

エキゾチックハドローンの 複合性に関する理論的研究

T. Kinugawa and T. Hyodo, Phys. Rev. C 109 , 045205 (2024).



東京都立大学 衣川友那

3月20日, 日本物理学会 2025年春季大会

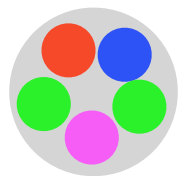
エキゾチックハドロン

- クォーク3つ・クォーク反クォーク → 通常のハドロン
- それ以外の構造 → **エキゾチックハドロン** → 内部構造？

● とりうる内部構造

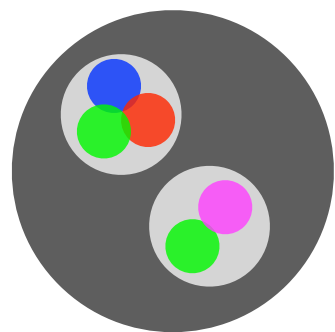
F-K. Guo, C. Hanhart, Ulf-G. Meißner, Q. Wang, Q. Zhao, and B-S. Zou,
RevModPhys.90.015004 (2018).

- マルチクォーク：クォーク → ハドロン



大きさ $\lesssim 1$ fm (コンパクト)

- ハドロン分子：クォーク → ハドロン (subunit) → ハドロン



大きさ $\gtrsim$ 数 fm (空間的に広がっている)

例) 重陽子

→ これらの内部構造の**重ね合わせ**

それぞれの成分の重みを調べる → 内部構造の確立

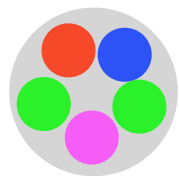
エキゾチックハドロン

- クォーク3つ・クォーク反クォーク → 通常のハドロン
- それ以外の構造 → **エキゾチックハドロン** → 内部構造？

● とりうる内部構造

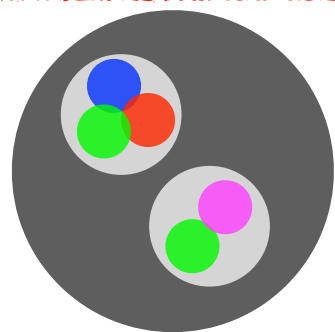
F-K. Guo, C. Hanhart, Ulf-G. Meißner, Q. Wang, Q. Zhao, and B-S. Zou,
RevModPhys.90.015004 (2018).

- マルチクォーク：クォーク → ハドロン



大きさ $\lesssim 1$ fm (コンパクト)

- **ハドロン分子**：クォーク → ハドロン (subunit) → ハドロン



大きさ $\gtrsim$ 数 fm (空間的に広がっている)

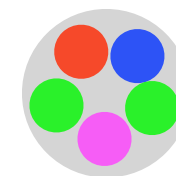
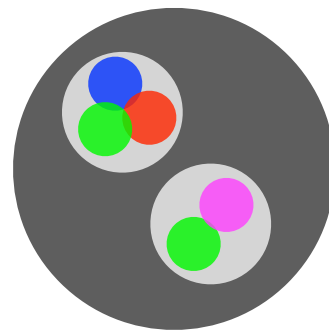
例) 重陽子

→ これらの内部構造の**重ね合わせ**

それぞれの成分の重みを調べる → 内部構造の確立

複合性 (compositeness)

◎ 定義



$$|\text{hadron}\rangle = \sqrt{X} |\text{hadronic molecule}\rangle + \sqrt{Z} |\text{others}\rangle$$

複合性

素粒子性

- 定量的な指標

Weinberg, S. Phys. Rev. 137, 672–678 (1965);
T. Hyodo, Int. J. Mod. Phys. A 28, 1330045 (2013);
T. Kinugawa, T. Hyodo, Phys. Rev. C 106, 015205 (2022); arXiv:2403.12635 [hep-ph].

$$0 \leq X \leq 1$$

$$X + Z = 1$$



$$X > 0.5 \Leftrightarrow \text{複合的 (ハドロン分子的)}$$

$$X < 0.5 \Leftrightarrow \text{素粒子的 (非ハドロン分子的)}$$

- エキゾチックハドロンに応用

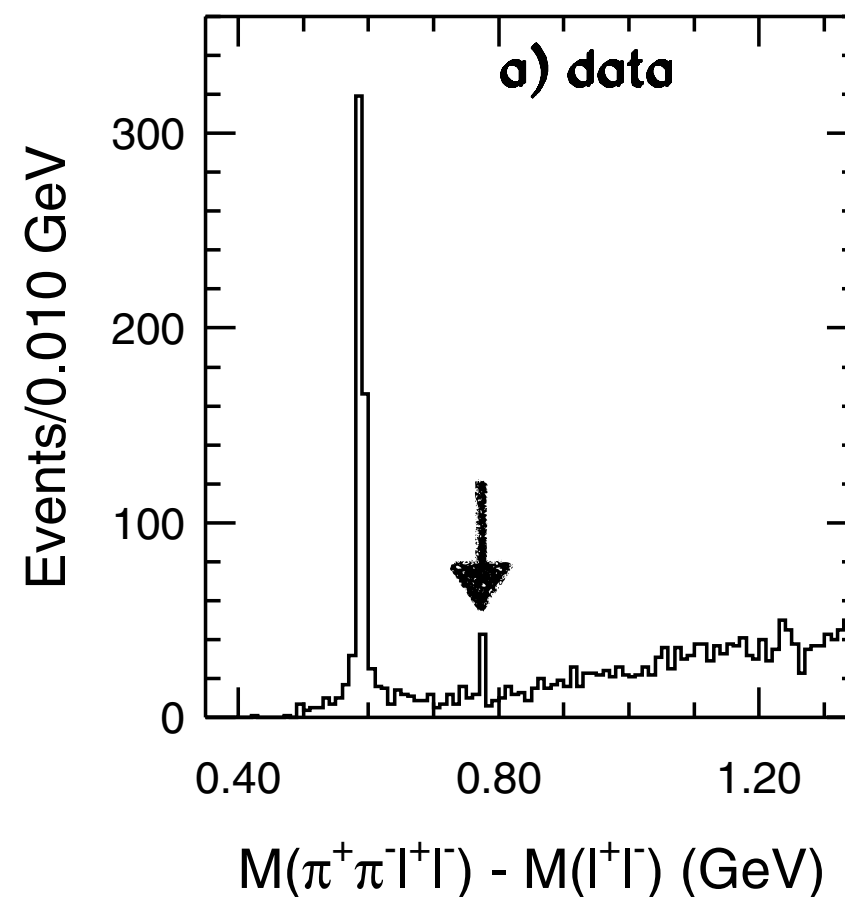
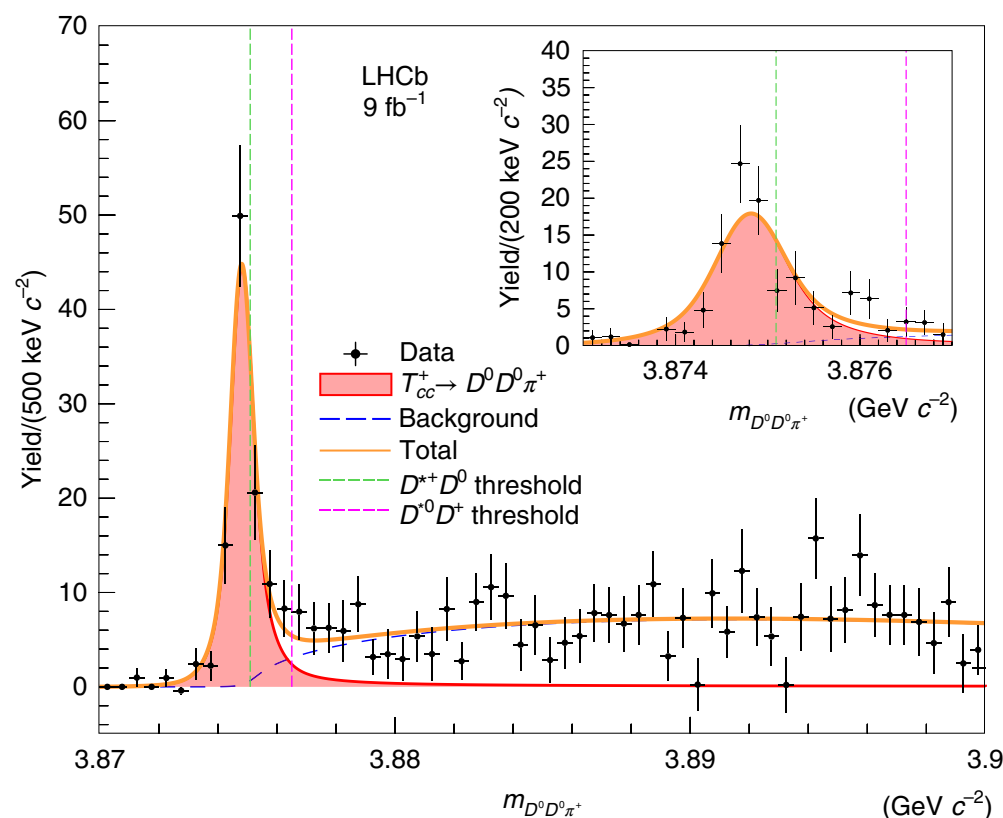
$f_0(980), a_0(980)$ V. Baru, J. Haidenbauer, C. Hanhart, Y. Kalashnikova, A.E. Kudryavtsev,
Phys. Lett. B 586, 53–61 (2004);
Y. Kamiya and T. Hyodo, PTEP 2017; Phys. Rev. C 93, 035203 (2016) etc.

$\Lambda(1405)$ T. Sekihara, T. Hyodo, Phys. Rev. C 87, 045202 (2013) ;
Z.H. Guo, J.A. Oller, Phys. Rev. D 93, 096001 (2016) etc.

エキゾチックハドロンの例

◎ 散乱の閾値近傍のエキゾチックハドロン

$$T_{cc}(3875)^+ \rightarrow D^0 D^0 \pi^+ (cc\bar{u}\bar{d}) \quad X(3872) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$$



LHCb Collaboration, Nature Phys. **18** (2022) no.7, 751-754;

LHCb Collaboration, Nat. Commun. **13** 3351 (2022).

S. K. Choi *et al.* (Belle), Phys. Rev. Lett. **91**, 262001 (2003).

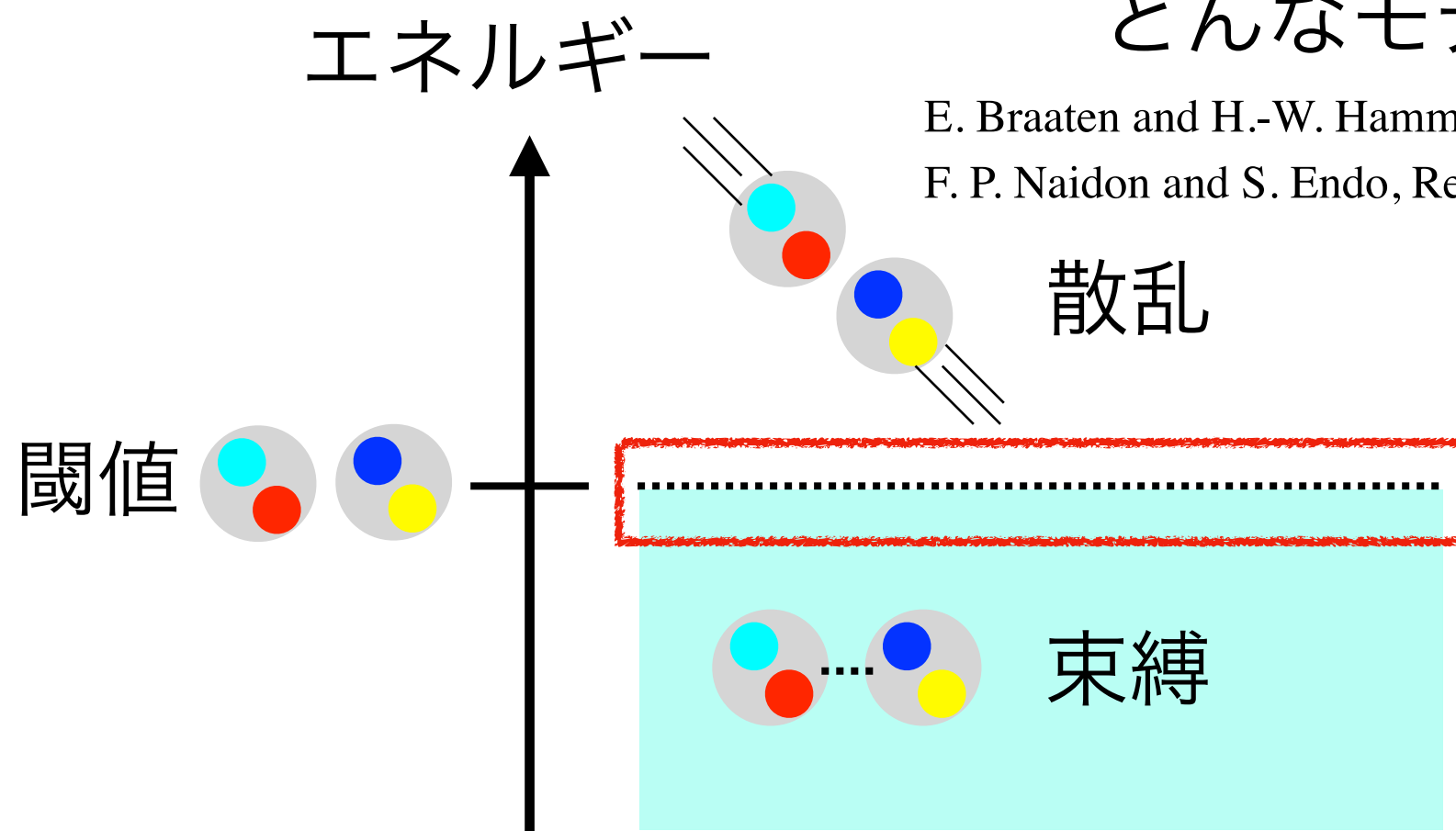
- D メソン2体散乱の閾値エネルギー近傍状態
- 散乱の閾値近傍状態の内部構造 ← 低エネルギー普遍性

低エネルギー普遍性

- 散乱の閾値近傍にあらわれる現象 ← 普遍的な理論

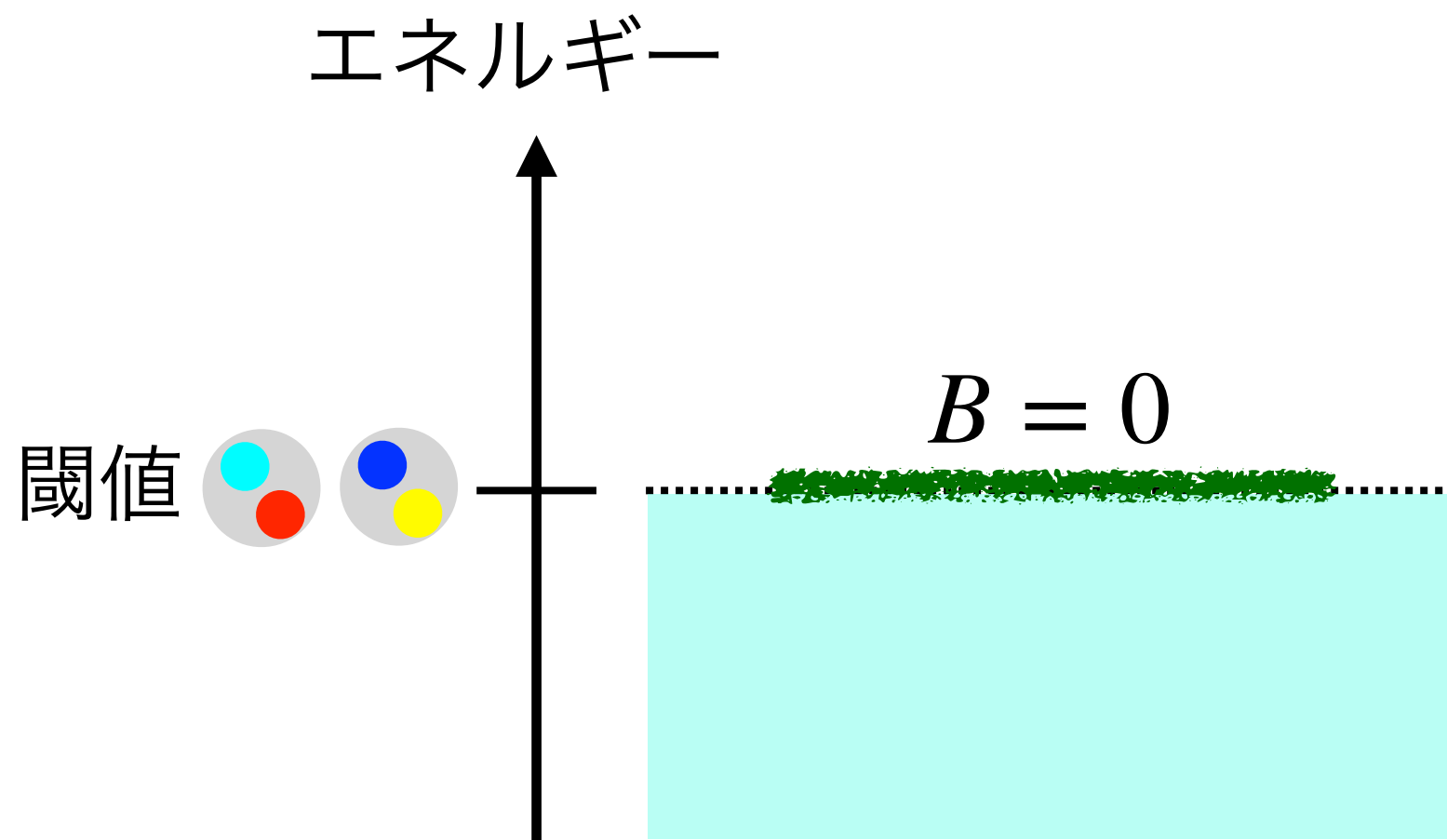
どんなモデルでも同じ結果

E. Braaten and H.-W. Hammer, Phys. Rept. **428**, 259 (2006) ;
F. P. Naidon and S. Endo, Rept. Prog. Phys. **80**, 056001 (2017).



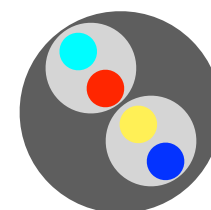
低エネルギー普遍性

- 散乱の閾値近傍にあらわれる現象 ← 普遍的な理論



- 束縛エネルギー $B = 0$ (閾値上)

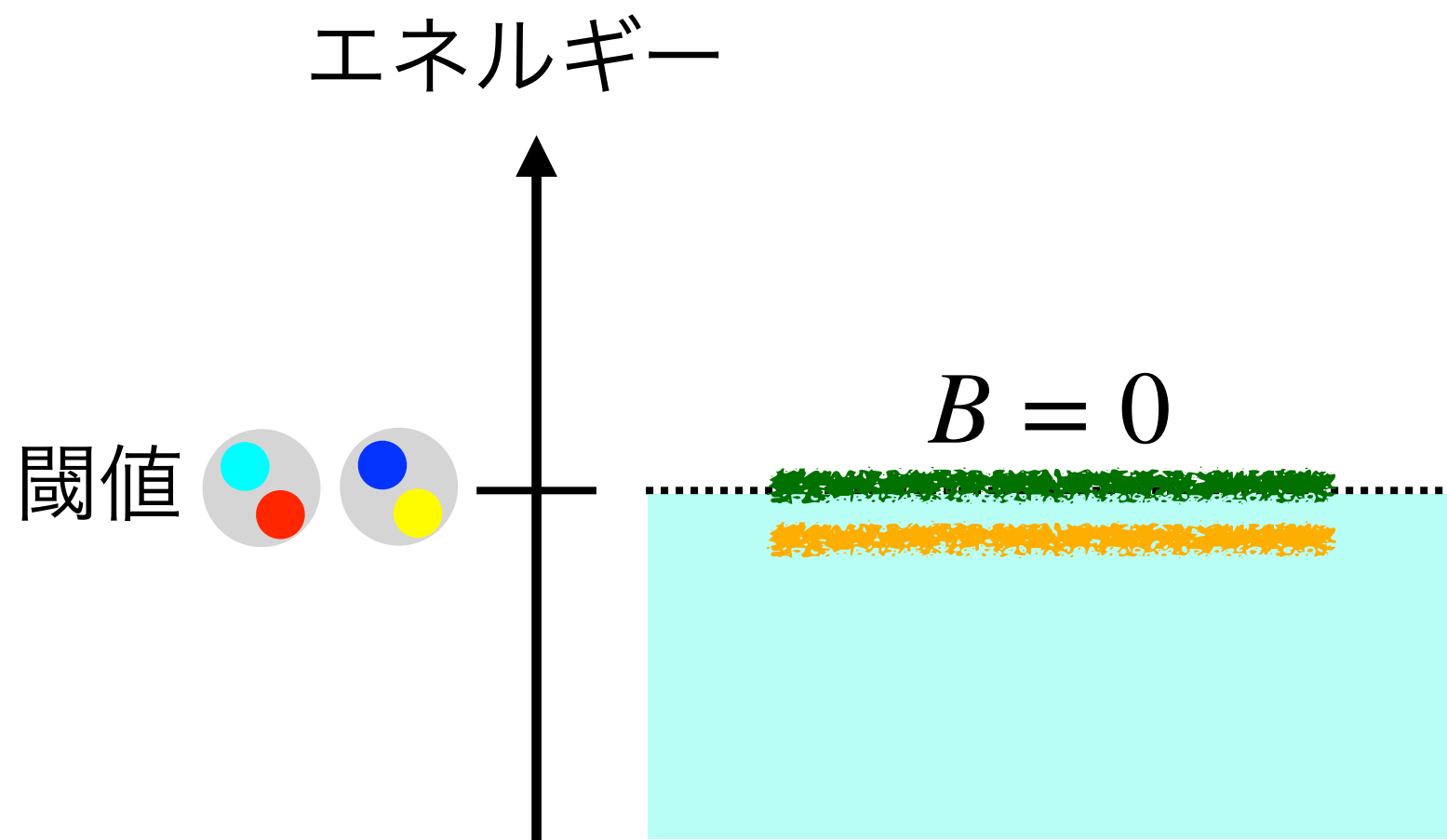
→ 状態は純ハドロン分子 ($X = 1$)



T. Hyodo,
Phys. Rev. C **90**, 055208 (2014) .

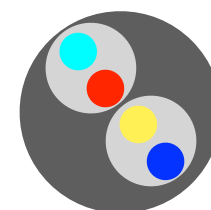
低エネルギー普遍性

- 散乱の閾値近傍にあらわれる現象 ← 普遍的な理論



- 束縛エネルギー $B = 0$ (閾値上)

→ 状態は純ハドロン分子 ($X = 1$)



T. Hyodo,
Phys. Rev. C **90**, 055208 (2014) .

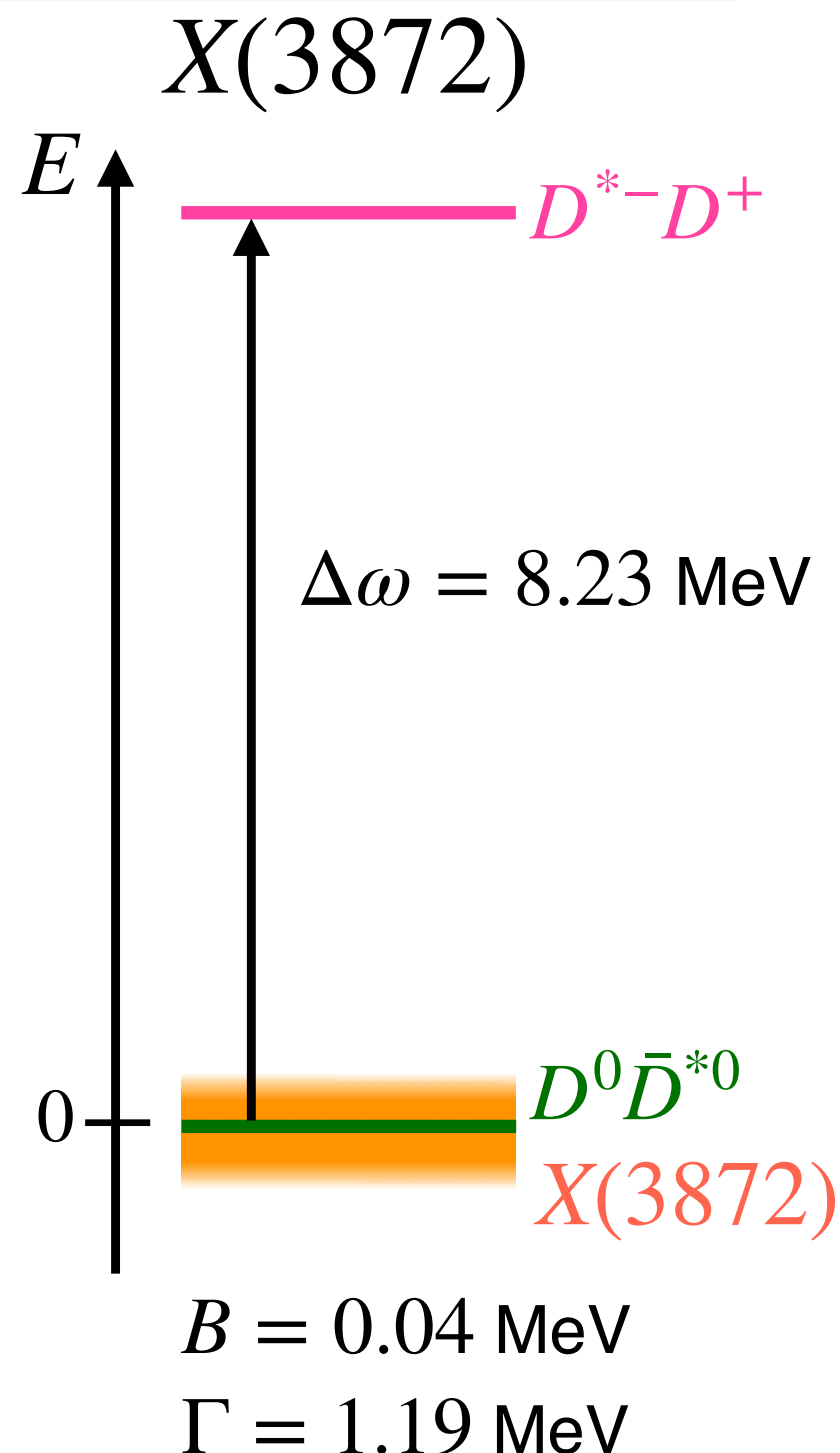
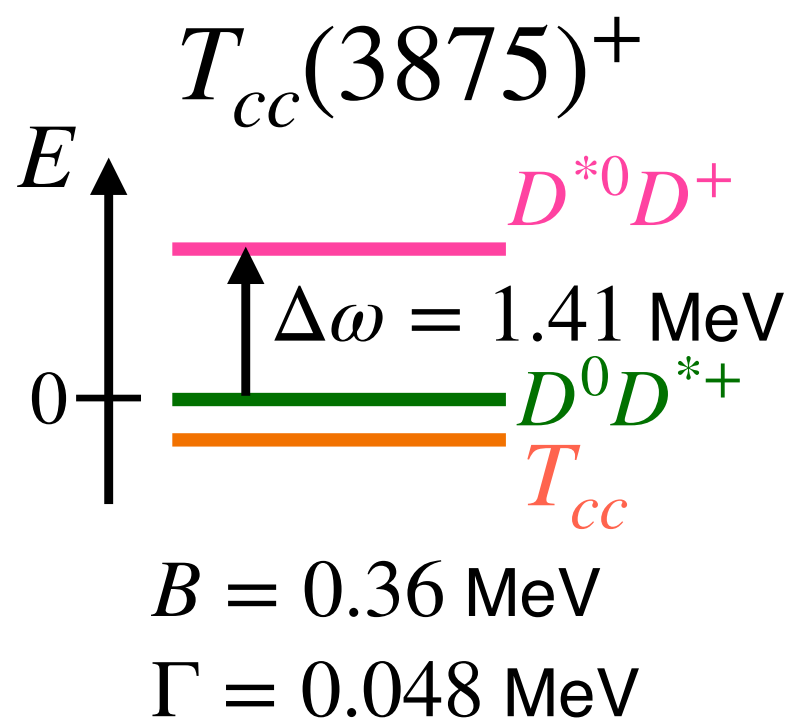
- 閾値近傍状態 ($B \neq 0$) の内部構造？ $X \sim 1$ なのか？ ← 本研究

実際のエキゾチックハドロン

B : 束縛エネルギー

Γ : 崩壊幅

$\Delta\omega$: 閾値エネルギー差



LHCb Collaboration, Nat. Commun **13** 3351 (2022).

Particle Data Group, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024).

崩壊幅とチャンネル結合が内部構造に及ぼす影響？ ← 本研究

浅い束縛状態の複合性 X を低エネルギー普遍性の観点から研究

→ 束縛エネルギーのみから内部構造を決定できるか？

(a) 1チャンネル散乱系の閾値近傍状態

(b) 崩壊幅が内部構造に及ぼす影響

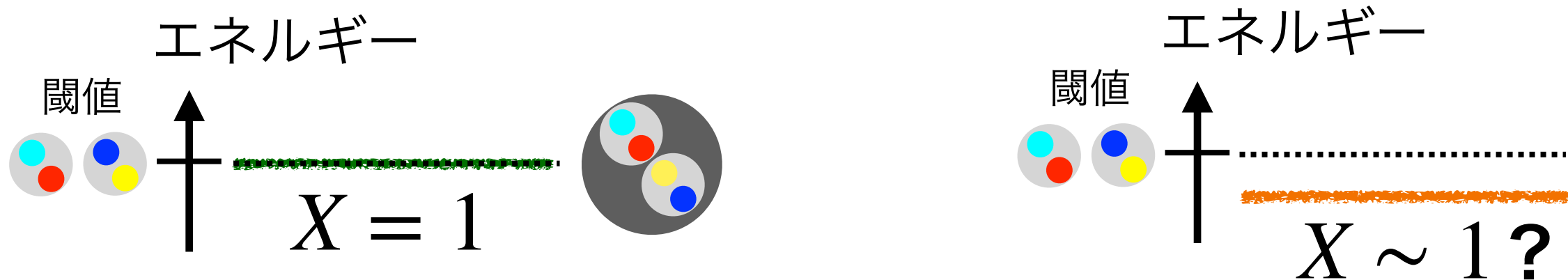
(c) チャンネル結合が内部構造に及ぼす影響

(d) 応用 : $T_{cc}(3875)^+$ と $X(3872)$ の内部構造

(a) 1チャンネル散乱

- 閾値近傍状態の内部構造 $\longrightarrow$ 閾値則 K. Ikeda, and N. Takizawa, and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. Suppl. E68, 464-475 (1968).

1. 閾値則 (経験則) : 閾値近傍状態は複合的 ($X \sim 1$) ?



2. しかし、理論的には...

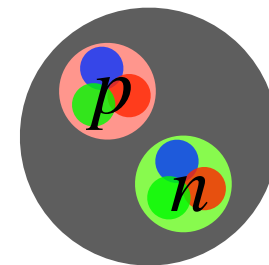
閾値近傍でも $X \sim 0$ の状態が実現可能

T. Hyodo, Phys. Rev. C **90**, 055208 (2014) ;

C. Hanhart, J. R. Pelaez, and G. Rios, Phys. Lett. B **739**, 375 (2014).

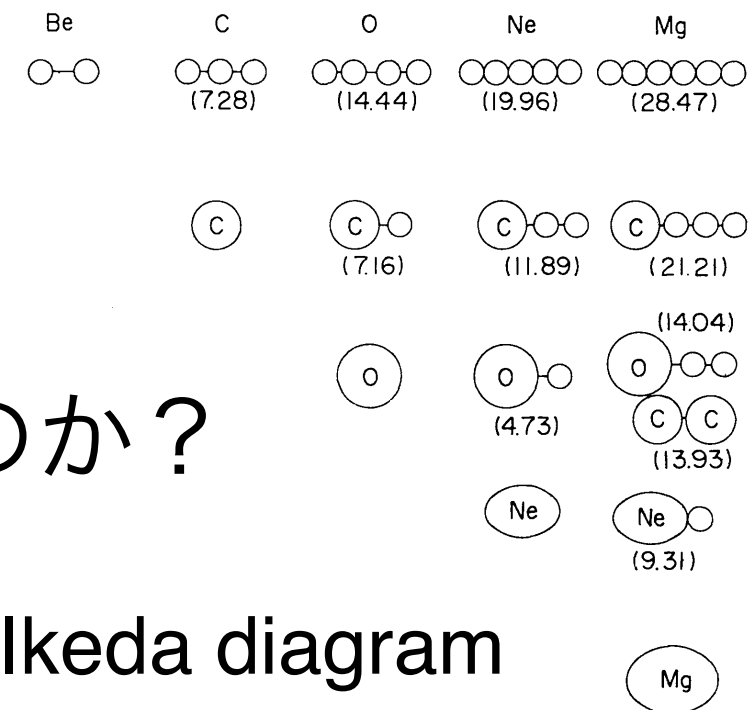
3. なぜ実験的に閾値則が成り立っているのか？

例) 重陽子 $B = 2.22 \text{ MeV} \longrightarrow$



Ikeda diagram

$\longrightarrow$ 閾値則の理論的基礎づけを与える



K. Ikeda, and N. Takizawa, and H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. Suppl. E68, 464-475 (1968).

有効場の理論(EFT)モデル

● 1チャンネル共鳴モデル

E. Braaten, M. Kusunoki, and D. Zhang,
Annals Phys. 323, 1770 (2008).

$$\mathcal{H}_{\text{free}} = \frac{1}{2m_1} \nabla \psi_1^\dagger \cdot \nabla \psi_1 + \frac{1}{2m_2} \nabla \psi_2^\dagger \cdot \nabla \psi_2 + \frac{1}{2m_\phi} \nabla \phi^\dagger \cdot \nabla \phi + \nu_0 \phi^\dagger \phi,$$

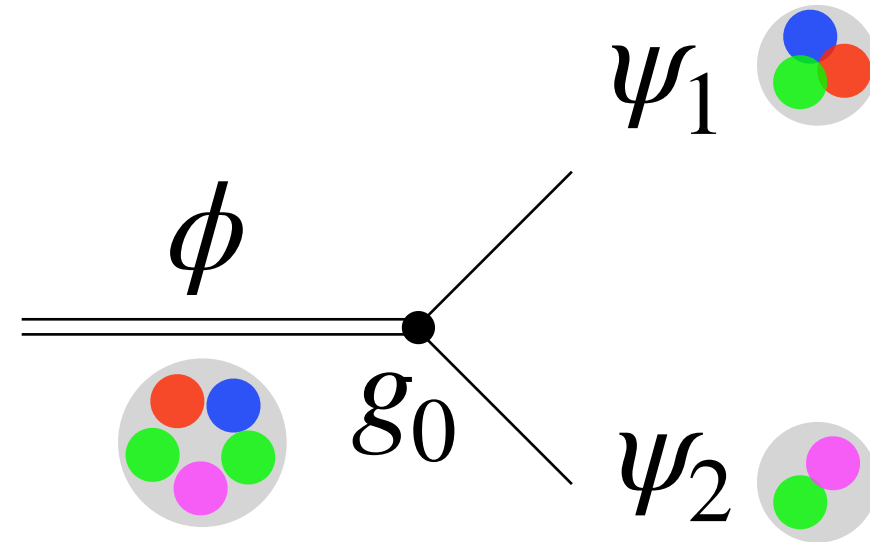
1.

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = g_0 (\phi^\dagger \psi_1 \psi_2 + \psi_1^\dagger \psi_2^\dagger \phi).$$

2.

1. $\psi_{1,2}$ の1チャンネル散乱

2. bare状態 ϕ との結合



● 散乱振幅

$$V = \frac{g_0^2}{E - \nu_0}, \quad G = -\frac{\mu}{\pi^2} \left[\Lambda + ik \arctan\left(\frac{\Lambda}{-ik}\right) \right]. \quad \Lambda : \text{cutoff}$$

$$\xrightarrow{T = \frac{1}{V^{-1} - G}} f(k) = -\frac{\mu}{2\pi} \left[\frac{\frac{k^2}{2\mu} - \nu_0}{g_0^2} + \frac{\mu}{\pi^2} \left[\Lambda + ik \arctan\left(\frac{\Lambda}{-ik}\right) \right] \right]^{-1}.$$

● 複合性 X

散乱振幅： $T = \frac{1}{V^{-1} - G}$ Y. Kamiya and T. Hyodo, PTEP 2017, 023D02 (2017).

$$X = \frac{G'(-B)}{G'(-B) - [V^{-1}(-B)]'}, \quad \alpha'(E) = d\alpha/dE$$

$$= \left[1 + \frac{\pi^2 \kappa}{g_0^2 \mu^2} \left(\arctan(\Lambda/\kappa) - \frac{\Lambda/\kappa}{1 + (\Lambda/\kappa)^2} \right)^{-1} \right]^{-1}.$$

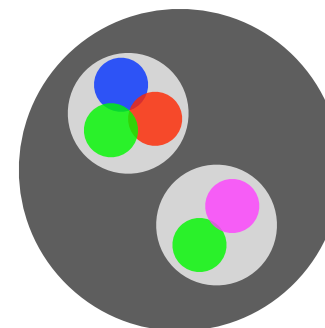
$$\kappa = \sqrt{2\mu B}$$

- 束縛エネルギー B のみ与えられている場合に X はどうなる？

束縛エネルギー B を固定

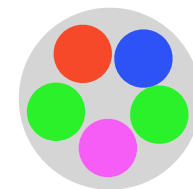
→ 複合性 X のパラメタ依存性に注目

$X > 0.5$



$X < 0.5$

or



モデルのスケールとパラメタ

12

● モデルのスケール

- カットオフ Λ できまる : $E_{\text{typ}} = \Lambda^2/(2\mu)$

● モデルパラメタ g_0, ν_0, Λ

1. 束縛エネルギー B を固定

$$\text{結合定数 } g_0 : g_0^2(B, \nu_0, \Lambda) = \frac{\pi^2}{\mu} (B + \nu_0) \left[\Lambda - \kappa \arctan(\Lambda/\kappa) \right]^{-1}$$

$$\because \text{束縛状態の条件式 } f^{-1}(i\kappa) = 0 \quad \kappa = \sqrt{2\mu B}.$$

2. Λ で無次元化した量を使う

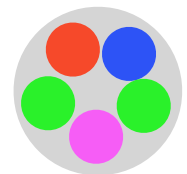
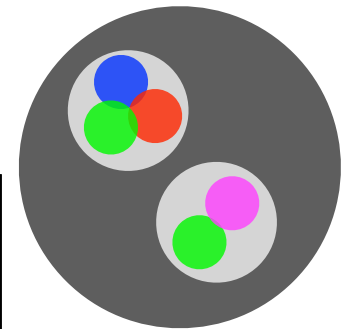
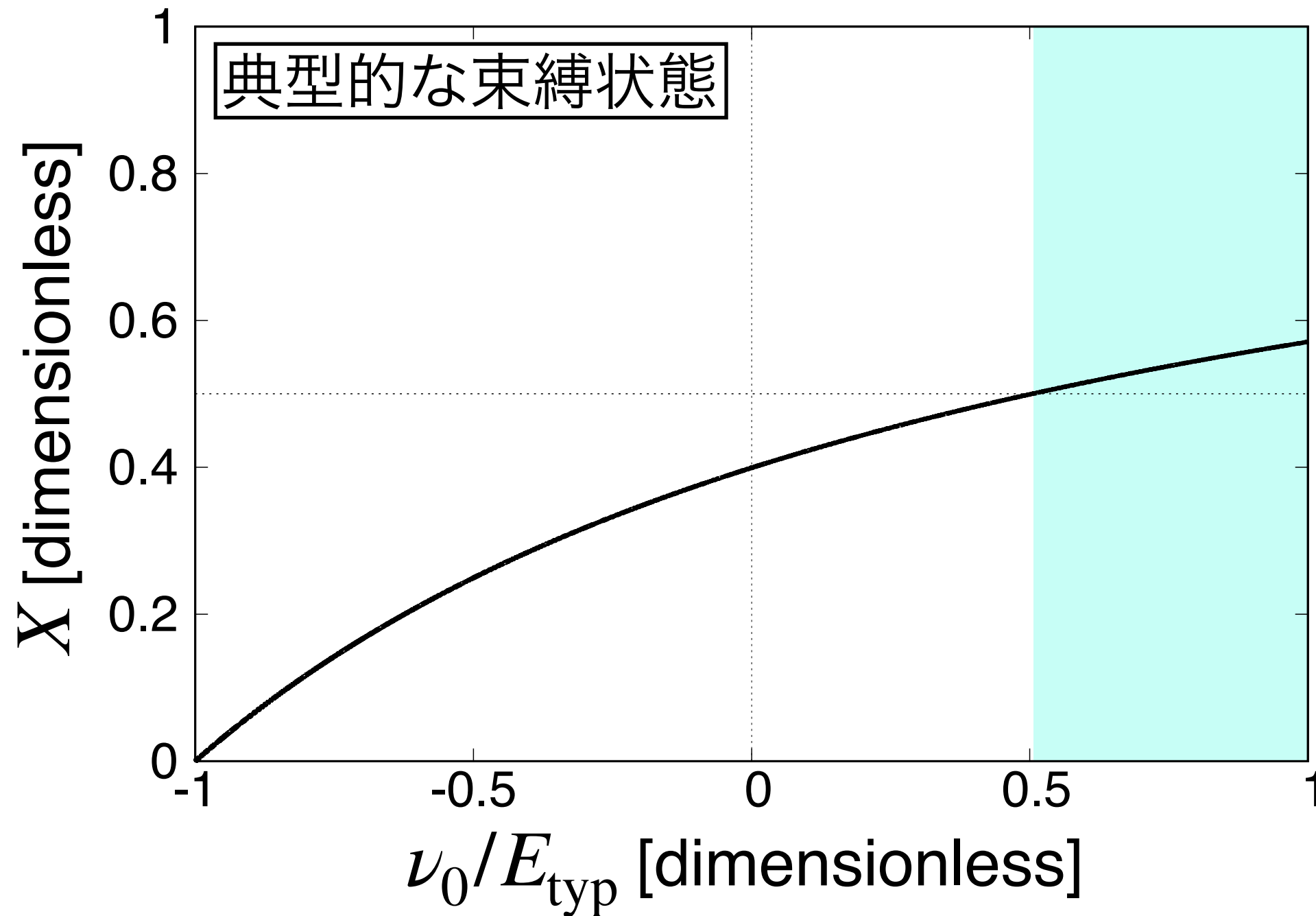
3. 自由なパラメタ $\longrightarrow$ bare状態のエネルギー ν_0

$$-B/E_{\text{typ}} \leq \nu_0/E_{\text{typ}} \leq 1 \text{ の範囲で動かす}$$

$$\because g_0^2 \geq 0 \text{ (下限) \& モデルの適用範囲 (上限)}$$

計算結果

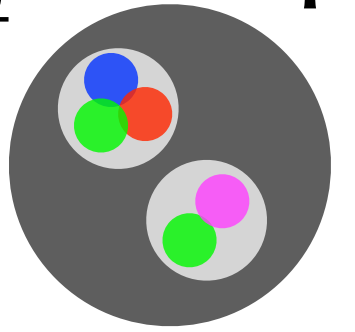
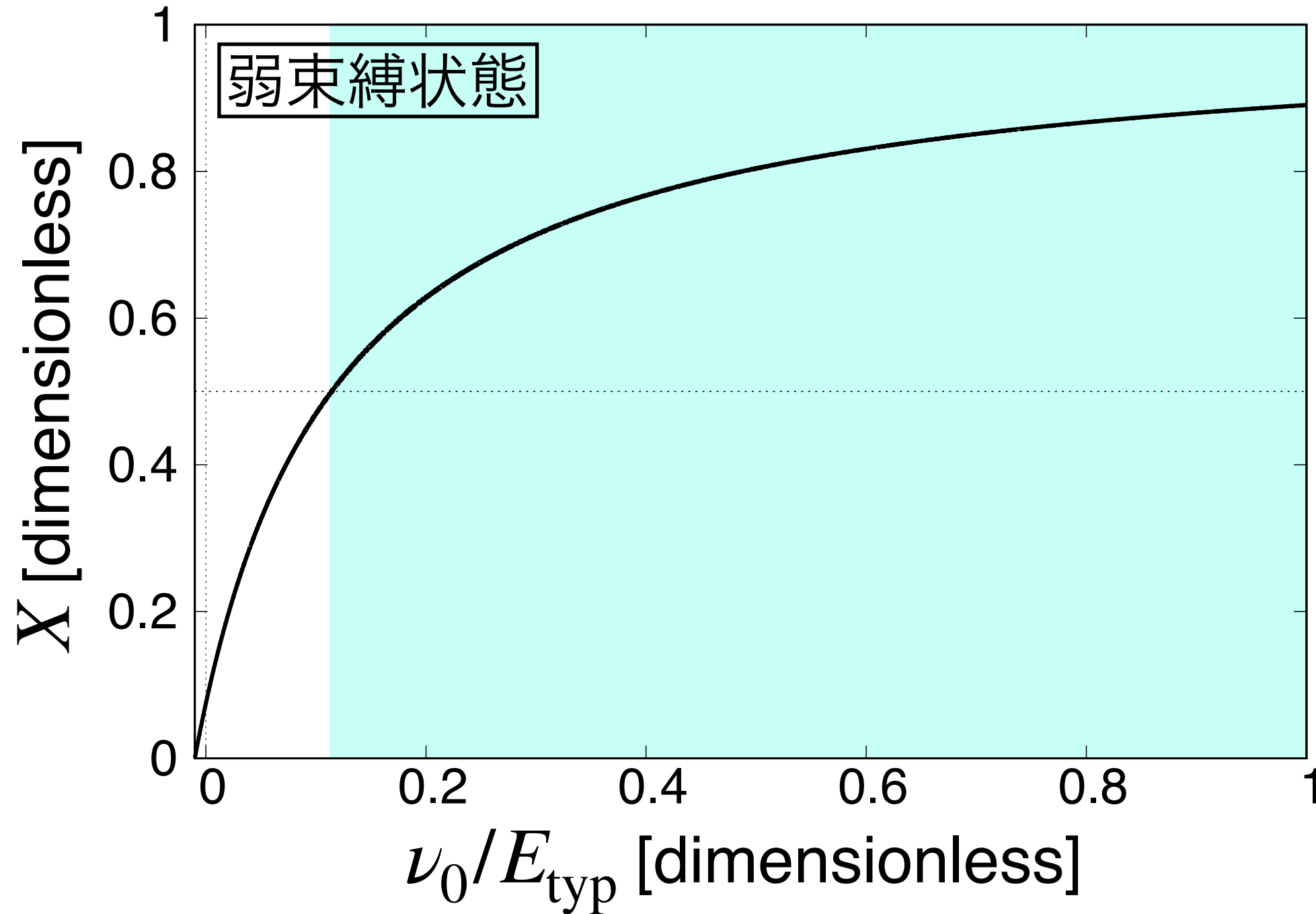
● 複合性 X のパラメタ ν_0/E_{typ} 依存性 ($B = E_{\text{typ}}$)



- 75 % の ν_0 で $X < 0.5 \therefore$ bare状態 ($X = 0$) 起源

● 複合性 X のパラメタ ν_0/E_{typ} 依存性 ($B = 0.01E_{\text{typ}}$)

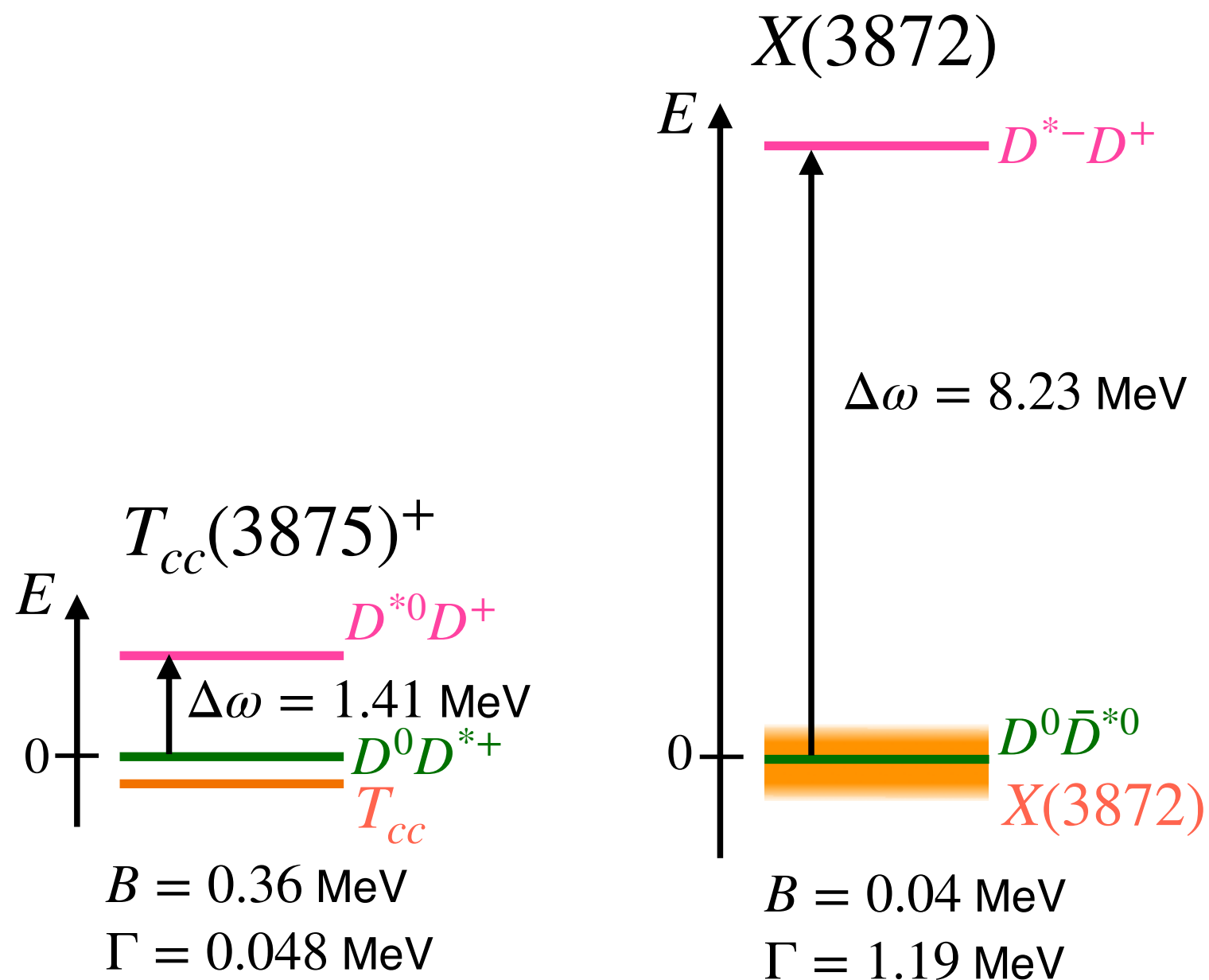
14



- 88 % の ν_0 で $X > 0.5$ → 低エネルギー普遍性の帰結
- 複合的でない状態も実現できるが ν_0 の **fine tune** が必要
→ 弱束縛状態は複合的内部構造を持ちやすい

(b,c) 複数チャンネル系

ハドロン系 $\rightarrow$ 複数チャンネル (multi-channel) 系



LHCb Collaboration, Nat. Commun **13** 3351 (2022).

Particle Data Group, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024).

- 他のとりうる状態 (チャンネル) にも結合

崩壊幅とチャンネル結合が内部構造に及ぼす影響？

崩壊チャンネルの効果

● 崩壊チャンネルの効果入りモデル

- 結合定数を複素数にする $g_0 \in \mathbb{C}$

→ 非エルミートハミルトニアン $\mathcal{H}_{\text{int}} = g_0(\phi^\dagger \psi_1 \phi_2 + \phi_1^\dagger \psi_2^\dagger \phi)$

- 不安定状態の固有エネルギーは**複素数**

$$E = -B \longrightarrow E = -B - i\Gamma/2$$

→ モデルに**有効的**に崩壊チャンネルの影響を取り入れられる

● 不安定状態の複合性

- **複素数** $X \in \mathbb{C}$
- 確率的指標 $\tilde{X}$ を定義

$$\tilde{X} = \frac{|X|}{|X| + |1 - X|}$$

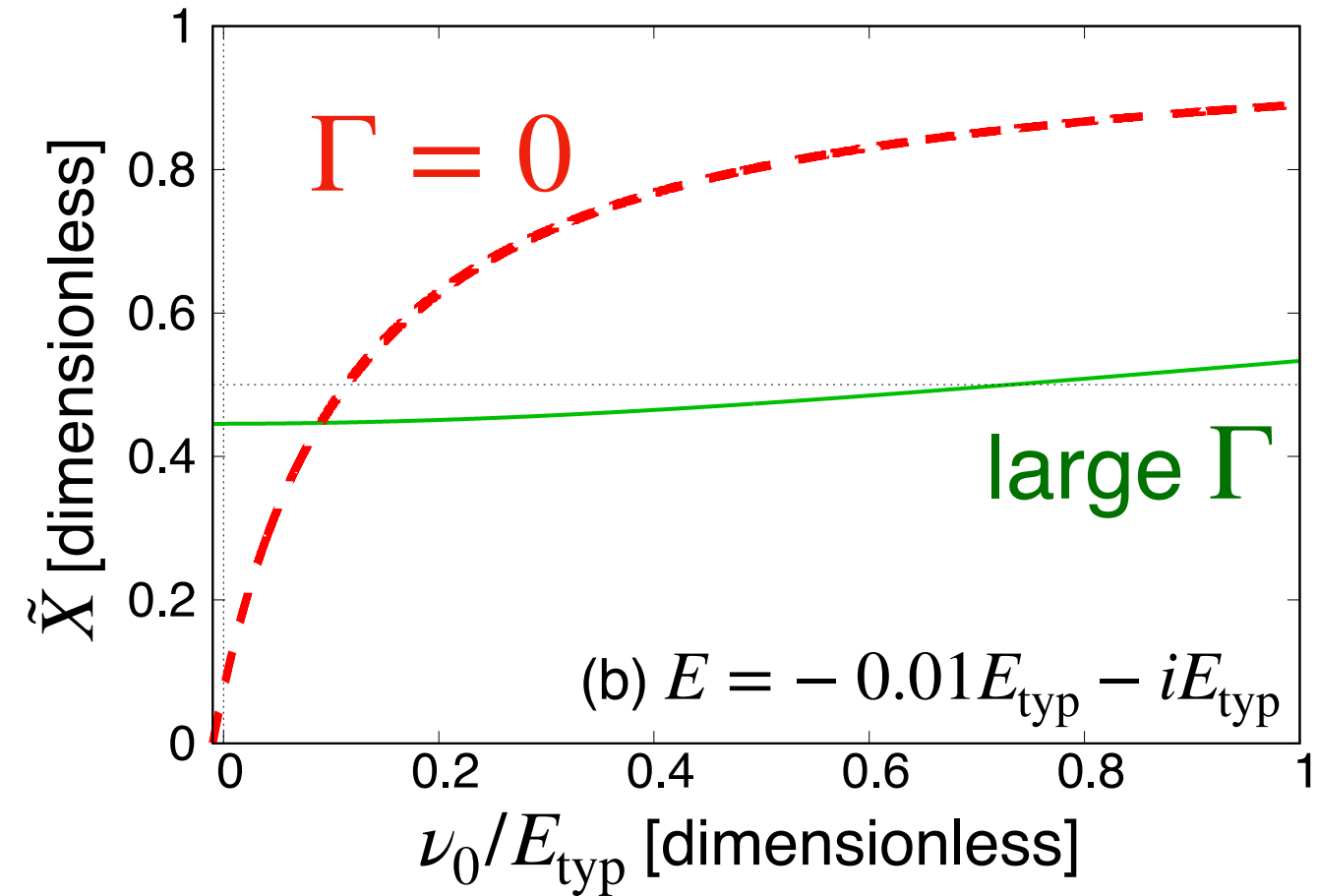
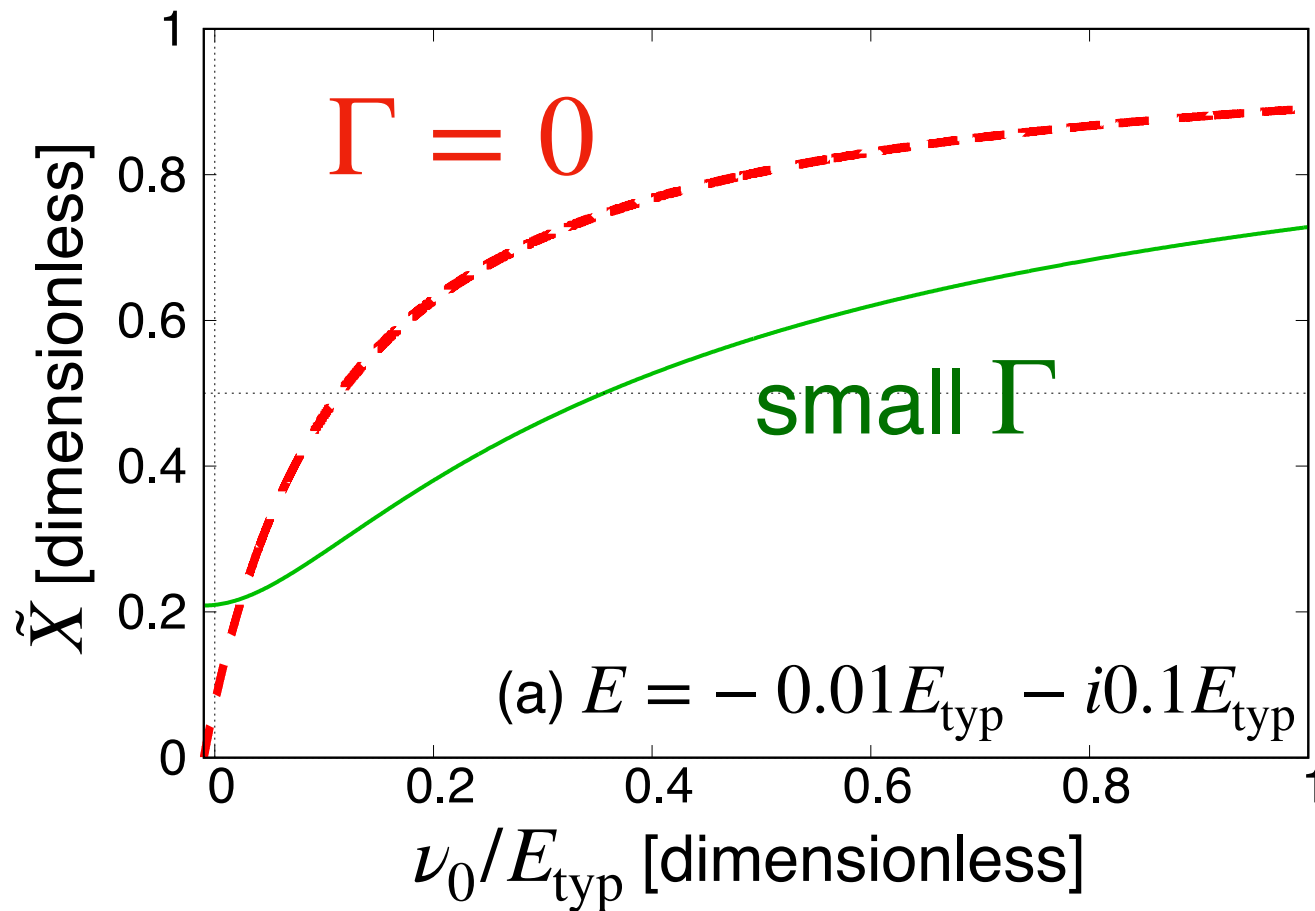
T. Sekihara, T. Arai, J. Yamagata-Sekihara and S. Yasui,
PRC 93, 035204 (2016).

崩壊の効果

● 束縛エネルギーが同じ場合

$$E = -0.01E_{\text{typ}} - \underline{i0.1E_{\text{typ}}}$$

$$E = -0.01E_{\text{typ}} - \underline{iE_{\text{typ}}}$$

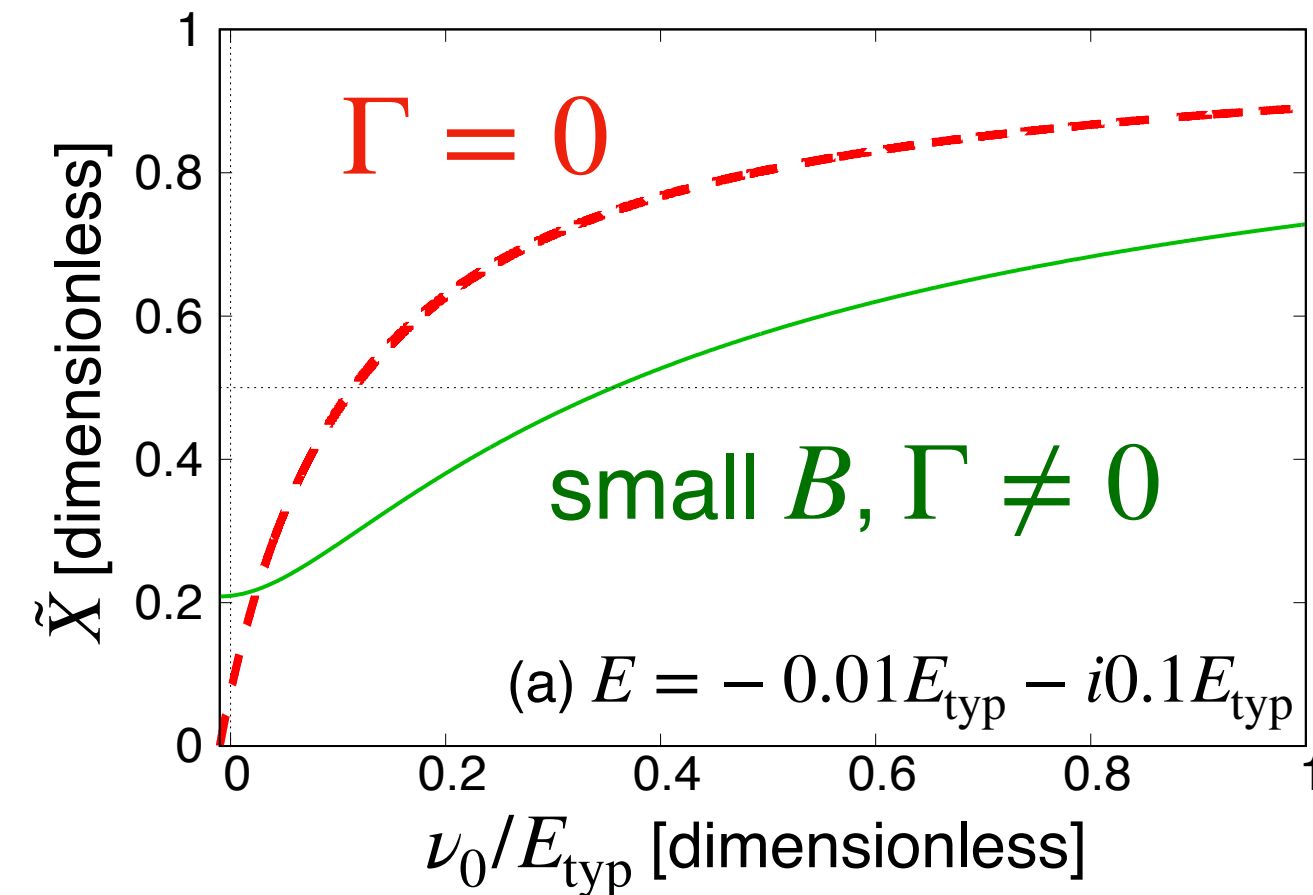


- $\Gamma = 0$ と $\Gamma \neq 0$ の差 $\longrightarrow$ 崩壊による変化
- $\tilde{X}$ は崩壊の効果で小さくなる
- $\because$ $|\text{others}\rangle$ の重み $(1 - X)$ が崩壊によって増えるからと解釈

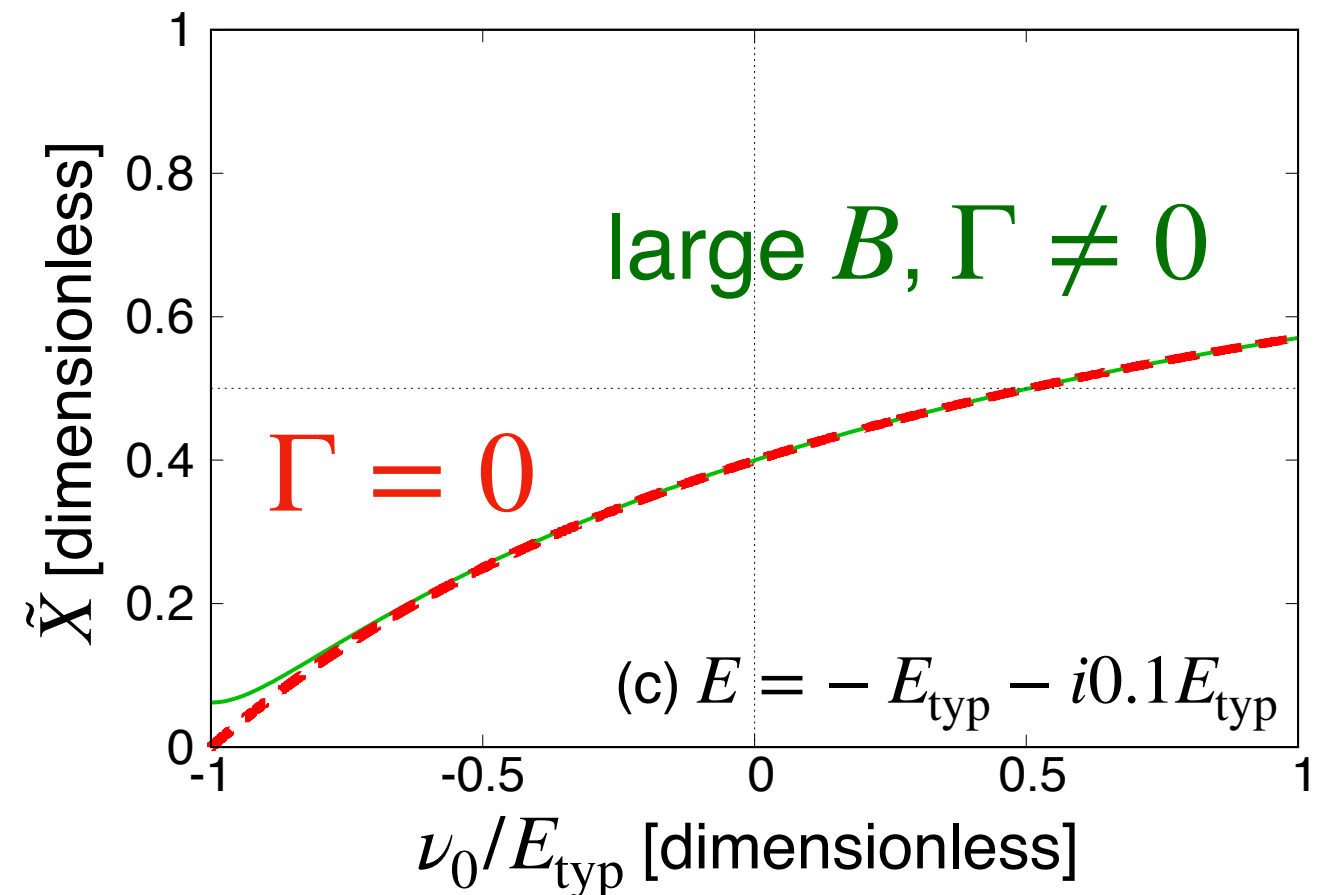
崩壊の効果

● 崩壊幅が同じ場合

$$E = -0.01E_{\text{typ}} - i0.1E_{\text{typ}}$$



$$E = -E_{\text{typ}} - i0.1E_{\text{typ}}$$



- 束縛エネルギー B が小さい方が $\tilde{X}$ の減り具合が大きい
- $\tilde{X}$ の減り具合は B と Γ の比で決まる

チャンネル結合の効果



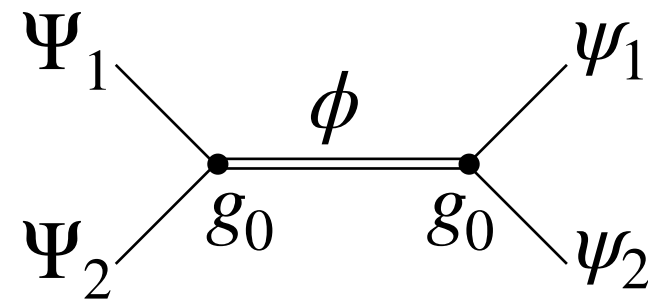
● 複合性

$$|\Psi\rangle = \sqrt{X_1} |\text{threshold ch}\rangle + \sqrt{X_2} |\text{coupled ch}\rangle + \sqrt{Z} |\text{others}\rangle$$

- 閾値チャンネルの複合性 X_1 , 結合チャンネルの複合性 X_2

● チャンネル結合 $\Psi_1\Psi_2$ 入りモデル

- チャンネル1と2は同じ結合定数



● 低エネルギー普遍性

$B \rightarrow 0 \longrightarrow$ 1チャンネルの場合に帰着

$X_1 \rightarrow 1, X_2 \rightarrow 0$ かつ $Z \rightarrow 0$

チャンネル結合の効果



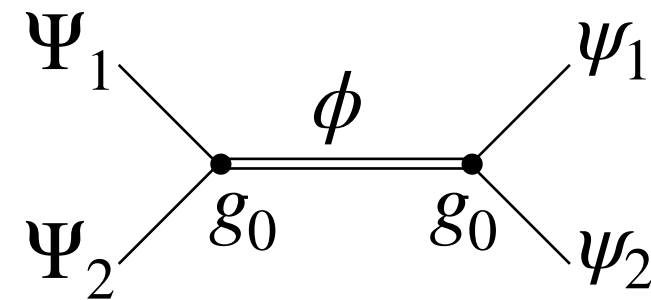
● 複合性

$$|\Psi\rangle = \sqrt{X_1} |\text{threshold ch}\rangle + \sqrt{X_2} |\text{coupled ch}\rangle + \sqrt{Z} |\text{others}\rangle$$

- 閾値チャンネルの複合性 X_1 , 結合チャンネルの複合性 X_2

● チャンネル結合 $\Psi_1\Psi_2$ 入りモデル

- チャンネル1と2は同じ結合定数



● 低エネルギー普遍性

$B \rightarrow 0 \longrightarrow$ 1チャンネルの場合に帰着

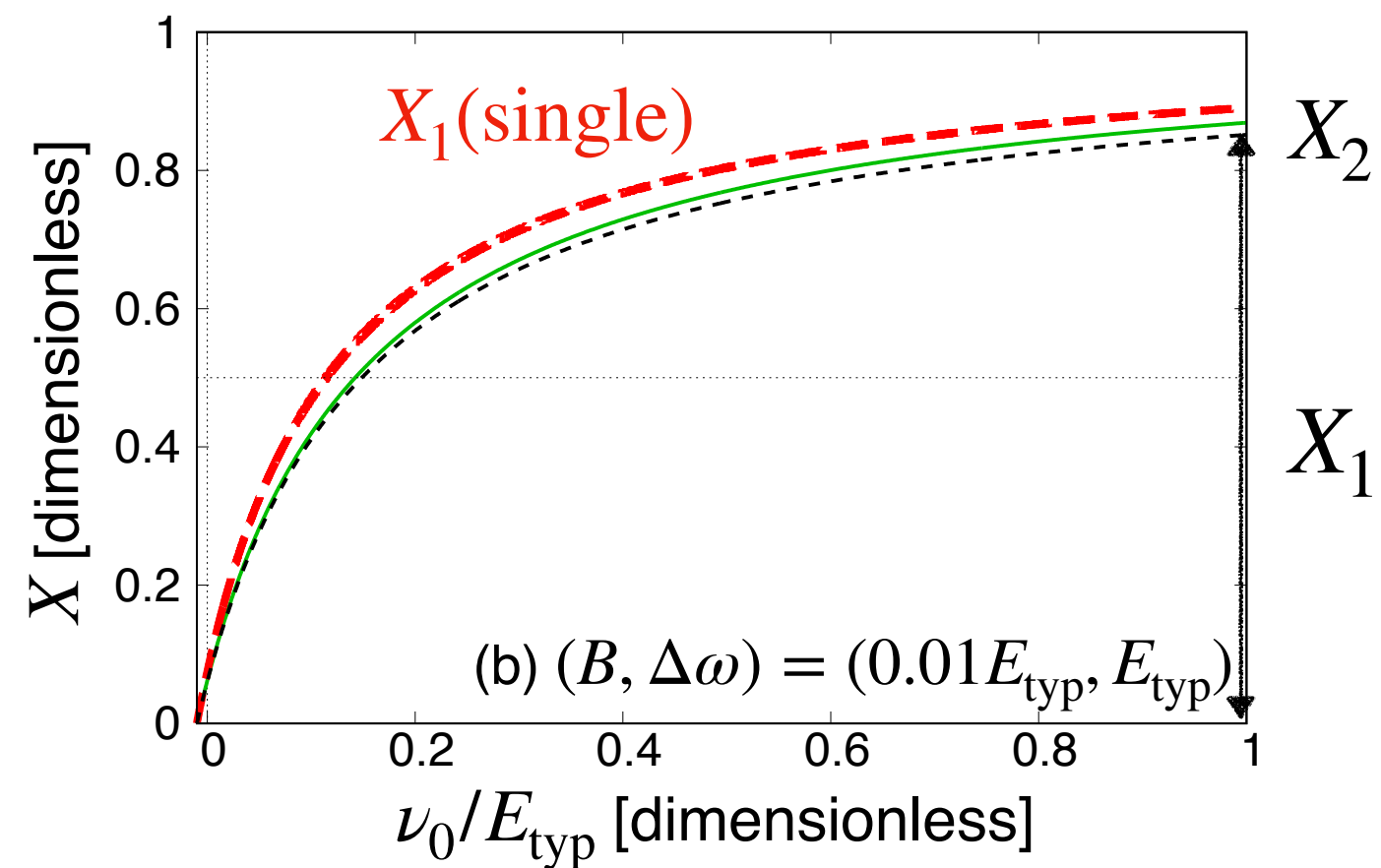
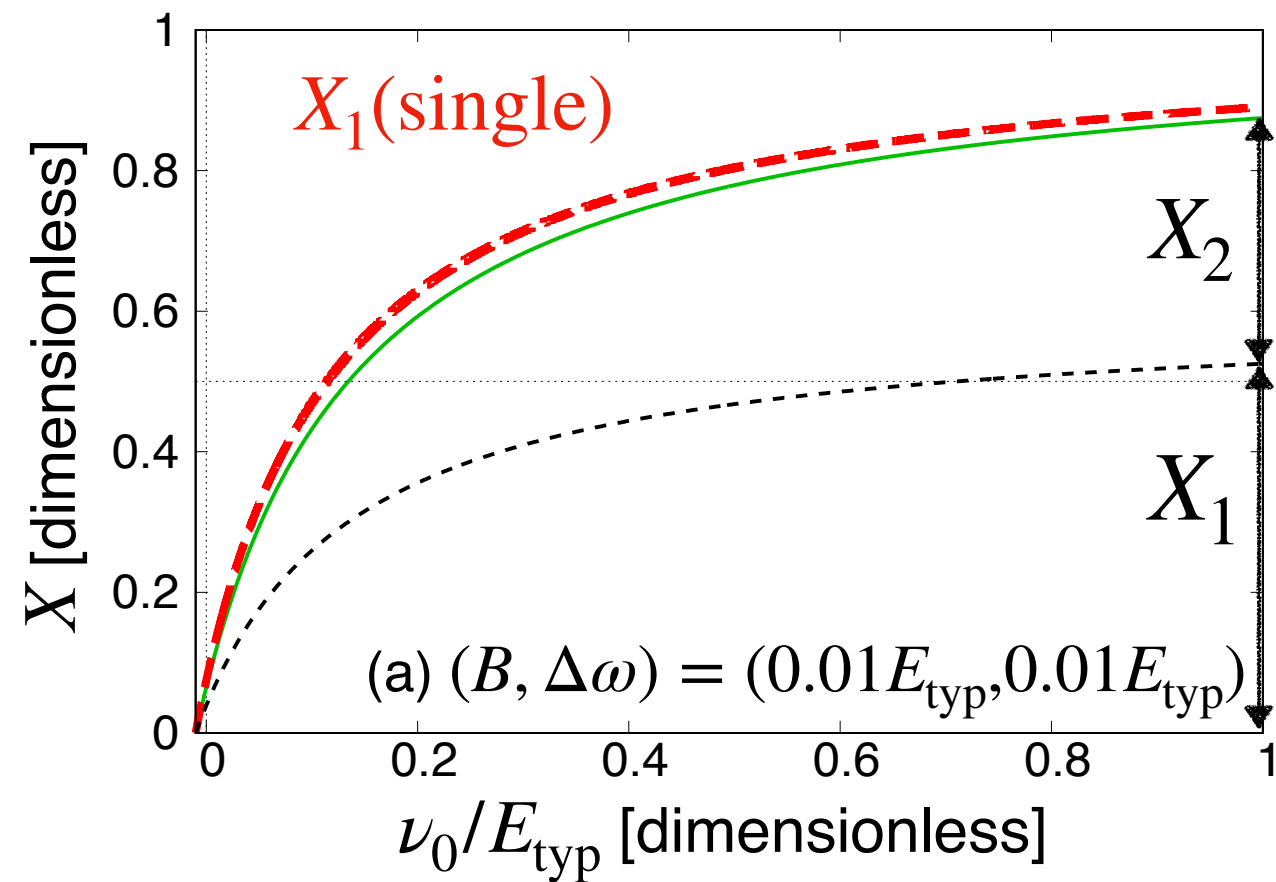
$$\boxed{X_1} \rightarrow 1, X_2 \rightarrow 0 \text{ かつ } Z \rightarrow 0$$

チャンネル結合の効果

● 束縛エネルギーが同じ場合

$$(B, \Delta\omega) = (0.01E_{\text{typ}}, 0.01E_{\text{typ}})$$

$$(B, \Delta\omega) = (0.01E_{\text{typ}}, E_{\text{typ}})$$



- X_1 はチャンネル結合によって減る
- ∴ $|\text{coupled channel}\rangle$ の重み X_2 が増えるから
- X_1 の減り具合は B と $\Delta\omega$ の比で決まる

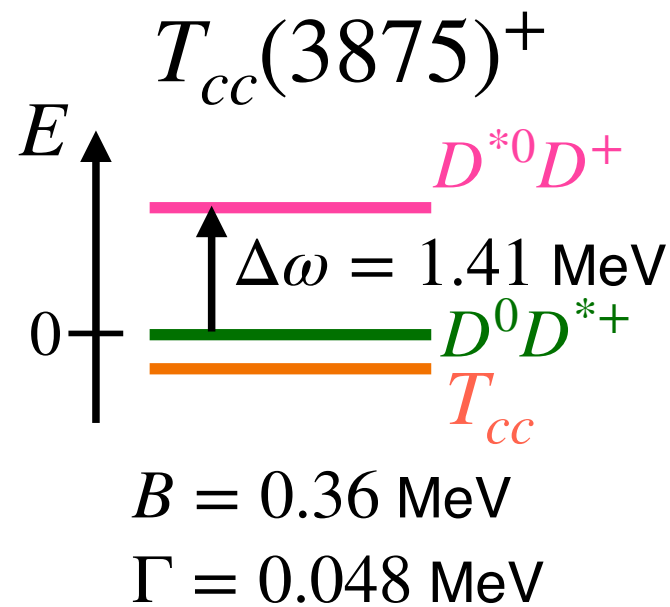
(d) 応用

● エキゾチックハドロンに応用

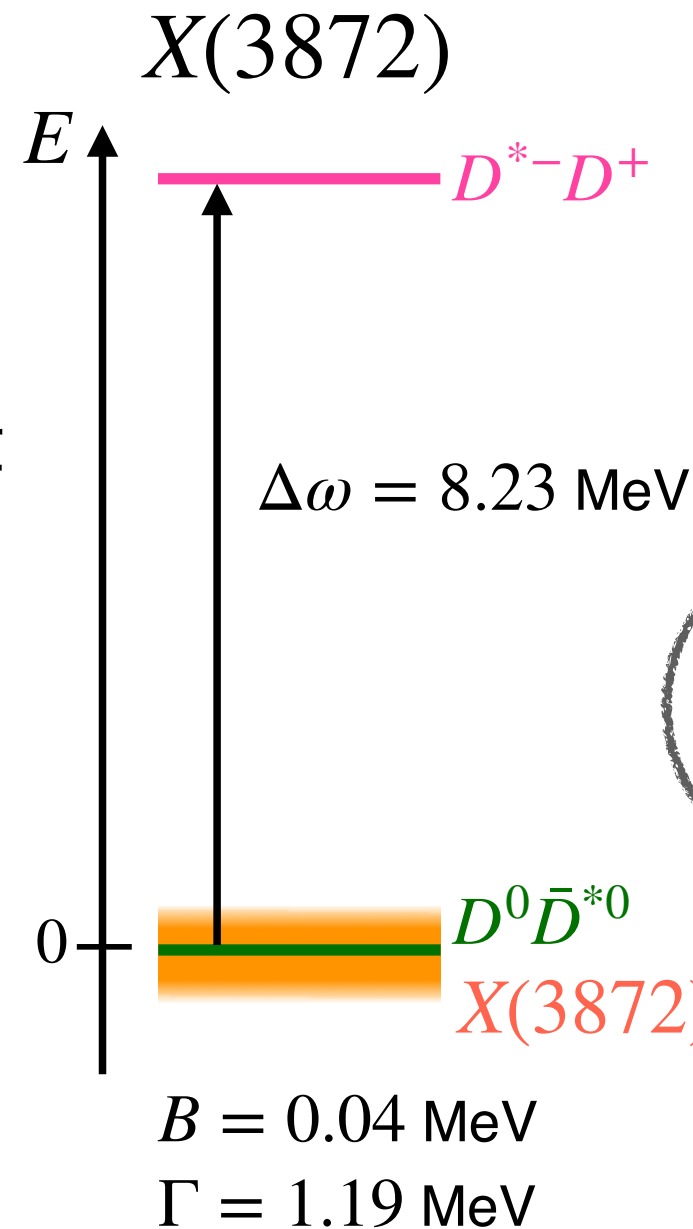
B : 束縛エネルギー

Γ : 崩壊幅, $\Delta\omega$: 閾値エネルギー差

Γ と $\Delta\omega$
小



LHCb Collaboration, Nat. Commun **13** 3351 (2022).



Γ と $\Delta\omega$
大

Particle Data Group, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024).

- 崩壊 + チャンネル結合モデル

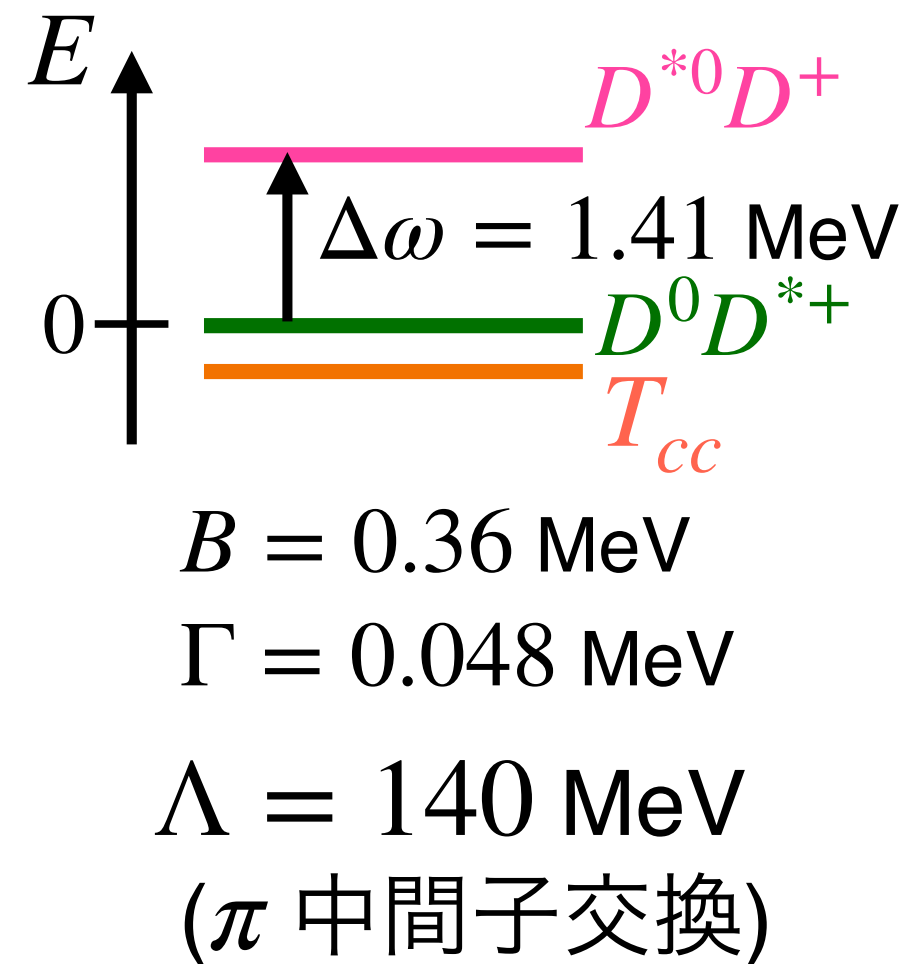
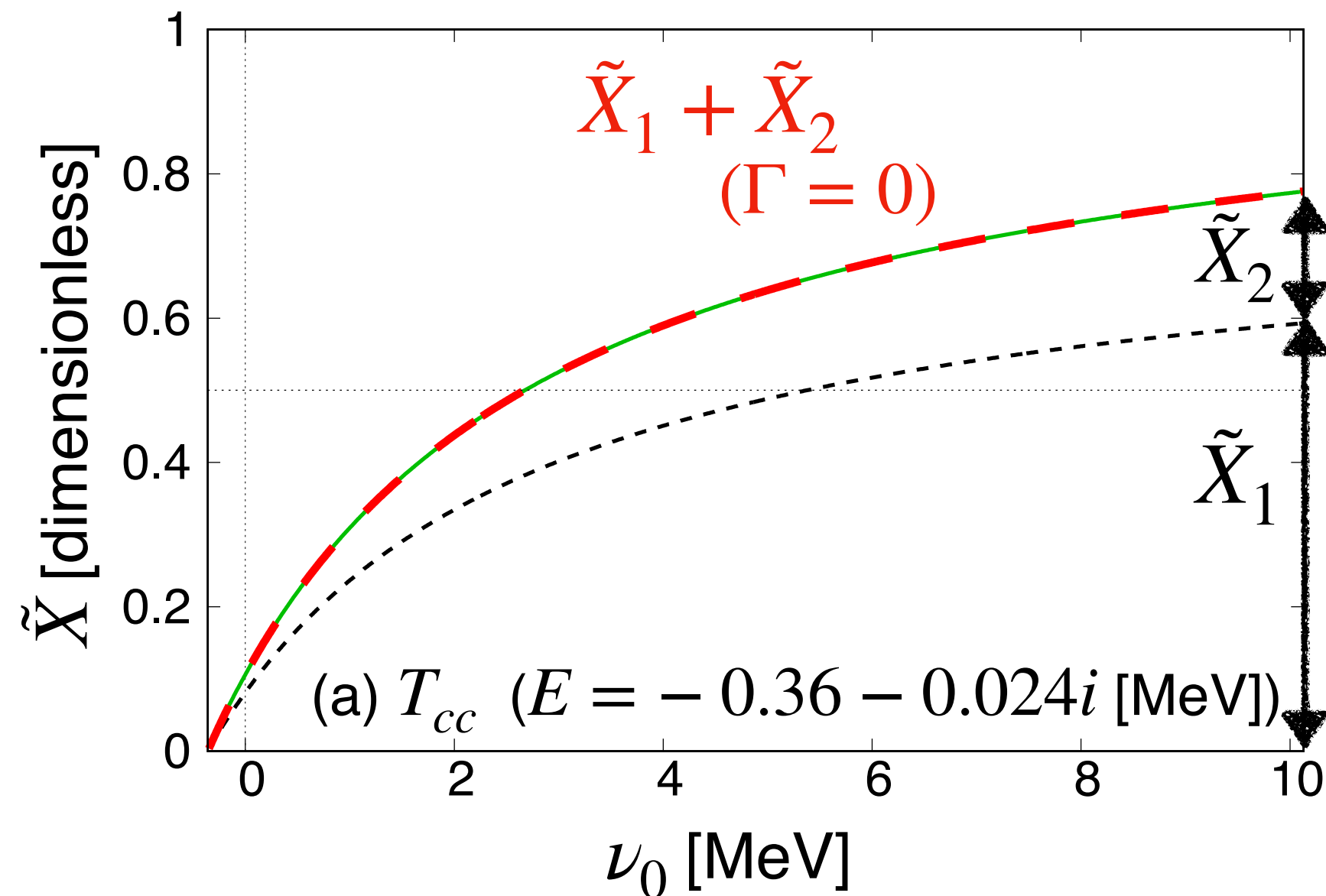
$$\tilde{X}_j = \frac{|X_j|}{\sum_j |X_j| + |Z|}, \quad (j = 1, 2)$$

$\tilde{X}_1$: 閾値チャンネルの複合性

$\tilde{X}_2$: 結合チャンネルの複合性

T. Sekihara, T. Arai, J. Yamagata-Sekihara and S. Yasui, PRC **93**, 035204 (2016).

$T_{cc}(3875)^+$ への応用



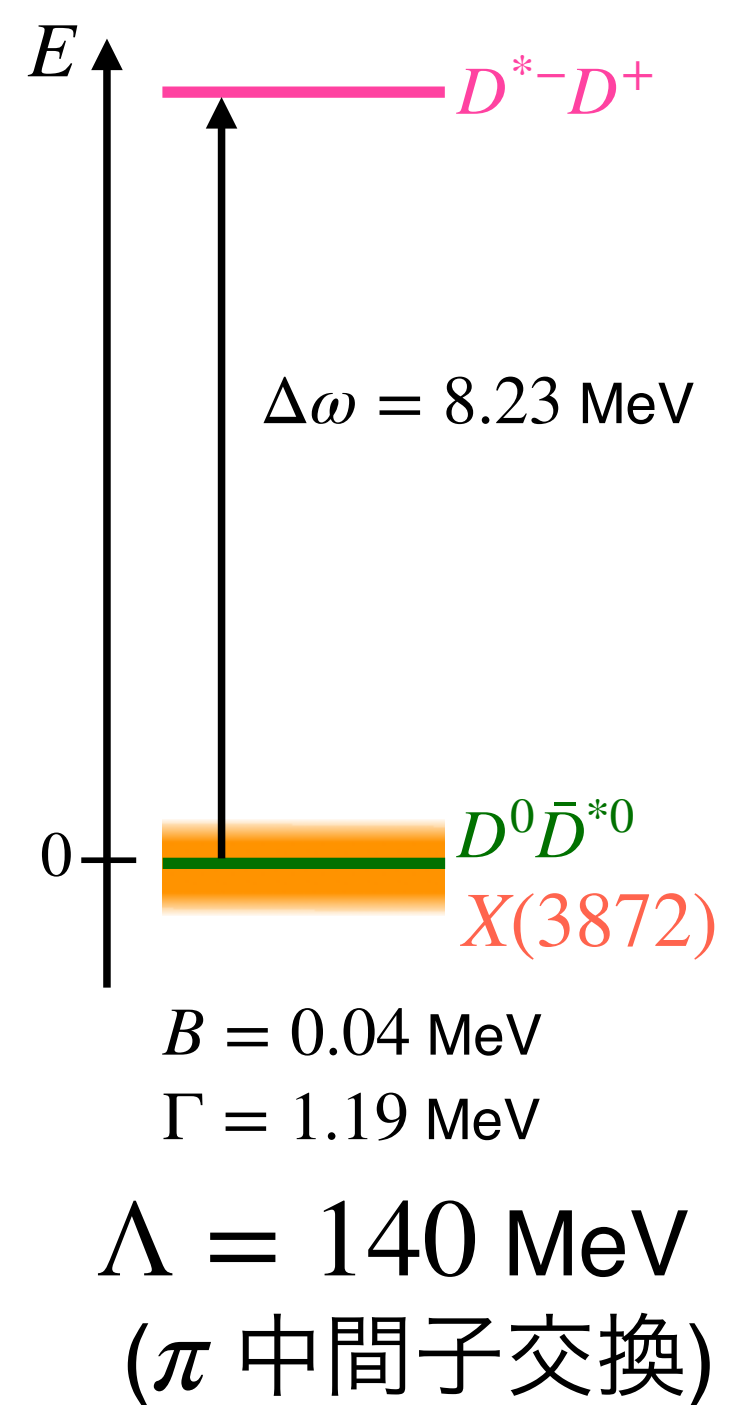
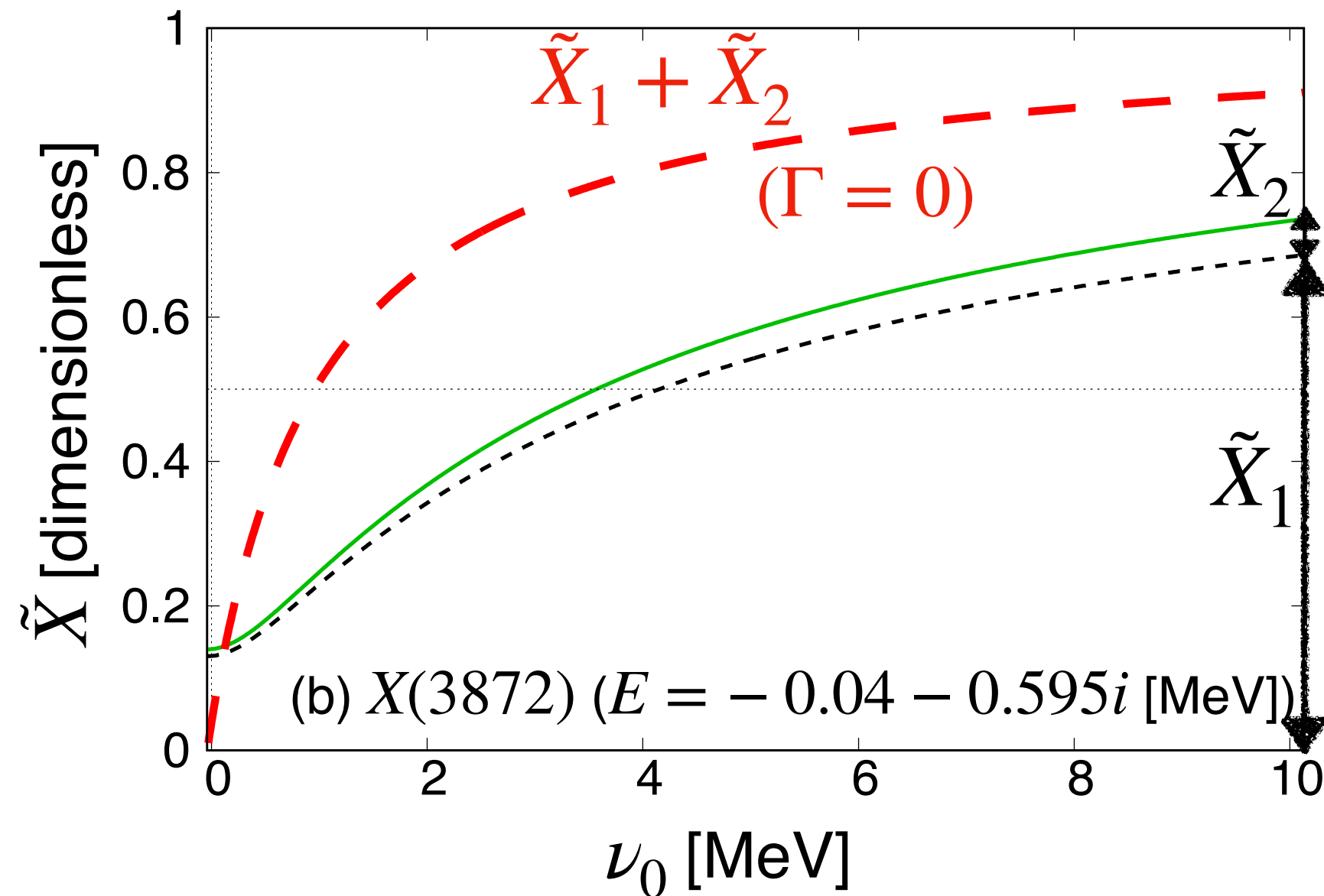
- $\tilde{X}_2$ は無視できない

∵ 閾値エネルギー差 $\Delta\omega$ が小さいから

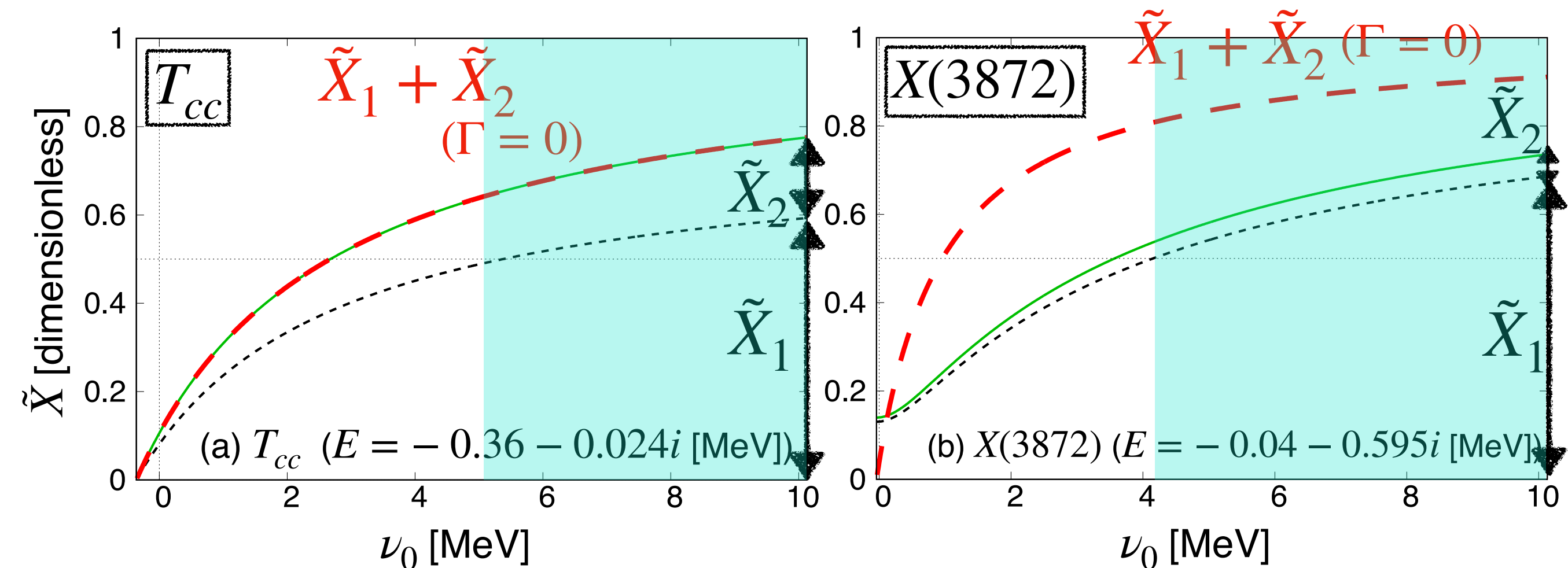
- $\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$ ($\Gamma = 0$) と $\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$ の差は小さい

→ 崩壊チャンネルの影響は無視できる ∵ $\Gamma \ll B$

$X(3872)$ への応用



- $\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$ ($\Gamma = 0$) と $\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2$ の差が大きい
 $\because$ 束縛エネルギーに比べて崩壊幅を無視できないから
- $\tilde{X}_2$ は $\tilde{X}_1$ と比べても小さい
 $\rightarrow$ チャンネル結合の効果は比較的小さい



- T_{cc} : 45 % の ν_0 で $\tilde{X}_1 > 0.5$
- $X(3872)$: 59 % の ν_0 で $\tilde{X}_1 > 0.5$
- T_{cc} : チャンネル結合の効果が無視できない
- $X(3872)$: 崩壊の効果が無視できない

エキゾチックハドロンの内部構造

複合性

低エネルギー普遍性

(a) 弱束縛状態の内部構造

→ 複合的な状態になりやすい
閾値則の理論的な基礎づけ

(b,c) 崩壊とチャンネル結合の複合性への影響

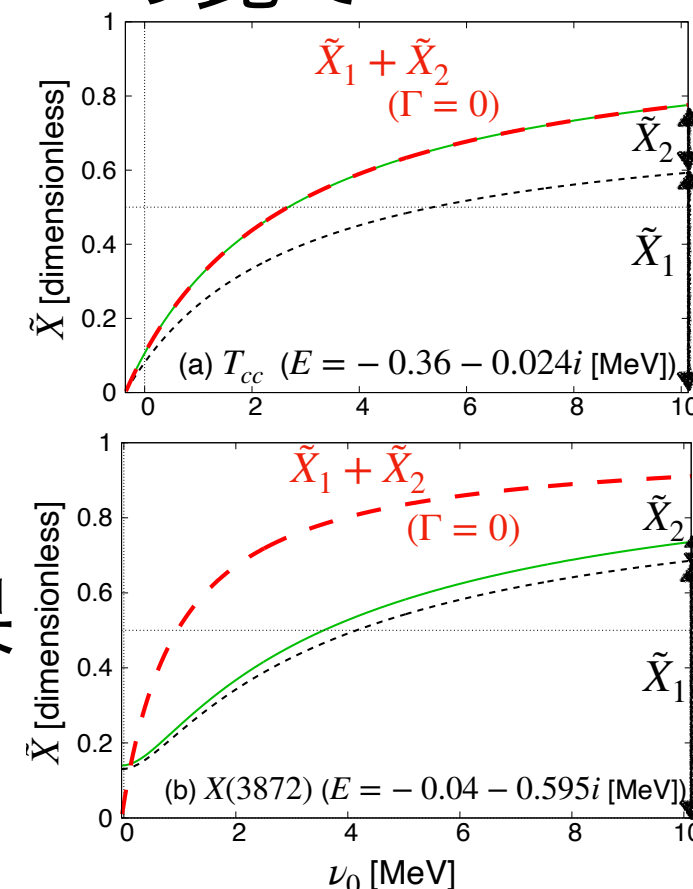
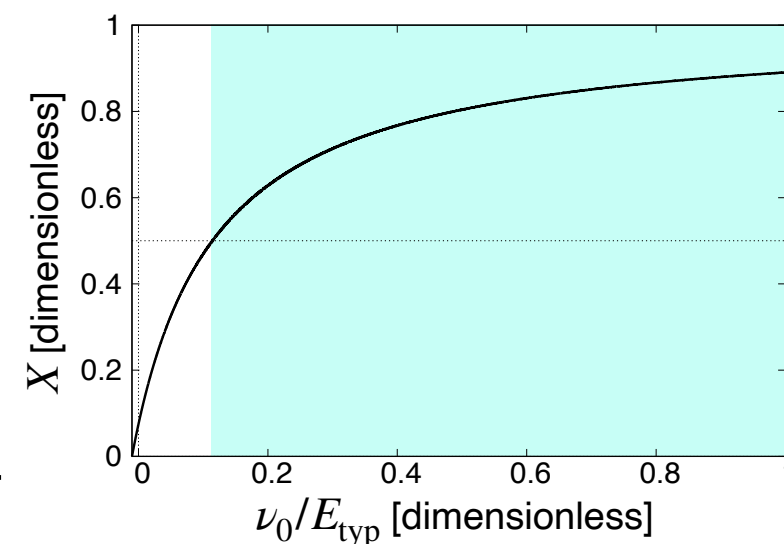
→ 崩壊幅・閾値エネルギー差と束縛エネルギーの比で
複合性が減少

(c) $T_{cc}(3875)^+$ と $X(3872)$ の内部構造

T_{cc} : チャンネル結合の効果 $\gg$ 崩壊の効果

$X(3872)$: 崩壊の効果 $>$ チャンネル結合の効果

→ 閾値近くだが複合性は小さくなる





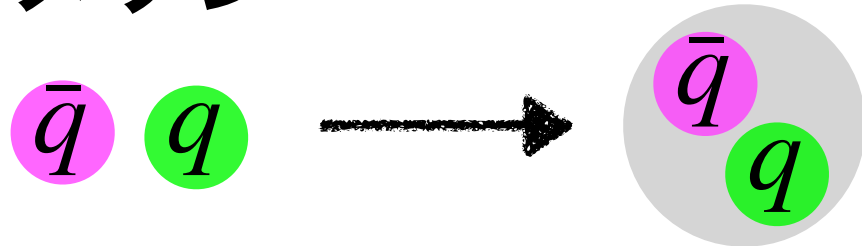
Back up

エキゾチックハドロン

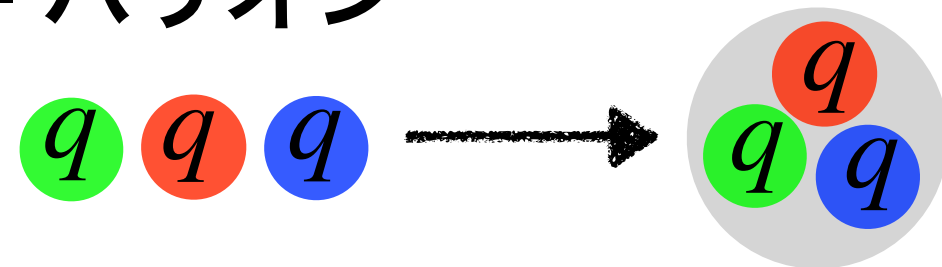
クォーク q , グルーオン $\longrightarrow$ ハドロン
強い相互作用

● 通常のハドロン

- メソン



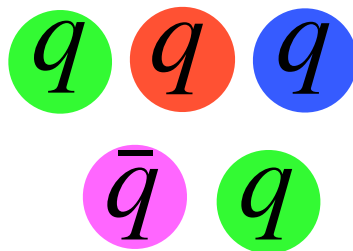
- バリオン



- およそ400種 Particle Data Group, S. Navas et al., Phys. Rev. D 110, 030001 (2024).

● エゾチックハドロン

4つ以上の q でないと説明不可 $\longrightarrow$ エキゾチックハドロン



??? 内部構造が未確立!

- 数種しか観測されていない $\longleftarrow$ 理由?
- 量子色力学 (QCD) の非摂動的な現象の解明

複合性の定義

T. Hyodo, Int. J. Mod. Phys. A 28, 1330045 (2013);
T. Kinugawa and T. Hyodo, (2024), 2411.12285.

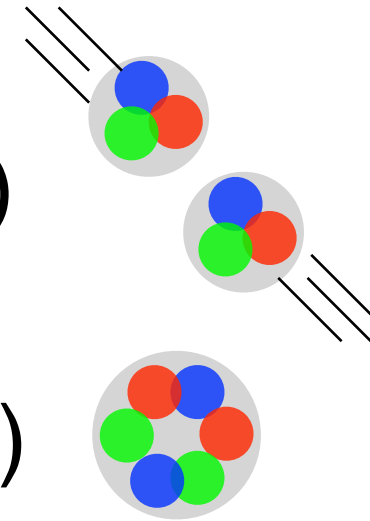
- ハミルトニアンをfreeな部分とそれ以外 (interaction) に分ける

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$$

- freeなハミルトニアンの固有状態

$$\hat{H}_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} |\mathbf{p}\rangle \quad \text{freeな散乱 (連続固有状態)}$$

$$\hat{H}_0 = \nu_0 |\phi\rangle \quad \text{bareな状態 (離散固有状態)}$$



- 複合性 X , 素粒子性 Z

$$X = \int d\mathbf{p} \, |\langle \mathbf{p} | B \rangle|^2 \quad \text{freeな散乱状態と束縛状態のoverlap}$$

$$Z = |\langle \phi | B \rangle|^2 \quad \text{bareな状態と束縛状態のoverlap}$$

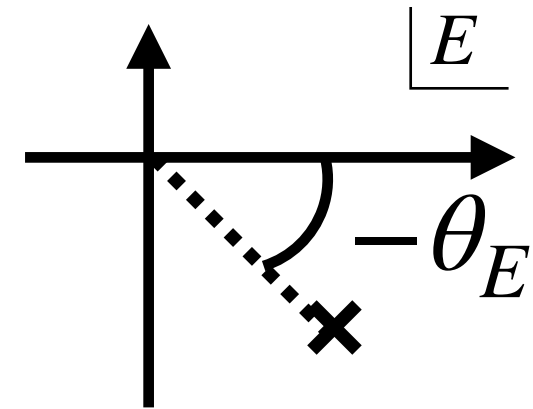
- ・ 弱束縛関係式 (束縛状態) $a_0 = R \left\{ \frac{2X}{1+X} + \mathcal{O} \left(\frac{R_{\text{int}}}{R} \right) \right\}$, $R \equiv \sqrt{2\mu B}$

散乱長 a_0 , 束縛エネルギー $B \rightarrow$ 複合性 X

有効レンジ r_e も分かれば、より正確に見積もれる

- ・ 有効レンジ展開 (共鳴状態)

$$X = \sqrt{\frac{1}{1 - 2r_e/a_0}} = -i \tan \left(\frac{\theta_E}{2} \right)$$



θ_E : 複素 E 平面での固有エネルギーの偏角 ($E = |E| e^{i\theta_E}$)

励起エネルギー $\text{Re } E$ と崩壊幅 $\Gamma \rightarrow$ 複合性 X

複合性の計算に必要な実験データ

$\rightarrow$ 散乱長と固有エネルギー (と有効レンジ)

Weak-binding relation

S. Weinberg, Phys. Rev. 137, 672–678 (1965).

$$X = \frac{a_0}{2R - a_0} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\text{typ}}}{R}\right)$$

a_0 : scattering length
 R_{typ} : typical length scale in system
 $R = 1/\sqrt{2\mu B}$

- for weakly bound states, $R \gg R_{\text{typ}}$

compositeness $\longleftarrow$ observables (a_0, B)

Y. Li, F.-K. Guo, J.-Y. Pang, and J.-J. Wu, Phys. Rev. D 105, L071502 (2022);

J. Song, L. R. Dai, and E. Oset, Eur. Phys. J. A 58, 133 (2022);

M. Albaladejo, J. Nieves, Eur. Phys. J. C 82, 724 (2022);

T. Kinugawa, T. Hyodo, Phys. Rev. C 106, 015205 (2022).

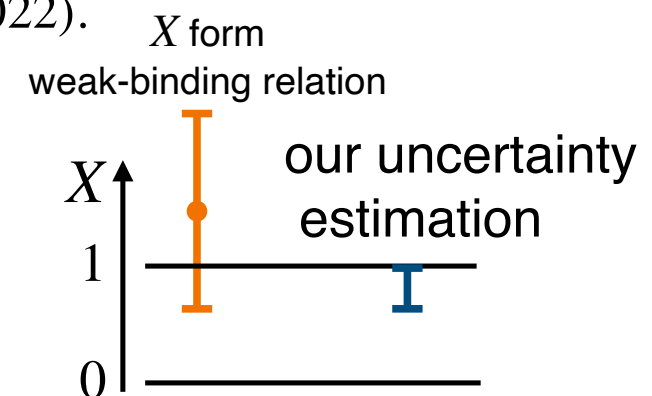
● range correction

compositeness of deuteron $X \sim 1.7 > 1$

$\longrightarrow$ important to consider effective range

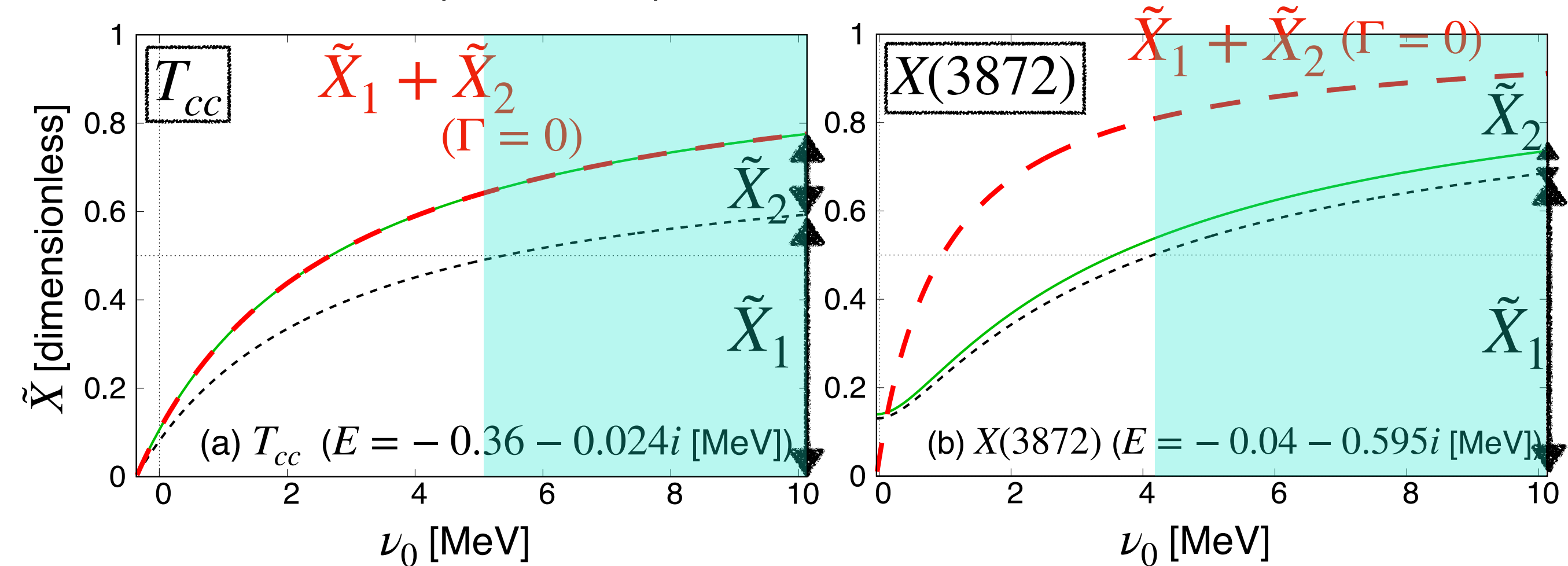
- our work : range correction $\longleftarrow$ uncertainty estimation

compositeness of deuteron : $0.74 \leq X \leq 1$



Application to T_{cc} and $X(3872)$

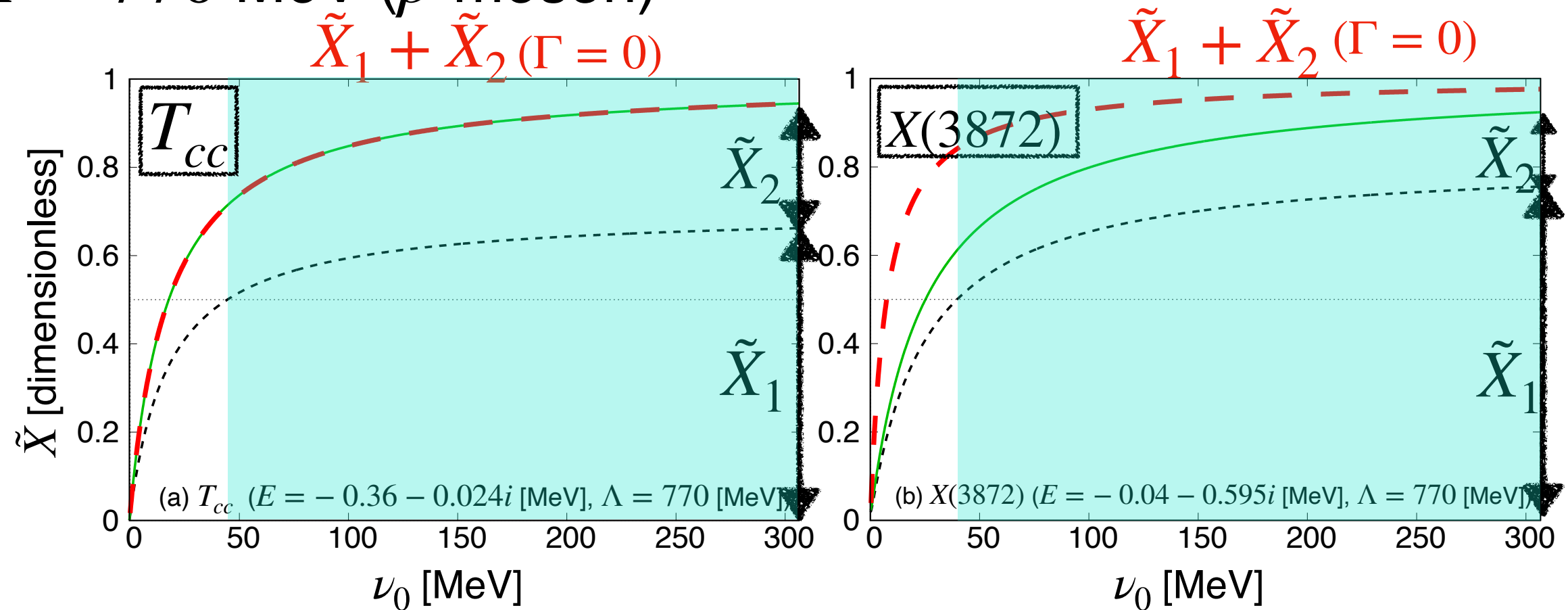
- $\Lambda = 140$ MeV (π meson)



- T_{cc} : $\tilde{X}_1 > 0.5$ for 45 % of ν_0 region
- $X(3872)$: $\tilde{X}_1 > 0.5$ for 59 % of ν_0 region
- coupled ch. effect is more important for T_{cc} than $X(3872)$
- decay effect is more important for $X(3872)$ than T_{cc}

Application to T_{cc} and $X(3872)$

- $\Lambda = 770$ MeV (ρ meson)



- $T_{cc} : \tilde{X}_1 > 0.5$ for 85 % of ν_0 region
- $X(3872) : \tilde{X}_1 > 0.5$ for 87 % of ν_0 region
- typical energy scale E_{typ} is larger
 → states becomes close to universality limit $X \rightarrow 1$
 decay effect : suppressed coupled ch. effect : enhanced