有効場の理論を用いた T_{cc}の性質

<u>Tomona Kinugawa</u>　　**Tetsuo Hyodo**

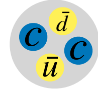
Department of Physics, Tokyo Metropolitan University

September 7th　JPS 2022 autumn

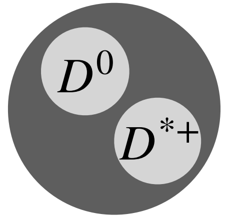
背景

エキゾチックハドロン → マルチクォーク状態 / ハドロン分子状態

= qqq or $q\bar{q}$ で到達できない量子数

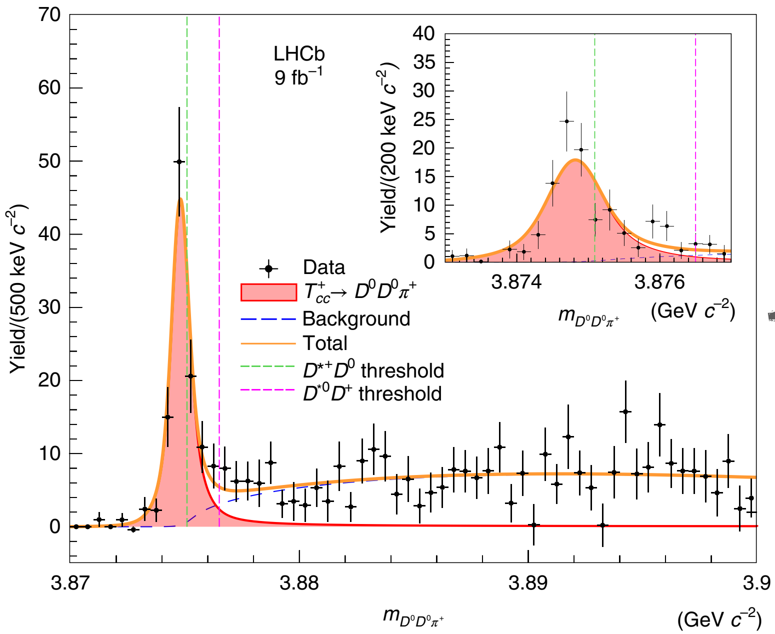


マルチクォーク

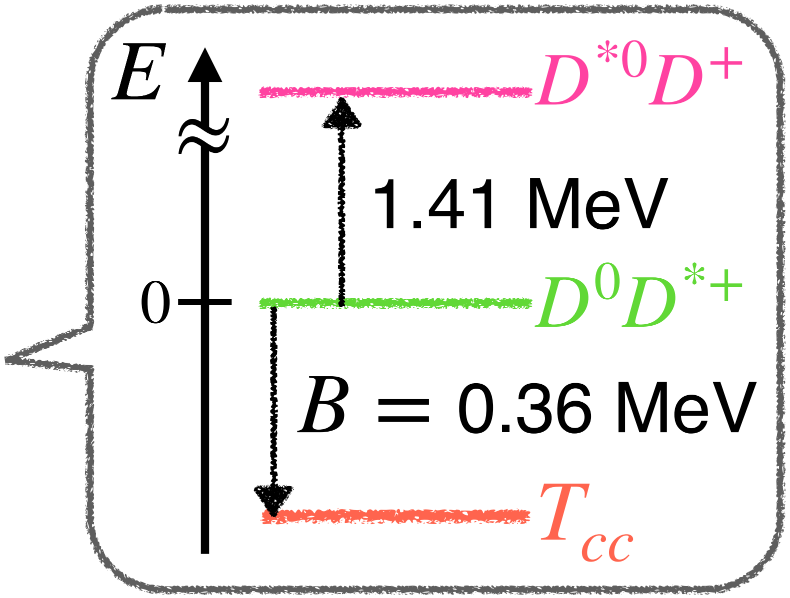


ハドロン分子

T_{cc} (2021年発見)



LHCb Collaboration, Nature Phys. **18** (2022) no.7, 751-754;
LHCb Collaboration, Nat. Commun **13** 3351 (2022).



$T_{cc} \to D^0 D^0 \pi^+$ $(c\bar{u}c\bar{u}u\bar{d})$

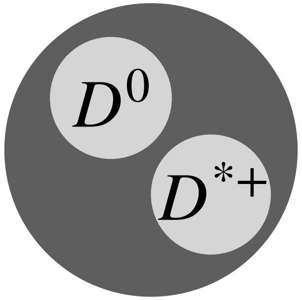
→ 最低でも $cc\bar{u}\bar{d}$

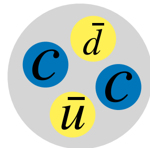
T_{cc}の内部構造 ← 有効場の理論 & 複合性

複合性

◉ 簡易的な定義

ハドロンの波動関数





$$|T_{cc}\rangle = \sqrt{X}\,|\mathrm{hadronic\ molecule}\rangle + \sqrt{1-X}\,|\mathrm{others}\rangle$$

複合性 (ハドロン分子状態の重み)

※ 定義より $0 \leq X \leq 1$ ⟶ $X > 0.5$ なら**複合的**

◉ 計算方法

1. 弱束縛関係式 (モデル非依存)

S. Weinberg, Phys. Rev. 137, B672 (1965);
Y. Kamiya and T. Hyodo, PTEP 2017, 023D02 (2017);
T. Kinugawa and T. Hyodo, Phys. Rev. C 106, 015205 (2022)

$$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\mathrm{typ}}}{R}\right)\right\}$$

a_0 : 散乱長

$R \equiv (2\mu B)^{-1/2}$, B : 束縛エネルギー

$$R_{\mathrm{typ}} = \max\{R_{\mathrm{int}}, r_e, \cdots\}$$

(R_{int} : 相互作用長さ, r_e : 有効レンジ)

2. モデル計算❗

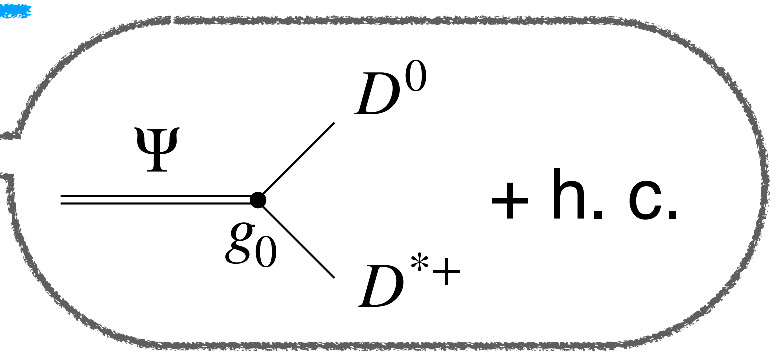
模型計算

E. Braaten, M. Kusunoki, and D. Zhang, Annals Phys. 323, 1770 (2008).

◉ 1チャンネル共鳴模型

$$\mathscr{H}_{\text{free}} = \underbrace{\frac{1}{2m_{D^0}}\nabla D^{0\dagger}\cdot\nabla D^0 + \frac{1}{2m_{D^{*+}}}\nabla D^{*+\dagger}\cdot\nabla D^{*+}}_{①} + \frac{1}{2m_\Psi}\nabla\psi^\dagger\cdot\nabla\psi + \nu_0\psi^\dagger\psi,$$

$$\mathscr{H}_{\text{int}} = \underbrace{g_0(\psi^\dagger D^0 D^{*+} + D^{0\dagger}D^{*+\dagger}\psi)}_{②}\,.$$



① 1チャンネル散乱

② コンパクトな4クォーク状態 Ψ $(cc\bar{u}\bar{d})$ との結合

◉ 散乱振幅

$$V = \frac{g_0^2}{E - \nu_0}, \quad G = -\frac{\mu}{\pi^2}\left(\Lambda + \frac{\pi}{2}ik\right).$$

Λ : カットオフ

※ $\Lambda \to \infty$ で消える項は無視

$(k \ll \Lambda)$

$$\xrightarrow[T = \frac{1}{V^{-1} - G}]{} \quad f(k) = \left[-\frac{2\pi}{\mu}\left(\frac{\frac{k^2}{2\mu} - \nu_0}{g_0^2}\right) - \frac{2\Lambda}{\pi} - ik\right]^{-1}.$$

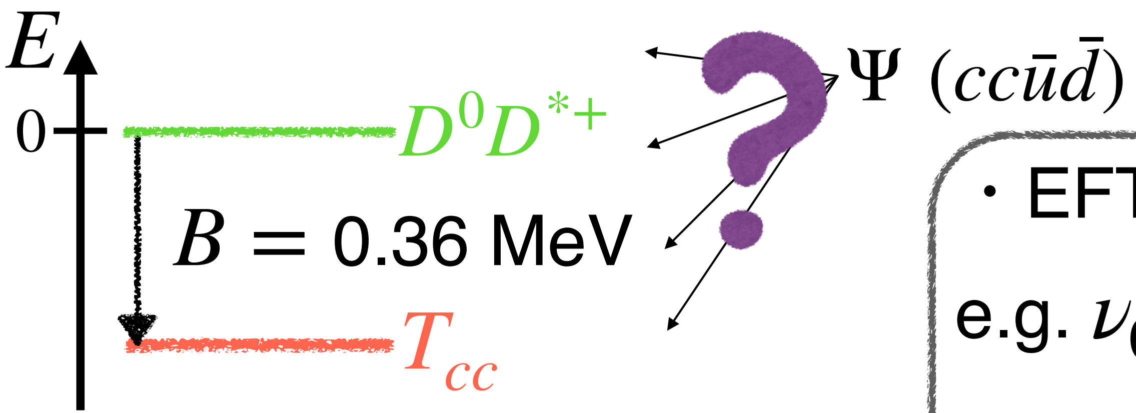
模型のパラメタ

・カットオフ Λ : 0.14 GeV = m_π (π 交換)

・結合定数 g_0 ： $g_0^2(\Lambda,\nu_0,B)=\left(\frac{\kappa^2}{2\mu}+\nu_0\right)\frac{2\pi}{\mu(2\Lambda/\pi-\kappa)},\ \kappa=\sqrt{2\mu B}\ .$

$\because$ 束縛状態の条件式 $f^{-1}=0$

・散乱の閾値から測った4クォーク状態のエネルギー ν_0



LHCb Collaboration, Nature Phys. **18** (2022) no.7, 751-754.

・EFT以外の模型で決める

e.g. ν_0 = 7 MeV (クォーク模型)

M. Karliner and J. L. Rosner, PRL 119, 202001 (2017)

・**可能な範囲で変化させる**

B,Λ を固定 $\xrightarrow[\text{束縛状態の条件式}]{g_0^2(\Lambda,\nu_0,B)}$ ν_0 を自由に変化させる

模型計算

・ν_0 の範囲 : $-B \leq \nu_0 \leq \Lambda^2/(2\mu)$

$g_0^2 \geq 0$ を与える ν_0 : $-B \leq \nu_0$

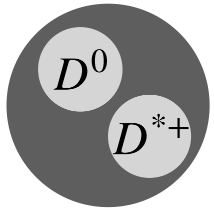
有効場の理論における上限 : $\nu_0 \leq \Lambda^2/(2\mu)$

◉ 計算するもの

① ν_0 の関数としての g_0^2

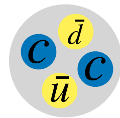
② ν_0 の関数としての X → T_{cc} の内部構造？

$X > 0.5$



or

$X < 0.5$



複合性 X

$$X = \frac{G'(-B)}{G'(-B) - [V^{-1}(-B)]'} .$$

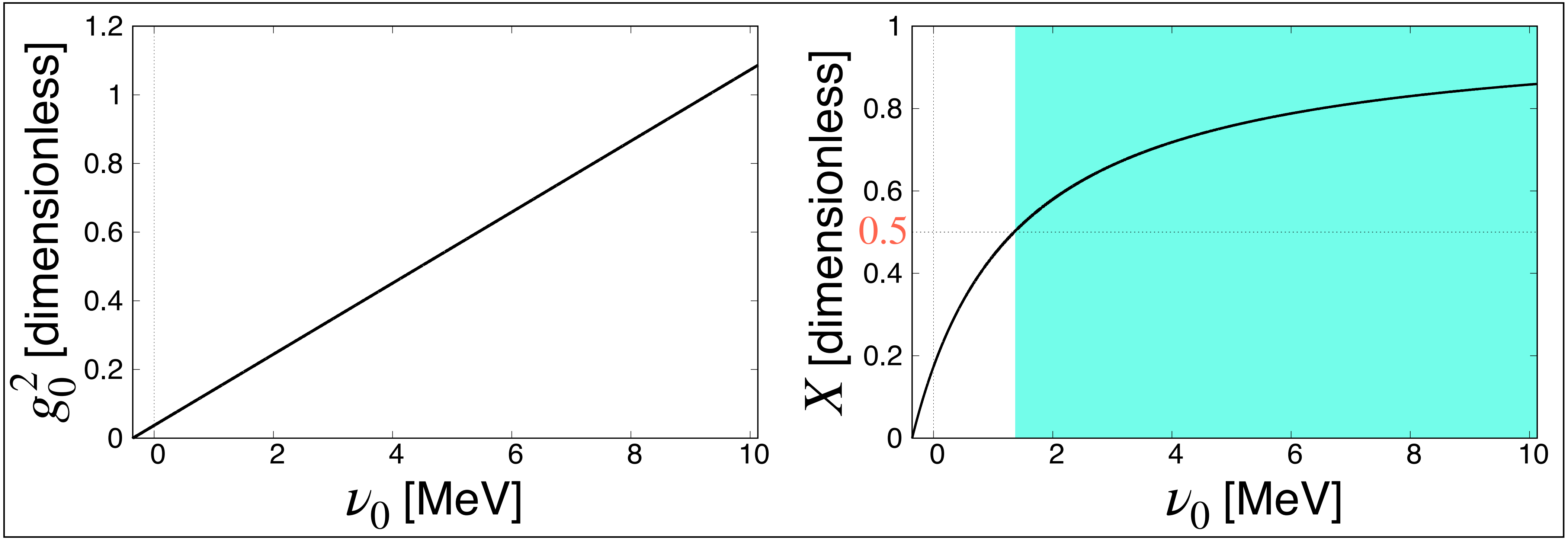
$$T = V + VGT$$

$$\alpha'(E) = d\alpha/dE$$

Y. Kamiya and T. Hyodo, PTEP 2017, 023D02 (2017).

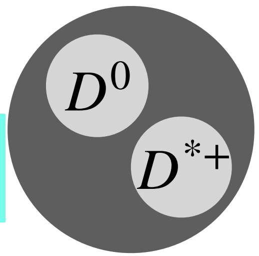
$$X = \left[1 + \frac{2\pi}{R\mu^2 g_0^2}\right]^{-1}, \quad R = 1/\sqrt{2\mu B} .$$

$\boxed{\text{計算結果}}$ $-B \leq \nu_0 \leq \Lambda^2/(2\mu), \quad B = 0.36$ MeV



ν_0 の関数としての g_0^2 (左) と X (右)

・ほとんど (84 %) の ν_0 の範囲で複合的 ($X \geq 0.5$)



❗ $cc\bar{u}\bar{d}$ との結合のみで作られた束縛状態なのに $X > 0.5$

← 低エネルギー普遍性 (B が小)

まとめ

- 有効場の理論 → 複合性 X の計算 → T_{cc} の内部構造？

- コンパクトな4クォーク状態 ($cc\bar{u}\bar{d}$) と D^0D^{*+} との結合を持つ模型

- $cc\bar{u}\bar{d}$ のエネルギー ν_0 を変えながら複合性 X の計算

→ ほとんど (84 %) の ν_0 の範囲で複合的

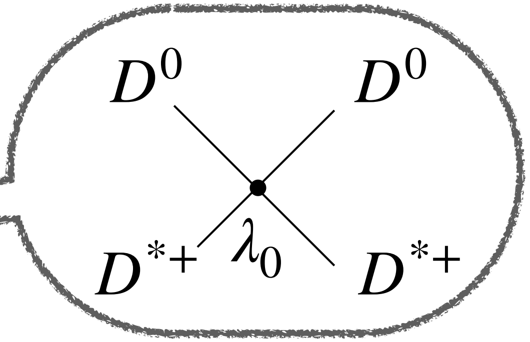
$cc\bar{u}\bar{d}$ との結合のみで作られた束縛状態なのに複合的

∵ 低エネルギー普遍性

◉ 今後の見通し

- 2チャンネルへの拡張 : $D^{*0}D^+$ チャンネルの追加

- さらなる相互作用 : 4点相互作用の追加



- G の近似なしの計算 $G = -\frac{\mu}{\pi^2}\left[\Lambda + ik\arctan\left(\frac{\Lambda}{-ik}\right)\right]$

- p 波散乱の場合に低エネルギー普遍性が現れるか？

有効場の理論を用いた T_{cc}の性質

<u>Tomona Kinugawa</u> **Tetsuo Hyodo**

Department of Physics, Tokyo Metropolitan University

September 7th JPS 2022 autumn

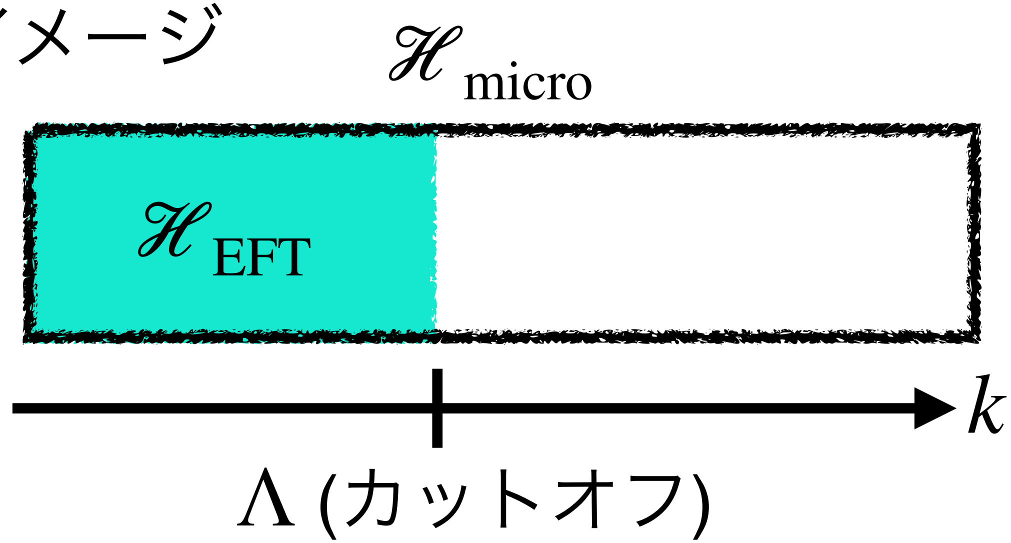
有効場の理論 (EFT)

ある微視的な理論の低エネルギー極限を記述

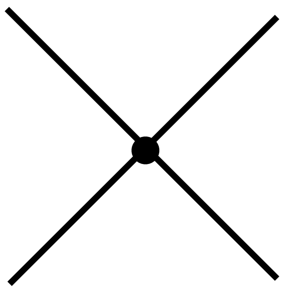
e.g. Eulaer-Heisenberg理論 (QED)

カイラル摂動論 (QCD)

イメージ

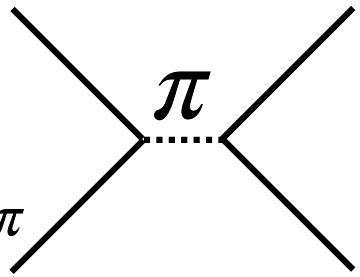


$\mathscr{H}_{\rm EFT}$: $k \ll \Lambda$ の現象を記述



点状相互作用 (EFT)

$k \ll \Lambda \sim m_\pi$



微視的構造が見える

動機

T. Kinugawa and T. Hyodo, Phys. Rev. C 106, 015205 (2022)

◉ エキゾチックハドロン候補の複合性

弱束縛関係式による複合性 X の見積もり

bound state	compositeness X
d	$0.74 \le X \le 1$
$X(3872)$	$0.53 \le X \le 1$
$D^*_{s0}(2317)$	$0.81 \le X \le 1$
$D_{s1}(2460)$	$0.55 \le X \le 1$
$N\Omega$ dibaryon	$0.80 \le X \le 1$
$\Omega\Omega$ dibaryon	$0.79 \le X \le 1$
${}^3_\Lambda\mathrm{H}$	$0.74 \le X \le 1$
${}^4\mathrm{He}$ dimer	$0.93 \le X \le 1$

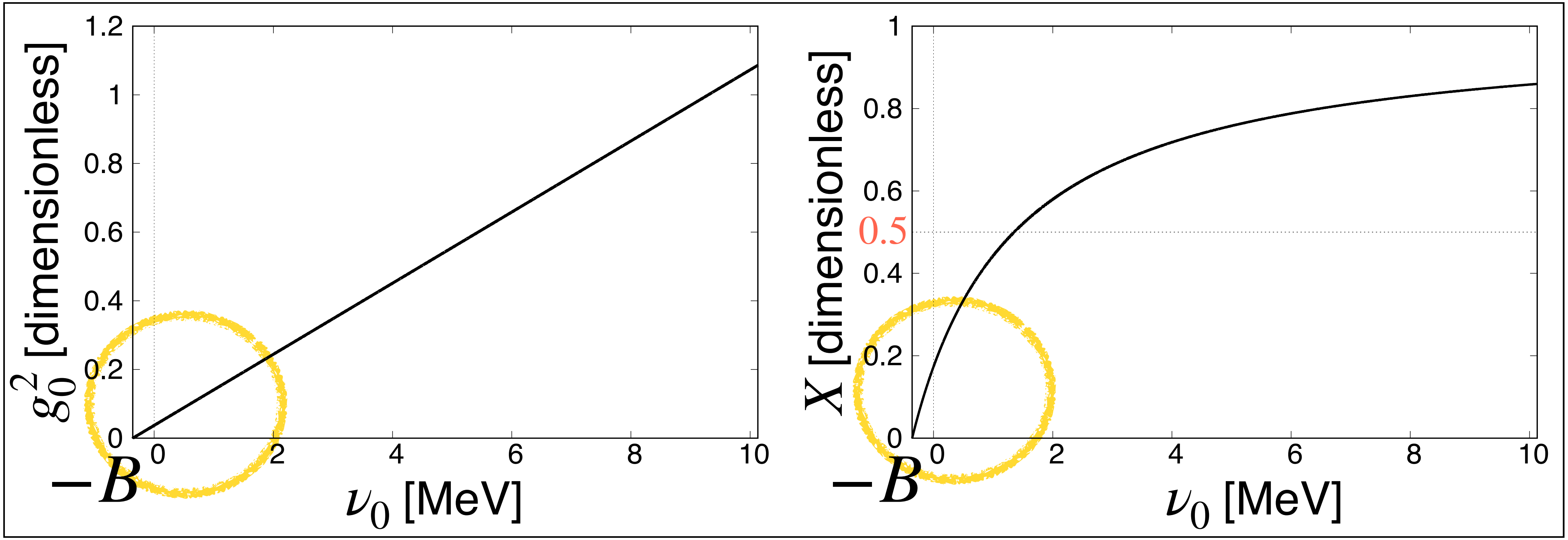
浅い束縛状態は模型非依存に複合性を見積もれる

→ 調べた状態全てにおいて複合的（$X \ge 0.5$）

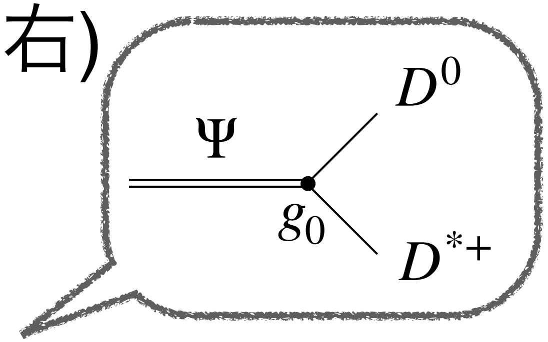
T_{cc} は観測量 (有効レンジ) の不定性が大きすぎて弱束縛関係式から複合性を見積もれない...

→ 束縛エネルギーを再現する模型を用いて X を計算

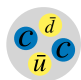
$\boxed{\text{計算結果}}$ $-B \le \nu_0 \le \Lambda^2/(2\mu)$, $B = 360$ keV

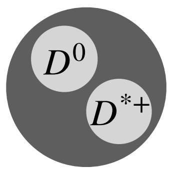


ν_0 の関数としての g_0^2 (左) と X (右)



$\nu_0 \sim -B$ のとき

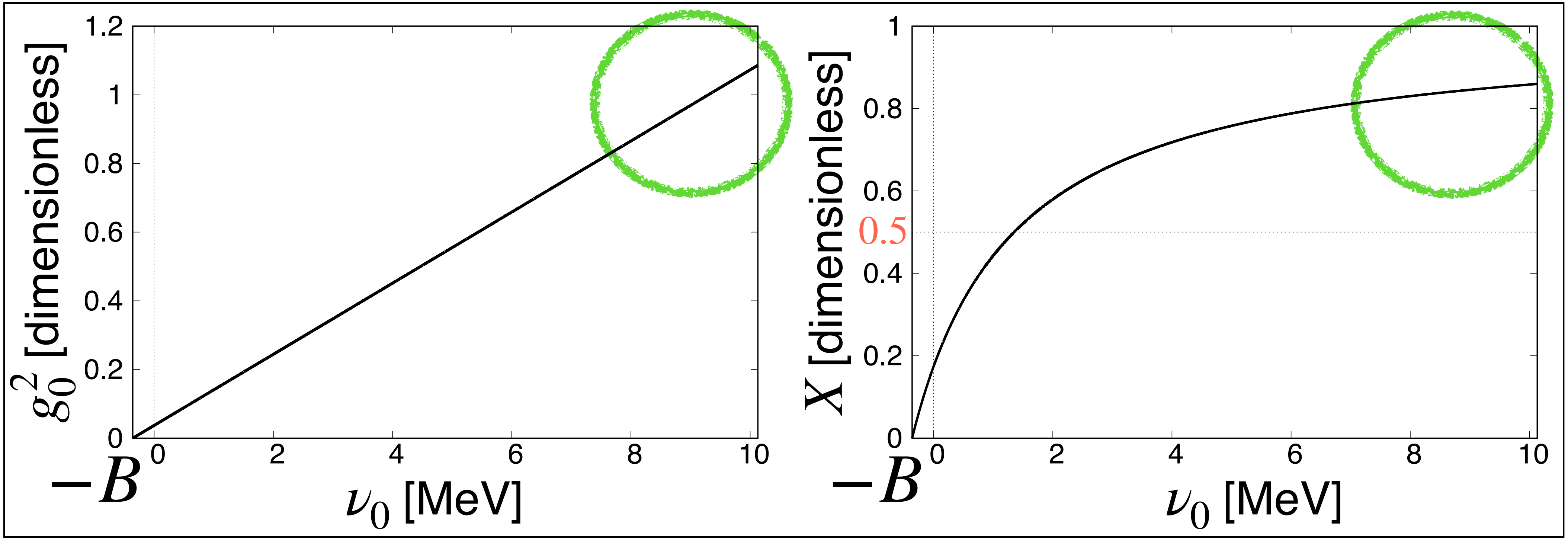




g_0^2 が小さい $\longleftrightarrow$ $cc\bar u\bar d$ と散乱状態との結合が小さい

$\longleftrightarrow$ X が小さい

$\boxed{\text{計算結果}}$ $-B \le \nu_0 \le \Lambda^2/(2\mu)$, $B = 360$ keV



ν_0 の関数としての g_0^2 (左) と X (右)

$\nu_0 \gg -B$ のとき

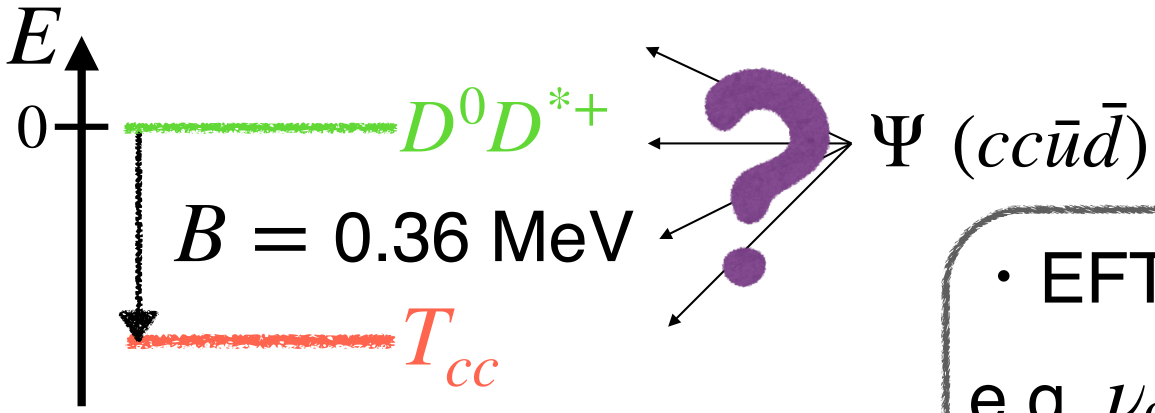
g_0^2 が大きい ⟷ X も大きい ($\nu_0 \sim B$ と逆)

! $cc\bar{u}\bar{d}$ との結合のみで作られた束縛状態なのに $X > 0.5$

← 低エネルギー普遍性 (B が小)

クォークモデルでの ν_0

・散乱の閾値から測った離散固有状態のエネルギー ν_0



・EFT以外の模型で決める

e.g. $\nu_0 = 7$ MeV (クォーク模型)

M. Karliner and J. L. Rosner, PRL 119, 202001 (2017)

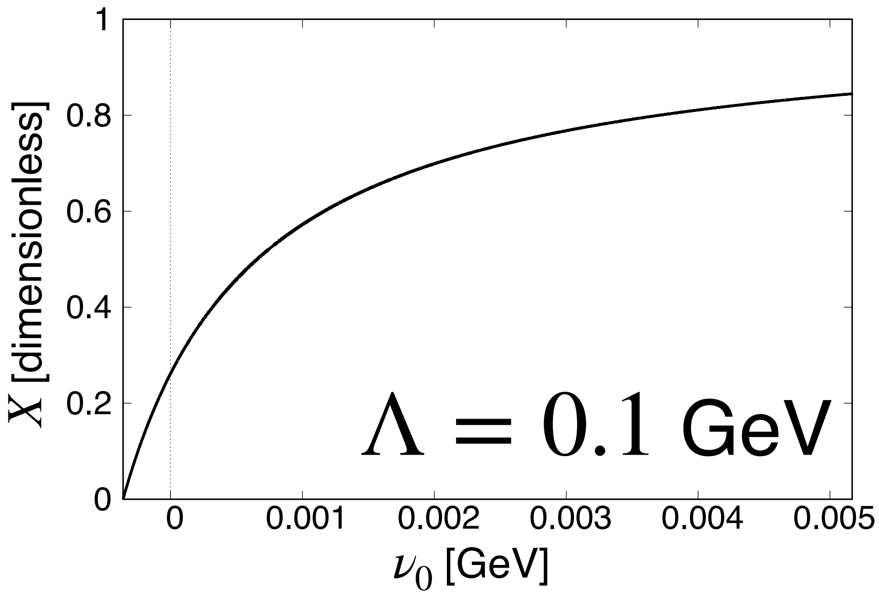
・カットオフ $\Lambda = 0.14$ GeV

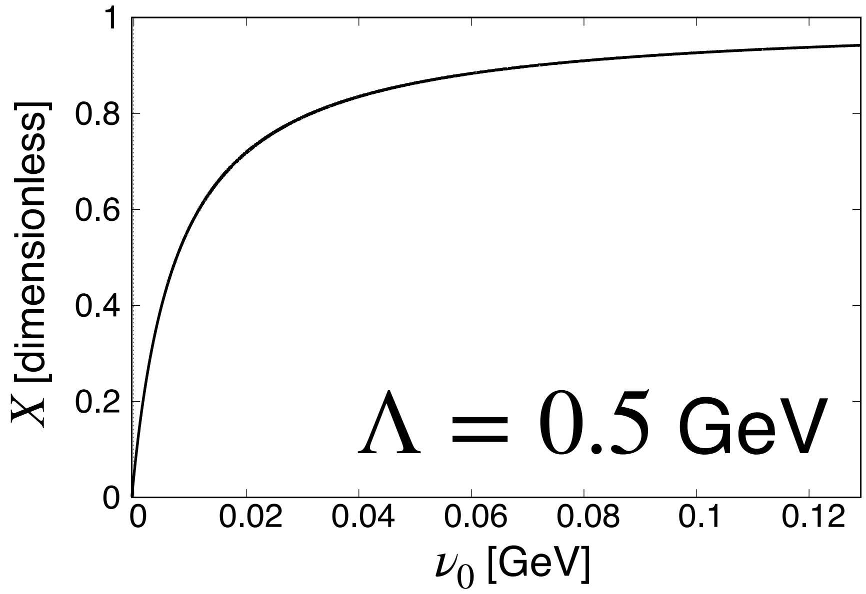
・束縛エネルギー $B = 0.36$ GeV

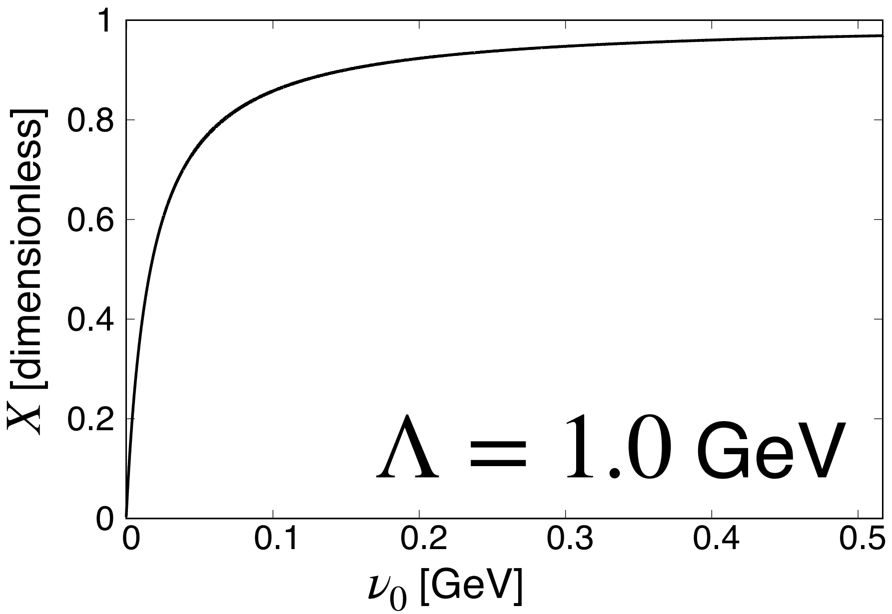
・$cc\bar{u}\bar{d}$ のエネルギー $\nu_0 = 0.007$ GeV

$\longrightarrow$ $X = 0.81$ (複合的)

カットオフを変えた計算

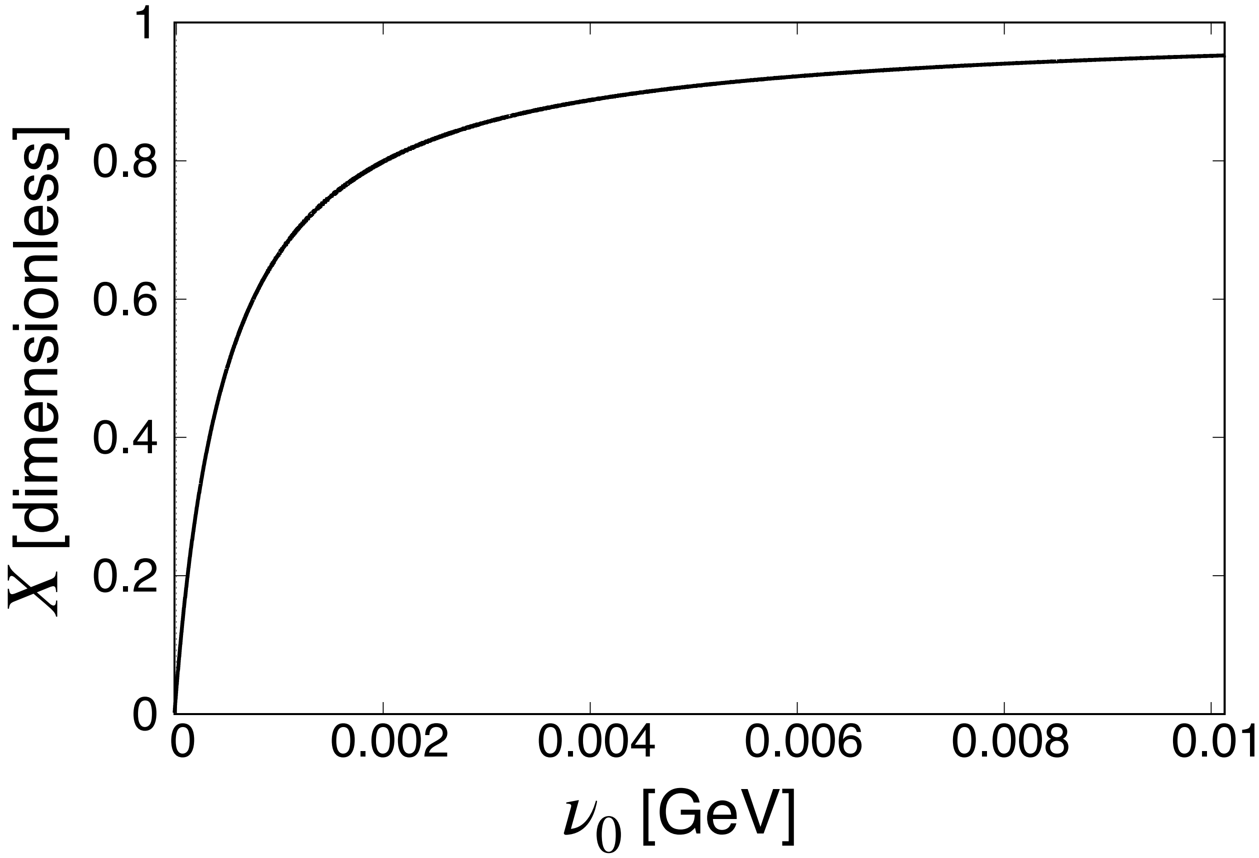


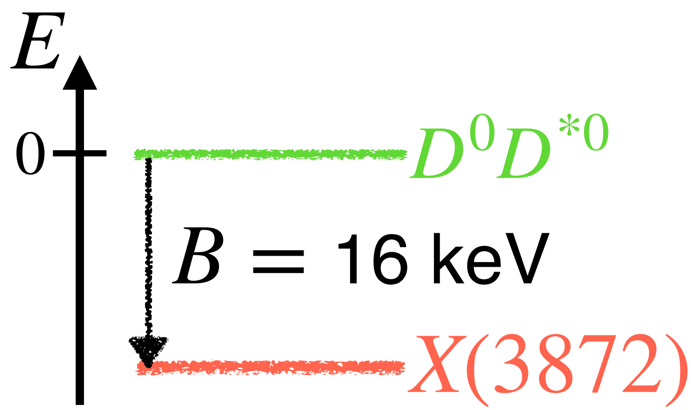




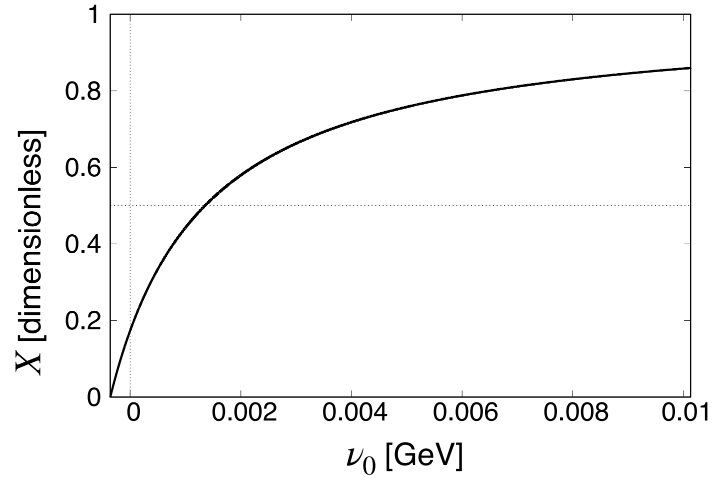
$$-B \le \nu_0 \le \Lambda^2/(2\mu_0)$$
$$B = 360 \text{ keV}$$

$\boxed{X(3872)}$ $-B \leq \nu_0 \leq \Lambda^2/(2\mu_0)$, $B = 16$ keV





T_{cc} 360 keV



2チャンネル

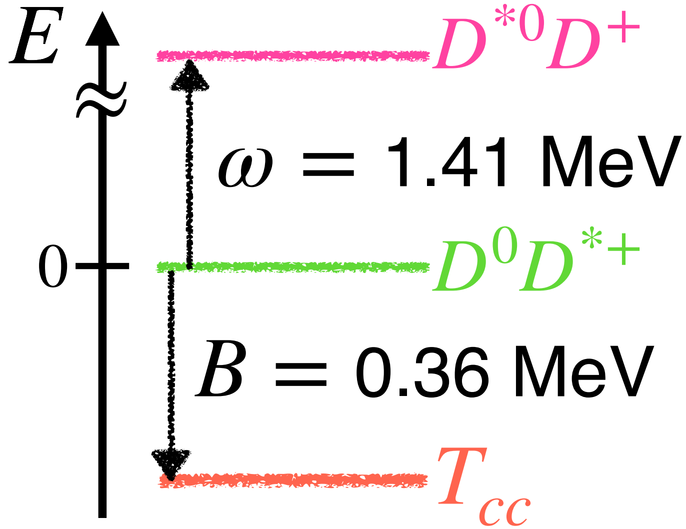
$$\mathscr{H}_{\text{free}} = \frac{1}{2m_{D^0}}\nabla D^{0\dagger}\cdot\nabla D^0 + \frac{1}{2m_{D^{*+}}}\nabla D^{*+\dagger}\cdot\nabla D^{*+} + \frac{1}{2m_\Psi}\nabla\psi^\dagger\cdot\nabla\psi + \nu_0\psi^\dagger\psi$$
$$\underline{+\omega_0 D^{0\dagger}D^0 + \omega_+ D^{*+\dagger}D^{*+}},$$

上のチャンネル

$$\mathscr{H}_{\text{int}} = g_0(\psi^\dagger D^0 D^{*+} + D^{0\dagger}D^{*+\dagger}\psi)\,.$$

ω_0 : 閾値から測った D^0 のエネルギー

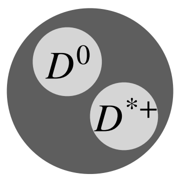
ω_+ : 閾値から測った D^{*+} のエネルギー



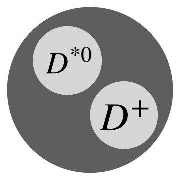
◉ 複合性

$$V = \frac{g_0^2}{E-\nu_0},\quad G_{1,2} = -\frac{\mu_{1,2}}{\pi^2}\left(\Lambda - \frac{\pi}{2}\kappa_{1,2}\right).$$

$$X_1 = \frac{G_1'}{(G_1'+G_2') - [V^{-1}]},$$



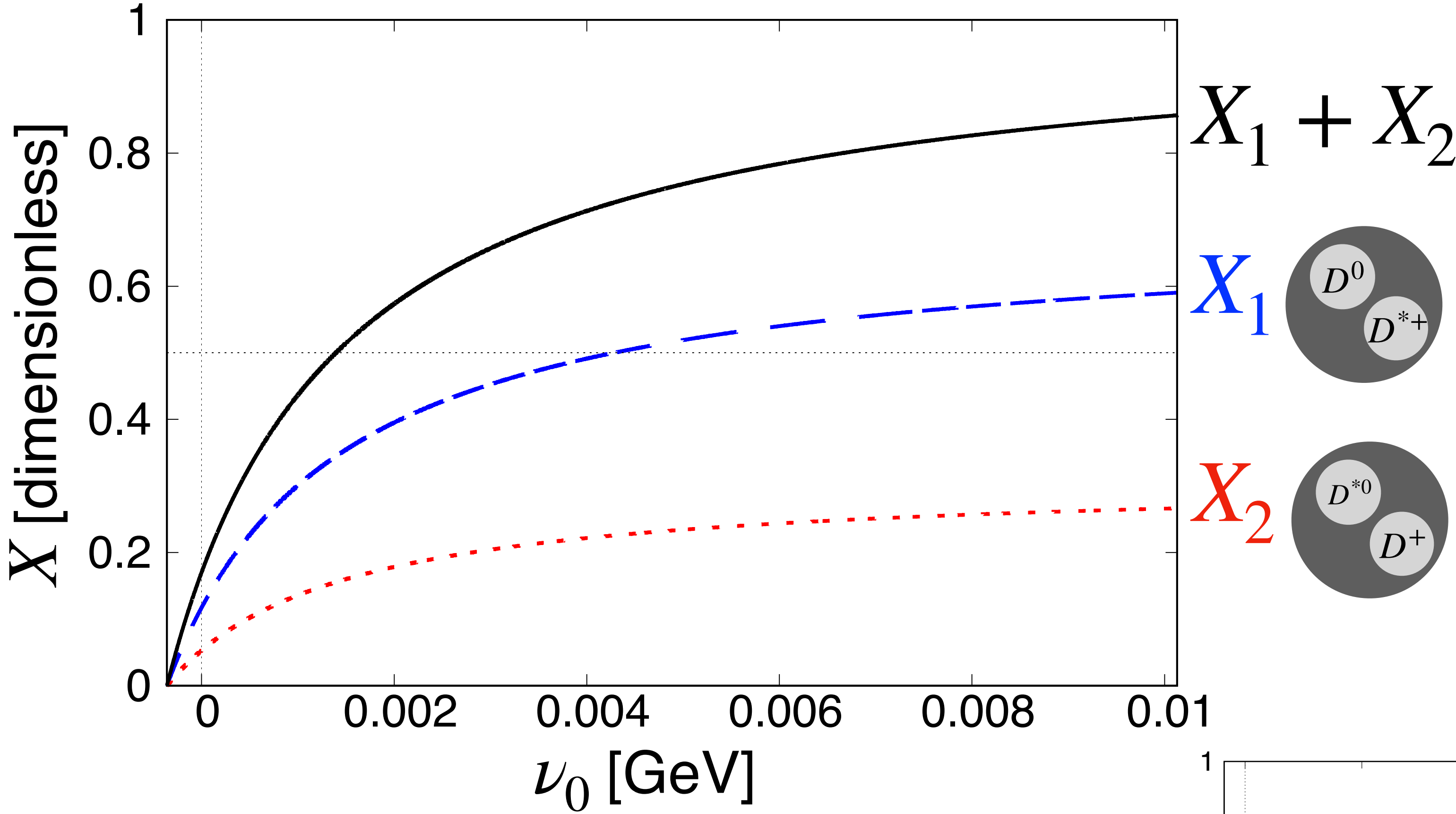
$$X_2 = \frac{G_2'}{(G_1'+G_2') - [V^{-1}]}.$$



$\mu_{1,2}$: チャンネル1,2の換算質量

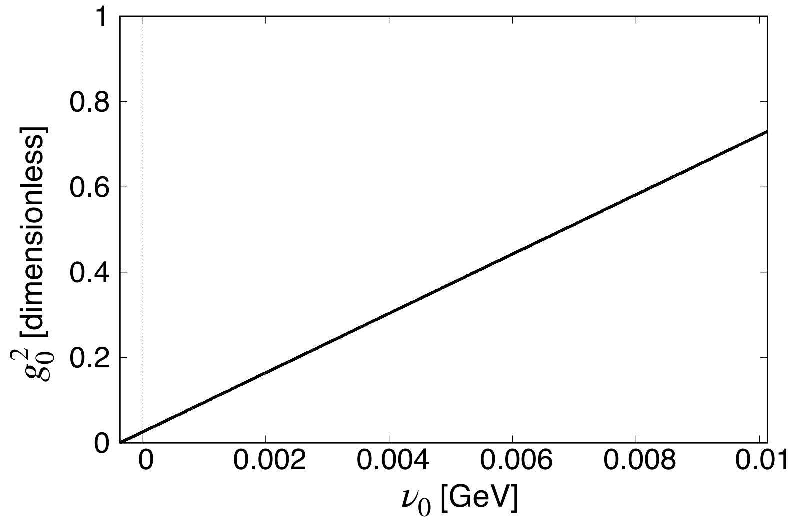
$$\kappa_1 = \sqrt{2\mu_1 B}$$
$$\kappa_2 = \sqrt{2\mu_1(B+\omega)}$$

$\boxed{\text{2チャンネル } T_{cc}}$

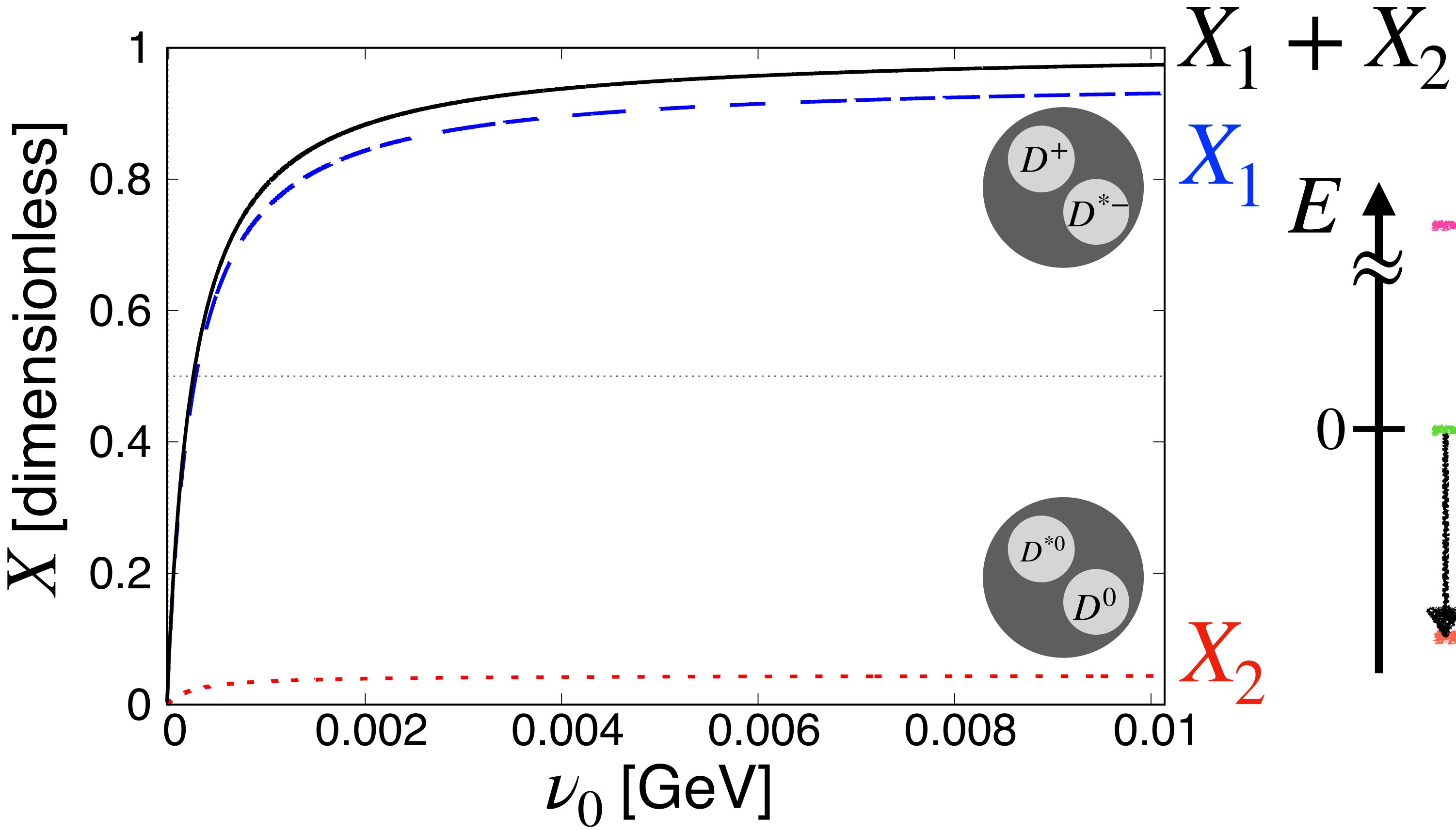


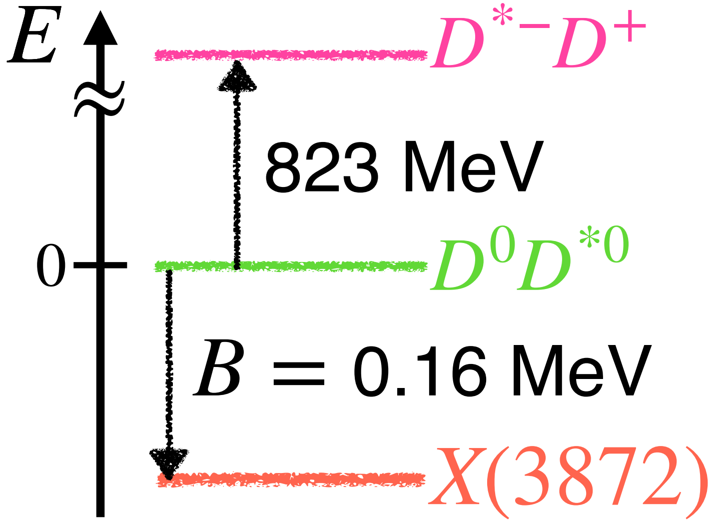
$$B = 360 \text{ keV}, \Lambda = 0.14 \text{ GeV}$$

$$-B \leq \nu_0 \leq \Lambda^2/(2\mu_0)$$



$\boxed{X(3872)}$ $-B \le \nu_0 \le \Lambda^2/(2\mu_0)$, $B = 16$ keV





T_{cc} と比べると…

B が小 → $X_1 + X_2$ が大 ω が大 → $X_1 \gg X_2$