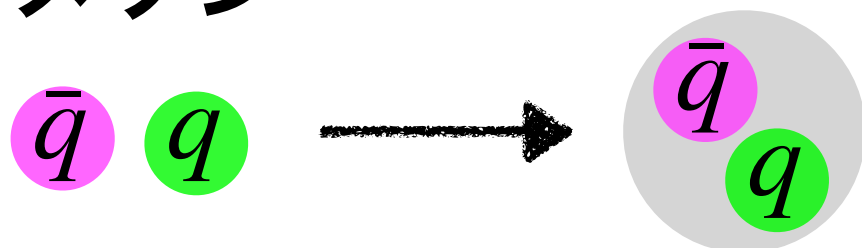
Back up

エキゾチックハドロン

クォーク q , グルーオン $\longrightarrow$ ハドロン
強い相互作用

● 通常のハドロン

- メソン



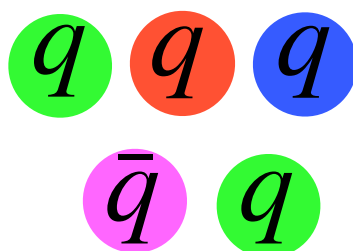
- バリオン



- およそ400種 Particle Data Group, S. Navas et al., Phys. Rev. D 110, 030001 (2024).

● エゾチックハドロン

4つ以上の q でないと説明不可 $\longrightarrow$ エキゾチックハドロン



??? 内部構造が未確立！

- 数種しか観測されていない $\longleftarrow$ 理由？
- 量子色力学 (QCD) の非摂動的な現象の解明

複合性の定義

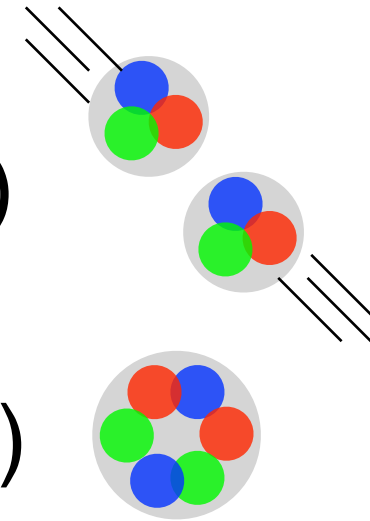
T. Hyodo, Int. J. Mod. Phys. A 28, 1330045 (2013);
T. Kinugawa and T. Hyodo, (2024), 2411.12285.

- ハミルトニアンをfreeな部分とそれ以外 (interaction) に分ける

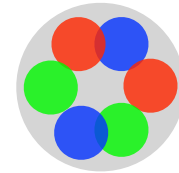
$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

- freeなハミルトニアンの固有状態

$$\hat{H}_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} |\mathbf{p}\rangle \quad \text{freeな散乱 (連続固有状態)}$$



$$\hat{H}_0 = \nu_0 |\phi\rangle \quad \text{bareな状態 (離散固有状態)}$$



- 複合性 X , 素粒子性 Z

$$X = \int d\mathbf{p} \, |\langle \mathbf{p} | B \rangle|^2 \quad \text{freeな散乱状態と束縛状態のoverlap}$$

$$Z = |\langle \phi | B \rangle|^2 \quad \text{bareな状態と束縛状態のoverlap}$$

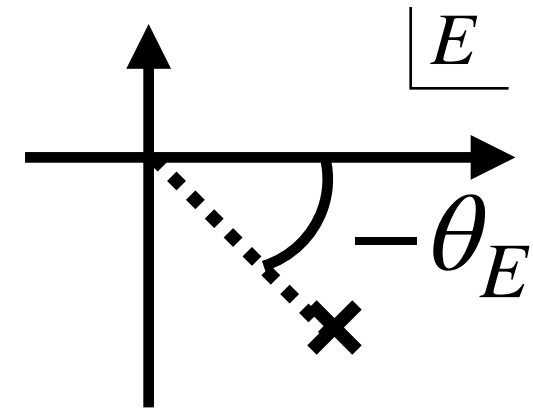
- ・ 弱束縛関係式 (束縛状態) $a_0 = R \left\{ \frac{2X}{1+X} + \mathcal{O} \left(\frac{R_{\text{int}}}{R} \right) \right\}$, $R \equiv \sqrt{2\mu B}$

散乱長 a_0 , 束縛エネルギー $B \rightarrow$ 複合性 X

有効レンジ r_e も分かれば、より正確に見積もれる

- ・ 有効レンジ展開 (共鳴状態)

$$X = \sqrt{\frac{1}{1 - 2r_e/a_0}} = -i \tan \left(\frac{\theta_E}{2} \right)$$



θ_E : 複素 E 平面での固有エネルギーの偏角 ($E = |E| e^{i\theta_E}$)

励起エネルギー $\text{Re } E$ と崩壊幅 $\Gamma \rightarrow$ 複合性 X

複合性の計算に必要な実験データ

$\rightarrow$ 散乱長と固有エネルギー (と有効レンジ)

Weak-binding relation

S. Weinberg, Phys. Rev. 137, 672–678 (1965).

$$X = \frac{a_0}{2R - a_0} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\text{typ}}}{R}\right)$$

a_0 : scattering length
 R_{typ} : typical length scale in system
 $R = 1/\sqrt{2\mu B}$

- for weakly bound states, $R \gg R_{\text{typ}}$

compositeness $\longleftarrow$ observables (a_0, B)

Y. Li, F.-K. Guo, J.-Y. Pang, and J.-J. Wu, Phys. Rev. D 105, L071502 (2022);

J. Song, L. R. Dai, and E. Oset, Eur. Phys. J. A 58, 133 (2022);

M. Albaladejo, J. Nieves, Eur. Phys. J. C 82, 724 (2022);

T. Kinugawa, T. Hyodo, Phys. Rev. C 106, 015205 (2022).

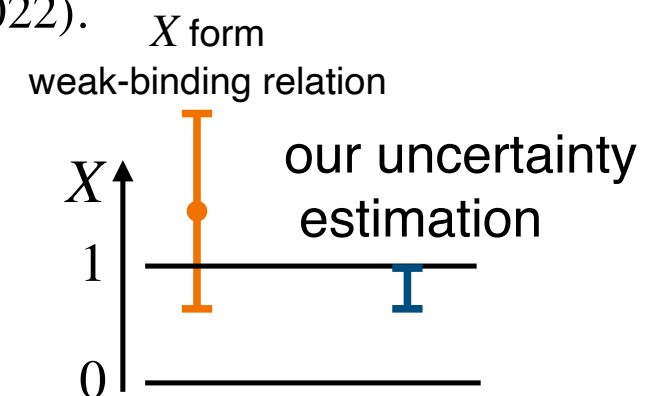
● range correction

compositeness of deuteron $X \sim 1.7 > 1$

$\longrightarrow$ important to consider effective range

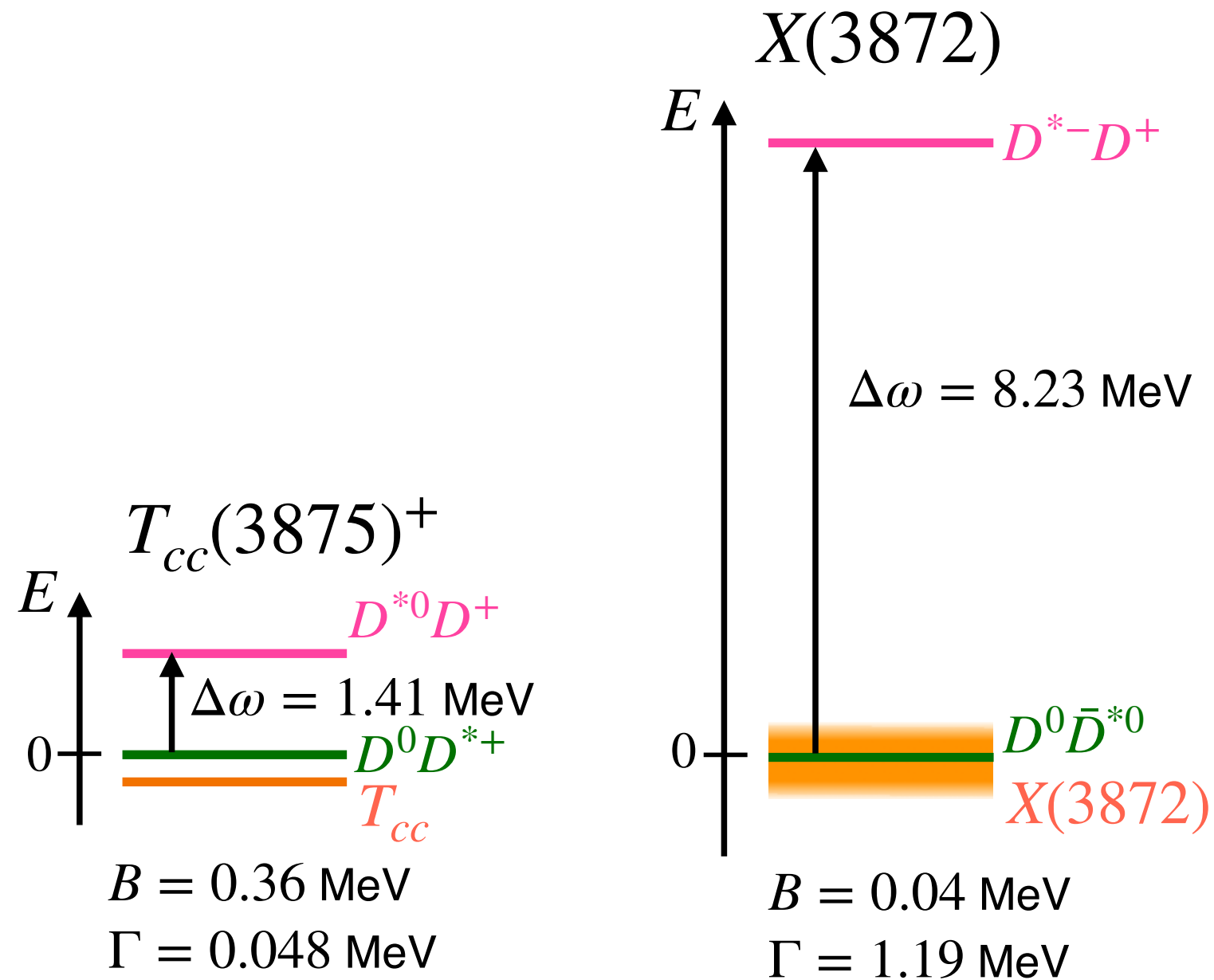
- our work : range correction $\longleftarrow$ uncertainty estimation

compositeness of deuteron : $0.74 \leq X \leq 1$



複数チャンネル系

ハドロン系 $\rightarrow$ 複数チャンネル (multi-channel) 系



LHCb Collaboration, Nat. Commun **13** 3351 (2022).

Particle Data Group, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024).

- 他のとりうる状態 (チャンネル) にも結合

崩壊幅とチャンネル結合が内部構造に及ぼす影響？

崩壊チャンネルの効果

● 崩壊チャンネルの効果入りモデル

- 結合定数を複素数にする $g_0 \in \mathbb{C}$

→ 非エルミートハミルトニアン $\mathcal{H}_{\text{int}} = g_0(\phi^\dagger \psi_1 \phi_2 + \phi_1^\dagger \psi_2^\dagger \phi)$

- 不安定状態の固有エネルギーは**複素数**

$$E = -B \longrightarrow E = -B - i\Gamma/2$$

→ モデルに**有効的**に崩壊チャンネルの影響を取り入れられる

● 不安定状態の複合性

- **複素数** $X \in \mathbb{C}$
- 確率的指標 $\tilde{X}$ を定義

$$\tilde{X} = \frac{|X|}{|X| + |1 - X|}$$

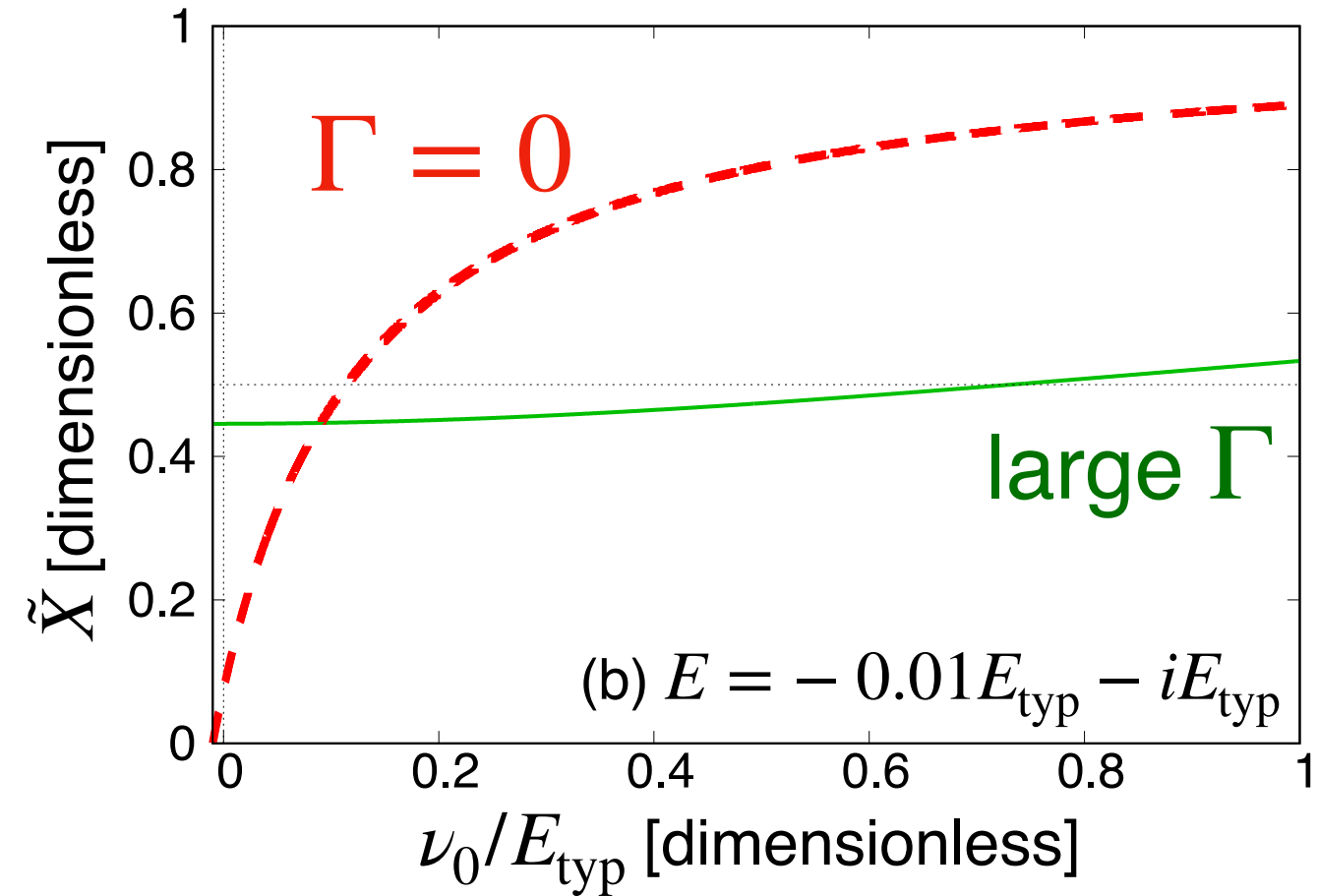
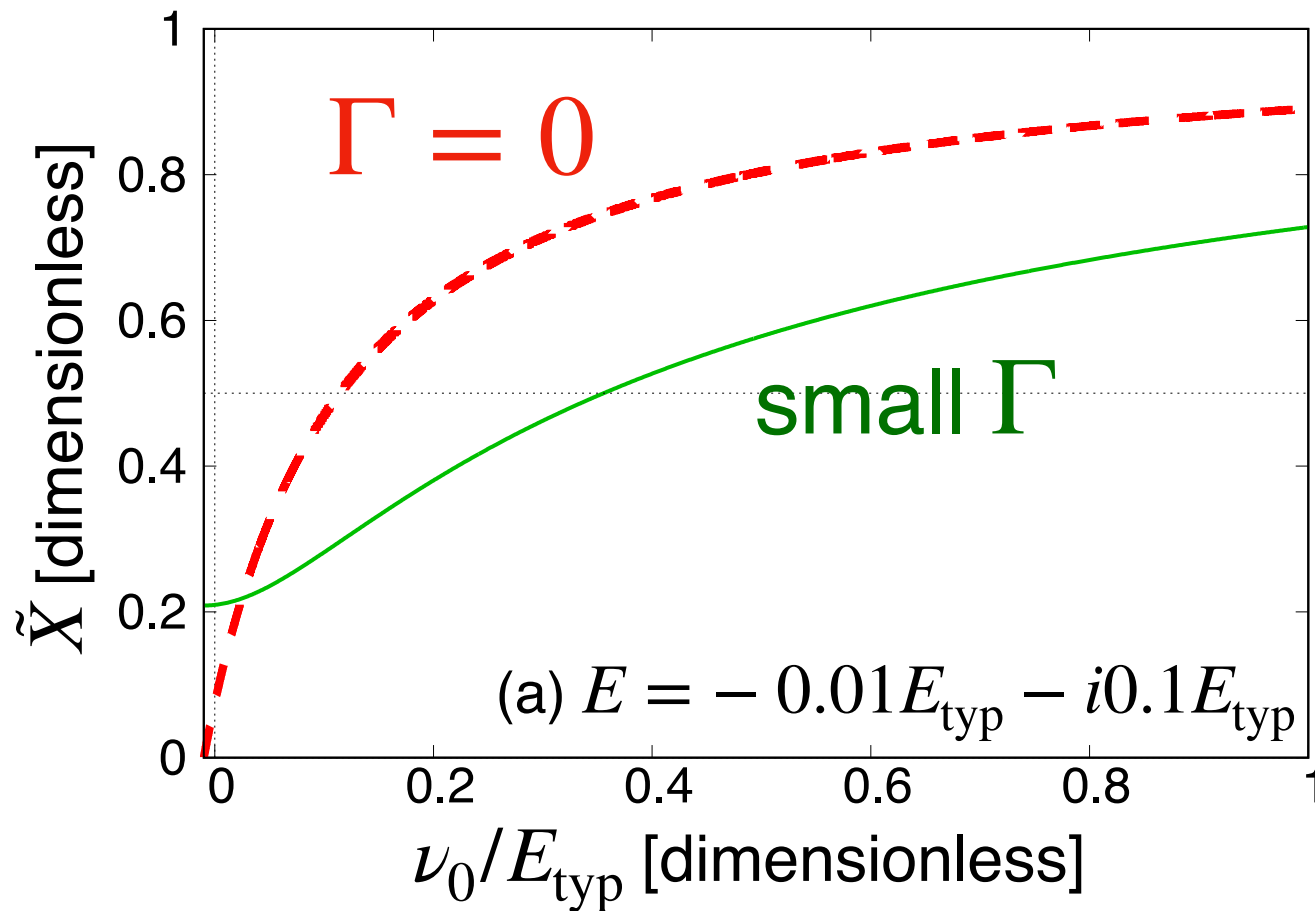
T. Sekihara, T. Arai, J. Yamagata-Sekihara and S. Yasui,
PRC 93, 035204 (2016).

崩壊の効果

● 束縛エネルギーが同じ場合

$$E = -0.01E_{\text{typ}} - \underline{i0.1E_{\text{typ}}}$$

$$E = -0.01E_{\text{typ}} - \underline{iE_{\text{typ}}}$$

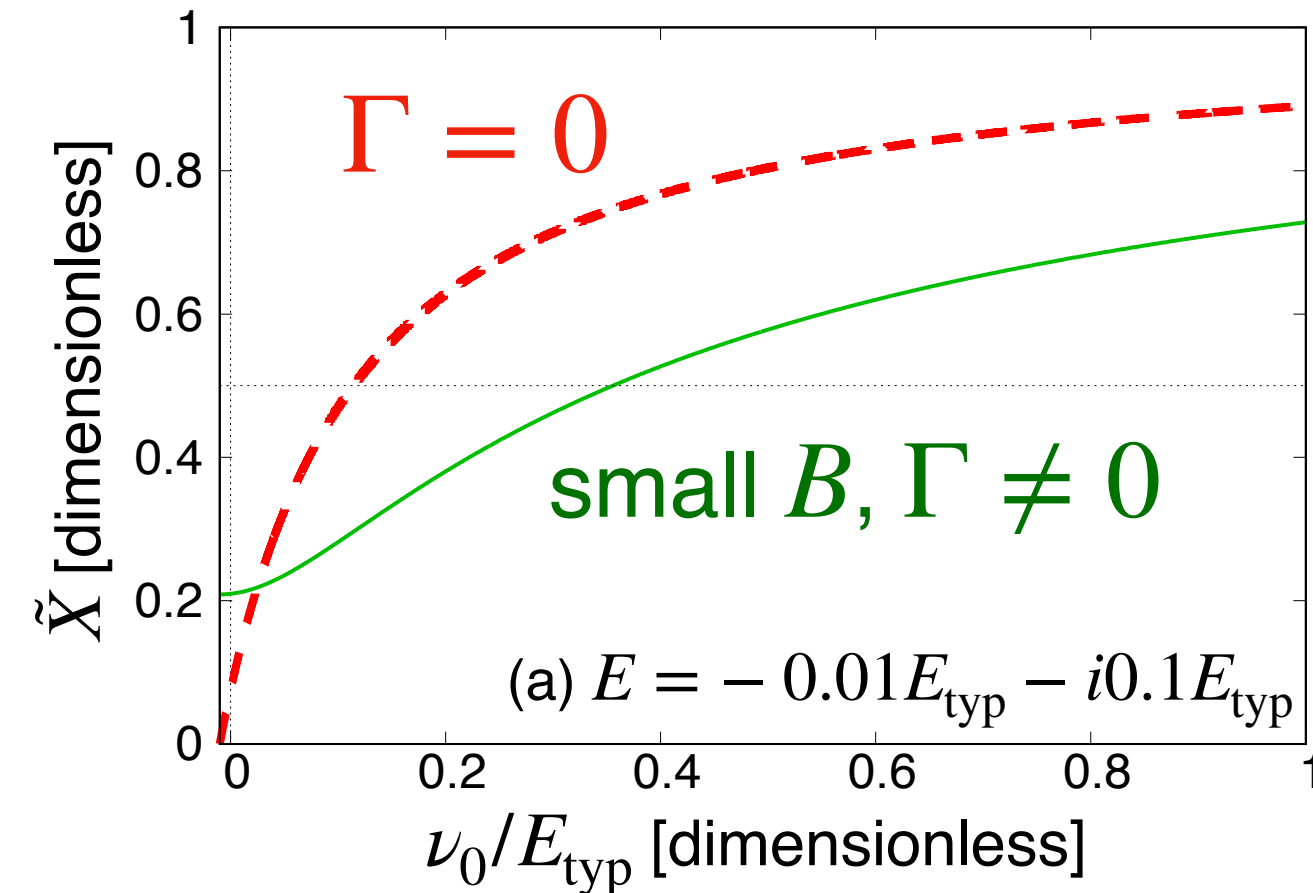


- $\Gamma = 0$ と $\Gamma \neq 0$ の差 $\rightarrow$ 崩壊による変化
- $\tilde{X}$ は崩壊の効果で小さくなる
- $\therefore$ $|\text{others}\rangle$ の重み $(1 - X)$ が崩壊によって増えるからと解釈

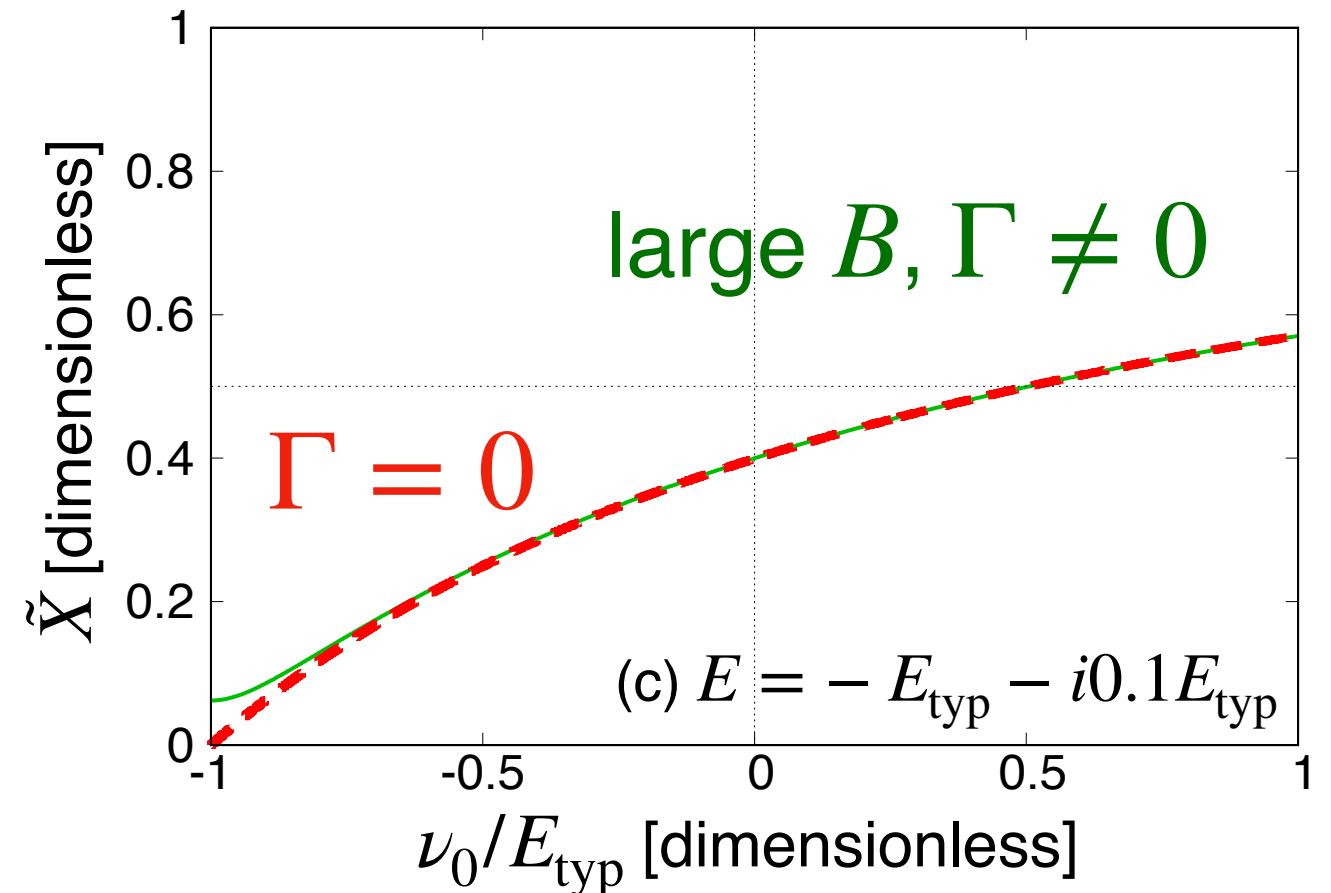
崩壊の効果

● 崩壊幅が同じ場合

$$E = -0.01E_{\text{typ}} - i0.1E_{\text{typ}}$$



$$E = -E_{\text{typ}} - i0.1E_{\text{typ}}$$



- 束縛エネルギー B が小さい方が $\tilde{X}$ の減り具合が大きい
- $\tilde{X}$ の減り具合は B と Γ の比で決まる

チャンネル結合の効果



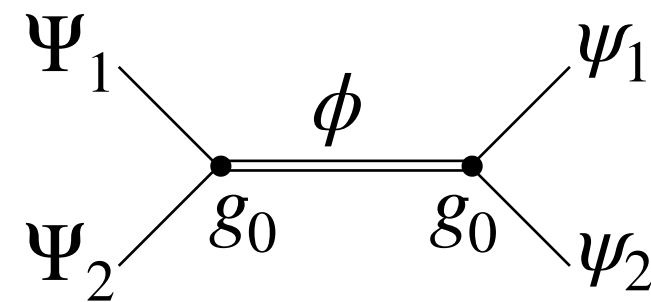
● 複合性

$$|\Psi\rangle = \sqrt{X_1} |\text{threshold ch}\rangle + \sqrt{X_2} |\text{coupled ch}\rangle + \sqrt{Z} |\text{others}\rangle$$

- 閾値チャンネルの複合性 X_1 , 結合チャンネルの複合性 X_2

● チャンネル結合 $\Psi_1\Psi_2$ 入りモデル

- チャンネル1と2は同じ結合定数



● 低エネルギー普遍性

$B \rightarrow 0 \longrightarrow$ 1チャンネルの場合に帰着

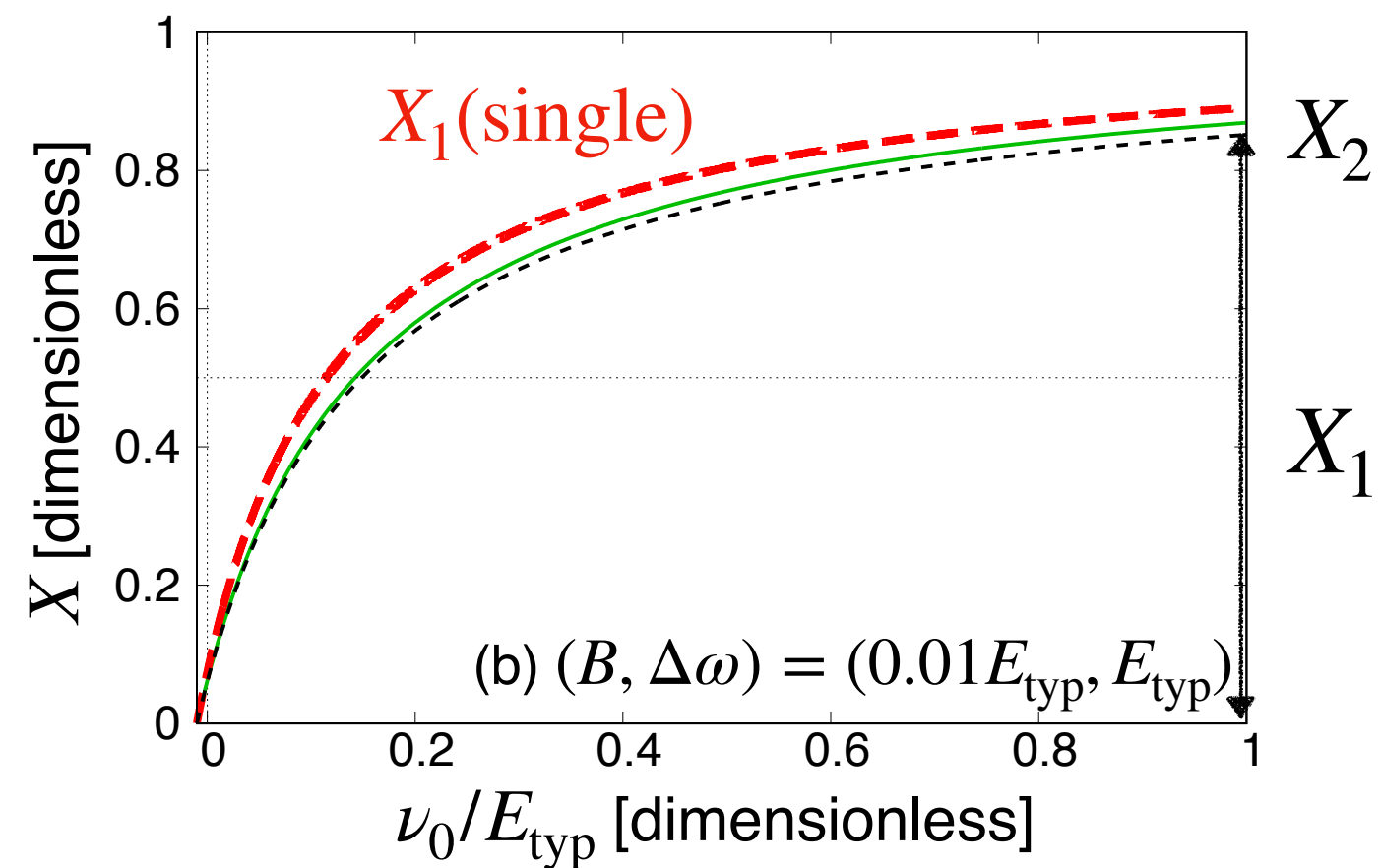
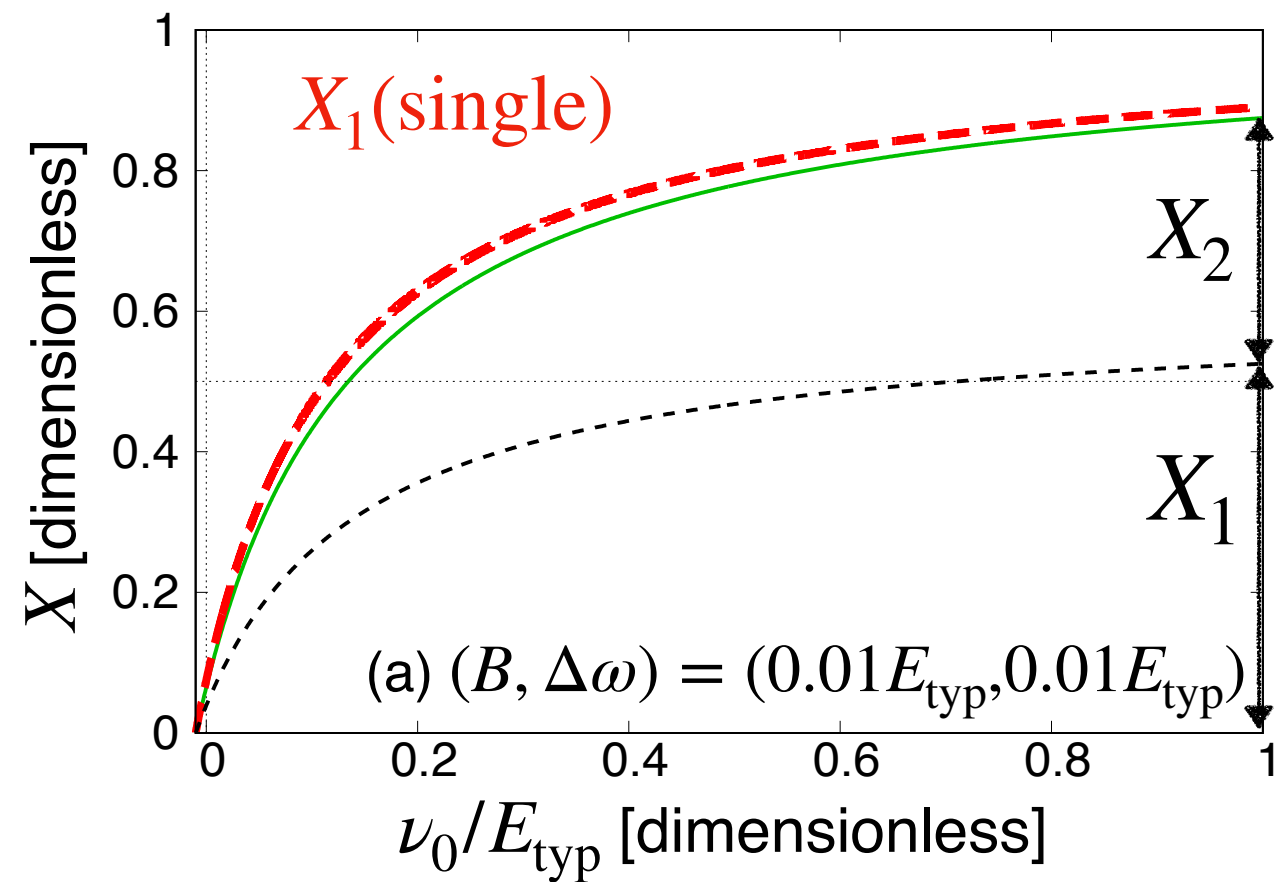
$$\boxed{X_1} \rightarrow 1, X_2 \rightarrow 0 \text{ かつ } Z \rightarrow 0$$

チャンネル結合の効果

● 束縛エネルギーが同じ場合

$$(B, \Delta\omega) = (0.01E_{\text{typ}}, 0.01E_{\text{typ}})$$

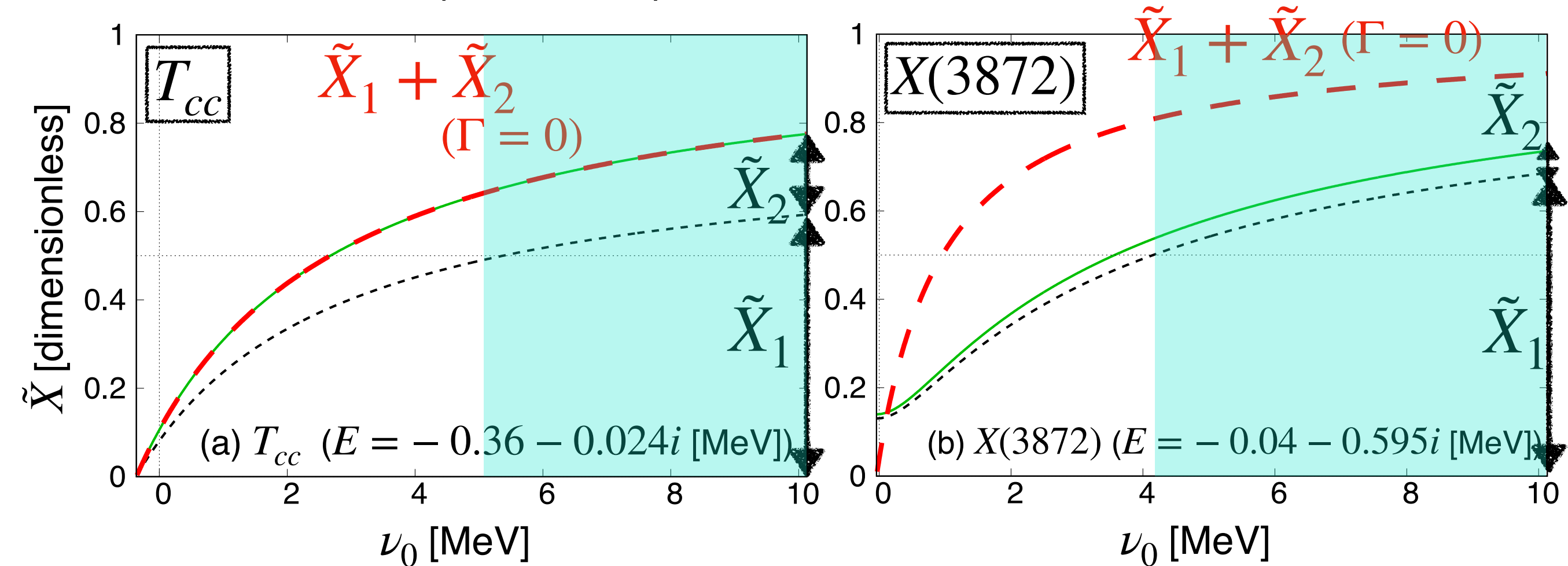
$$(B, \Delta\omega) = (0.01E_{\text{typ}}, E_{\text{typ}})$$



- X_1 はチャンネル結合によって減る
- ∴ $|\text{coupled channel}\rangle$ の重み X_2 が増えるから
- X_1 の減り具合は B と $\Delta\omega$ の比で決まる

Application to T_{cc} and $X(3872)$

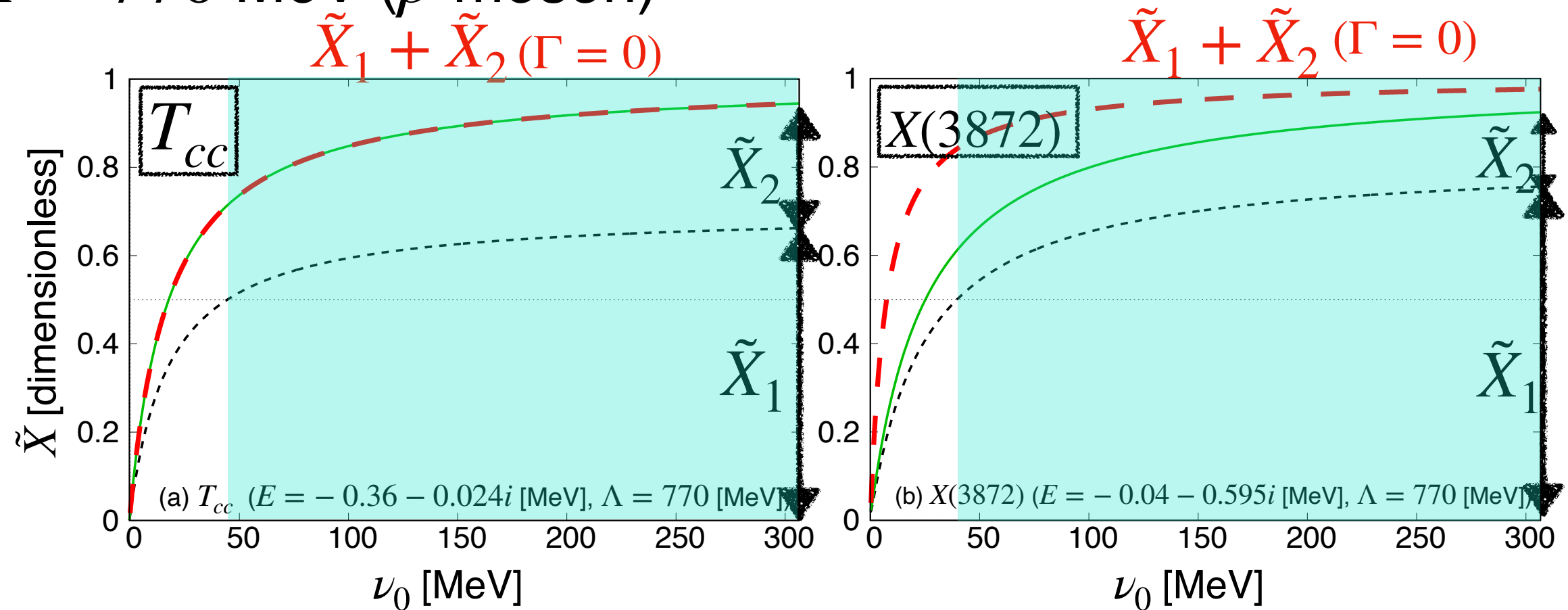
- $\Lambda = 140$ MeV (π meson)



- T_{cc} : $\tilde{X}_1 > 0.5$ for 45 % of ν_0 region
- $X(3872)$: $\tilde{X}_1 > 0.5$ for 59 % of ν_0 region
- coupled ch. effect is more important for T_{cc} than $X(3872)$
- decay effect is more important for $X(3872)$ than T_{cc}

Application to T_{cc} and $X(3872)$

- $\Lambda = 770$ MeV (ρ meson)



- T_{cc} : $\tilde{X}_1 > 0.5$ for 85 % of ν_0 region
- $X(3872)$: $\tilde{X}_1 > 0.5$ for 87 % of ν_0 region
- typical energy scale E_{typ} is larger
- states becomes close to universality limit $X \rightarrow 1$
- decay effect : suppressed coupled ch. effect : enhanced