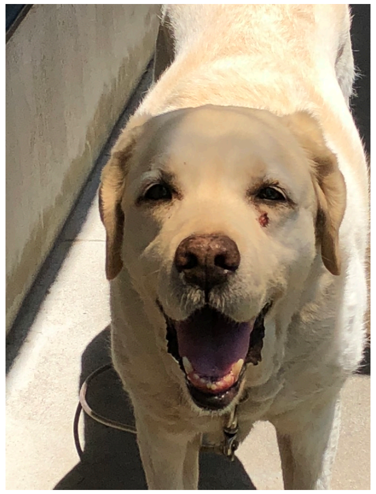
ゼロレンジ模型での弱束縛関係式の改良



衣川　友那　　兵藤　哲雄

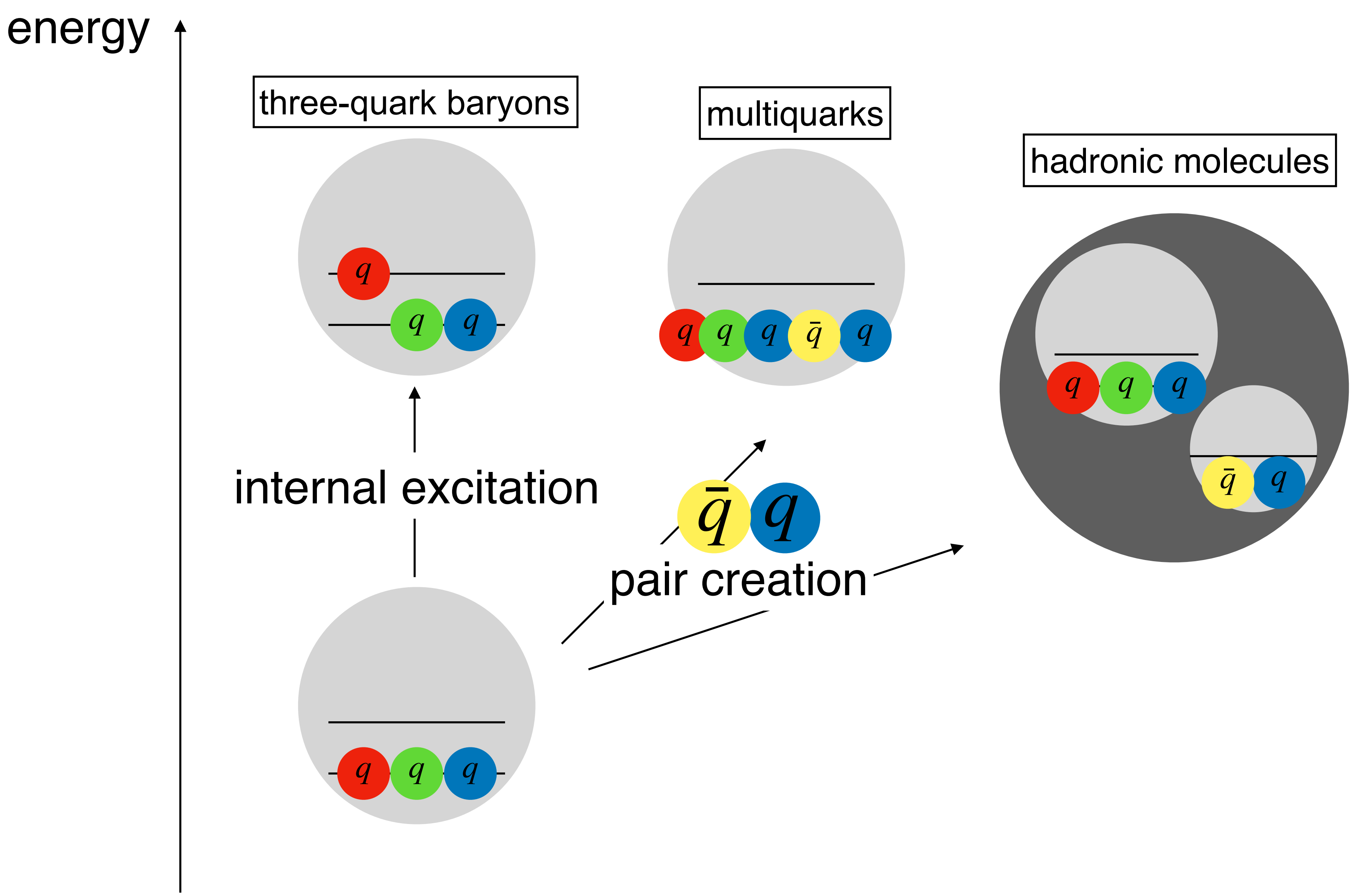
Department of Physics, Tokyo Metropolitan University

March 12th 2021日本物理学会

背景

エキゾチックハドロンの候補
$\Lambda(1405)$, XYZ meson　etc…

マルチクォーク状態
ハドロン分子状態



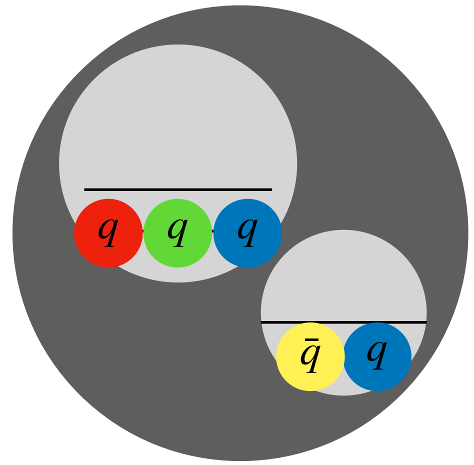
ハドロンの内部構造

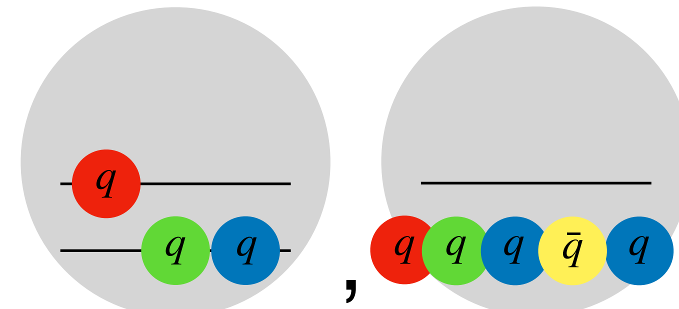
モデル非依存な手段

観測量

先行研究

ハドロンの波動関数





$$|\Psi\rangle = \sqrt{X}\,|\text{hadronic molecule}\rangle + \sqrt{1-X}\,|\text{others}\rangle$$

複合性(ハドロン分子状態の重み)

弱束縛関係式

$$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\mathrm{typ}}}{R}\right)\right\}$$

a_0 (散乱長)

$R \equiv (2\mu B)^{-1/2}$, B (束縛エネルギー)

R_{typ}(相互作用長さ)

$R \gg R_{\mathrm{typ}}$ のとき:観測量(a_0, B) $\longrightarrow$ 複合性(X)

S. Weinberg, Phys. Rev. 137, B672 (1965); Y. Kamiya and T. Hyodo, PTEP 2017, 023D02 (2017).

Motivation

弱束縛関係式　$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\mathrm{typ}}}{R}\right)\right\}$

低エネルギー普遍性 → $a_0 = R \ (R \to \infty)$

-他のチャンネルの寄与によるズレ ← $X \neq 1$

-相互作用長さによるズレ ← $R_{\mathrm{typ}} \neq 0$

→ 有効レンジr_eの導入による弱束縛関係式のrange correctionを考える

有効レンジ模型

E. Braaten, M. Kusunoki, and D. Zhang, Annals Phys. 323, 1770 (2008), 0709.0499.

質量mの同種ボソンによる１チャンネル散乱:

$$\boxed{\mathscr{H}_{\rm int} = \frac{1}{4}\lambda_0(\psi^\dagger\psi)^2 + \frac{1}{4}\rho_0\nabla(\psi^\dagger\psi)\cdot\nabla(\psi^\dagger\psi)}$$

On-shell散乱振幅: cut off at Λ

$$f(k) = \left[-\frac{8\pi}{m}\frac{\left(1+\frac{m}{12\pi^2}\Lambda^3\rho_0\right)^2}{N(k)} - \frac{2}{\pi}\Lambda - ik\right]^{-1},\ N(k) = \left[\lambda_0 - \frac{m}{20\pi^2}\Lambda^5\rho_0^2\right] + 2\rho_0\left(\frac{m}{24\pi^2}\Lambda^3\rho_0 + 1\right)k^2.$$

くりこみ:

a_0 と r_eがΛ非依存になるように、ベアパラメータλ_0, ρ_0 をΛ の関数にする

$$f(k) = \left[-\frac{1}{a_0} + \frac{r_e}{2}k^2 + \mathscr{O}\left(\frac{1}{\Lambda}\right) - ik\right]^{-1}$$

$$\to \left[-\frac{1}{a_0} + \frac{r_e}{2}k^2 - ik\right]^{-1} \quad (\Lambda\to\infty)$$

ゼロレンジ極限

有効レンジ模型

ゼロレンジ極限: $X = 1,\ R_{\rm typ} = 1/\Lambda \to 0$

$$\Rightarrow a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\rm typ}}{R}\right)\right\} \to R\ ?$$

くりこまれた散乱振幅($\Lambda \to \infty$):

$$a_0 = R\frac{2r_e/R}{1-(r_e/R-1)^2} = R\left[1 + \mathcal{O}\left(\left|\frac{r_e}{R}\right|\right)\right]$$

→ r_eによる弱束縛関係式のrange correction

弱束縛関係式の改良

相互作用長さ: $R_{\rm typ}$ → $R_{\rm int} \sim 1/\Lambda$

$R_{\rm typ}$の再定義:

$$R_{\rm typ} = \max\left\{R_{\rm int}, R_{\rm eff}\right\},\quad R_{\rm eff} = \max\left\{|r_e|, \frac{|P_s|}{R^2}, \cdots\right\}.$$

数値計算

弱束縛関係式　$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\mathrm{typ}}}{R}\right)\right\}$

誤差項の見積もり ($\xi \equiv R_{\mathrm{typ}}/R$): Y. Kamiya and T. Hyodo, PTEP 2017, 023D02 (2017).

→ 中心値X_c, 上限と下限の値 X_{upper}, X_{lower}

弱束縛関係式が有用であるためには...

$$\begin{cases} X_{\mathrm{lower}} < X_{\mathrm{exact}} < X_{\mathrm{upper}} & \text{:正確さの条件} \\ \dfrac{(X_{\mathrm{upper}} - X_c)}{X_c} < 0.1 \text{ and } \dfrac{(X_c - X_{\mathrm{lower}})}{X_c} < 0.1 & \text{:精密さの条件} \end{cases}$$

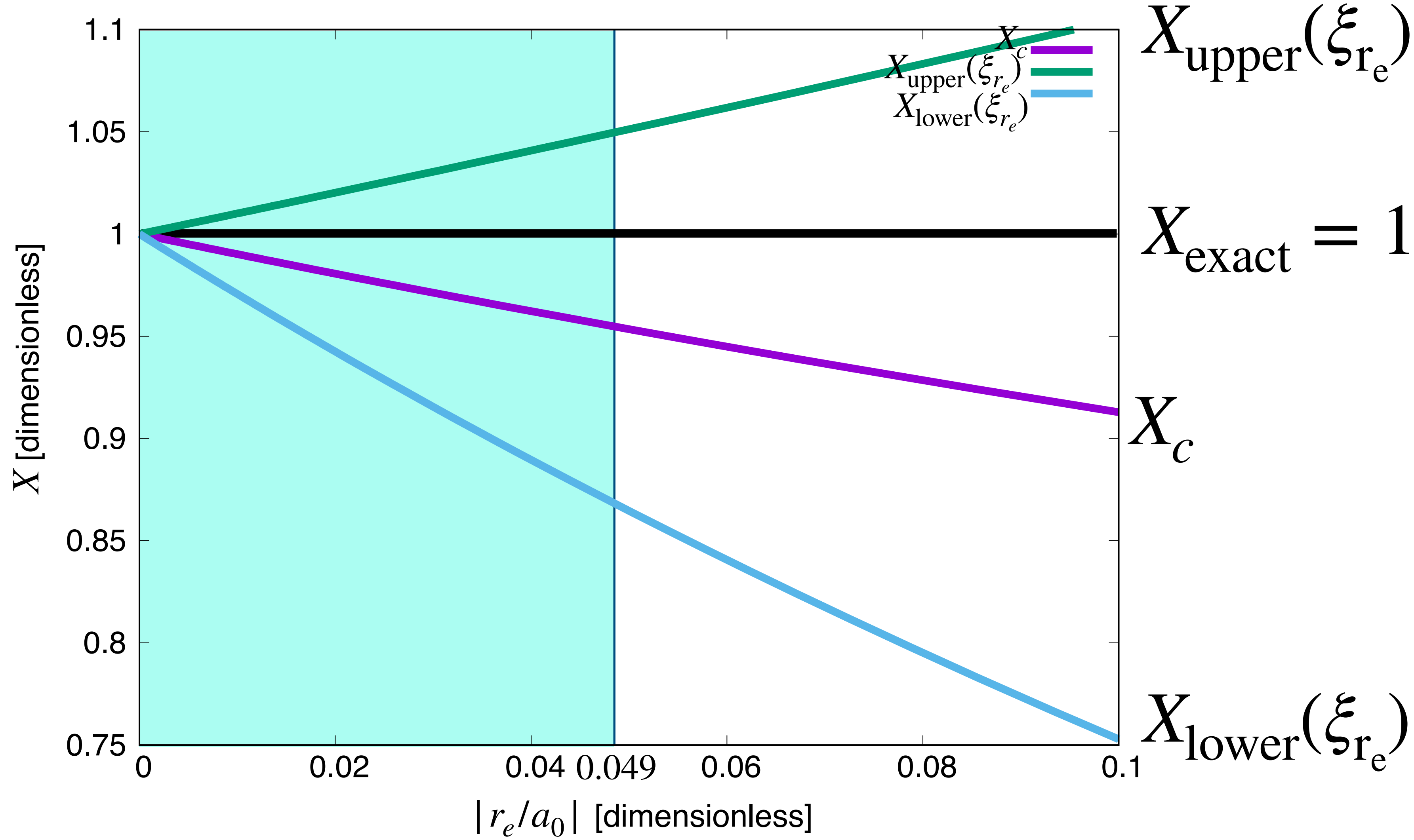
有効レンジ模型($\Lambda < \infty$)

$$f(k;\lambda_0,\rho_0,\Lambda) = \left[-\frac{1}{a_0} + \frac{r_e}{2}k^2 + \mathcal{O}\left(R_{\mathrm{int}}\right) - ik\right]^{-1}$$ (r_e と R_{int}の２つの長さスケール)

→ 正確さと精密さの２つの条件が成り立つr_e and R_{int}の領域を探す。

数値計算

r_e によるX_c と誤差の範囲の見積もり($R_{\rm int}=a_0/1000$)



-$X_{\rm exact}=1$はいつも誤差の範囲に含まれる

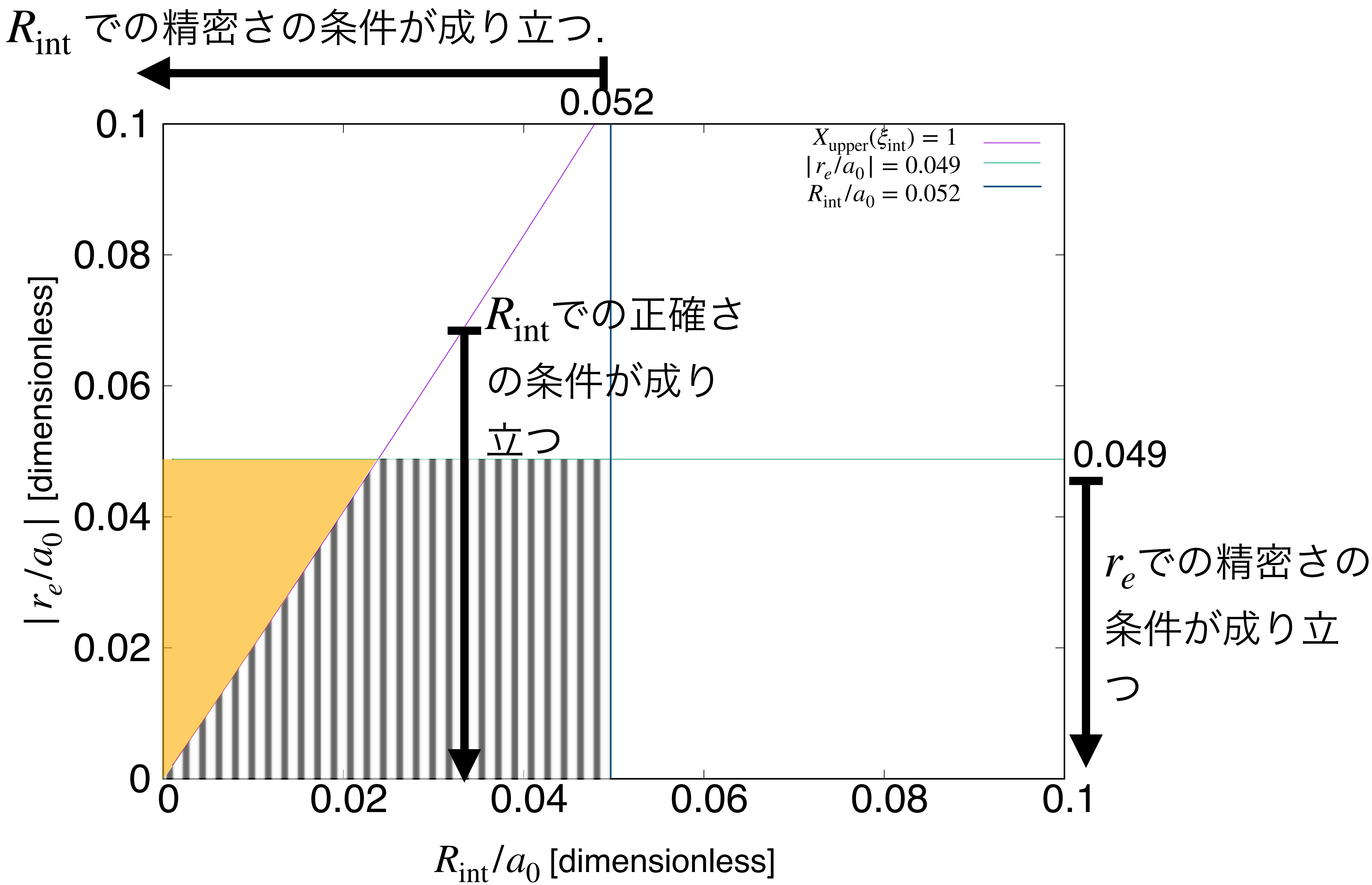
→ 正確さの条件はいつも満たされている

-$|r_e|\lesssim 0.049a_0$の領域で誤差が10 % 以下

→ この領域で精密さの条件は満たされる

数値計算

R_{int}/a_0-$|r_e/a_0|$ 平面での正確さと精密さの条件のplot



改良した弱束縛関係式のみが有用な領域があった

結論と今後の見通し

- 弱束縛関係式: 観測量 → 複合性(X)

$$a_0 = R\left\{\frac{2X}{1+X} + \mathcal{O}\left(\frac{R_{\rm typ}}{R}\right)\right\}$$

- r_eによる弱束縛関係式のrange correctionを見つけた

-$R_{\rm typ}$ の再定義による弱束縛関係式の改良:

$$R_{\rm typ} = \max\left\{R_{\rm int}, R_{\rm eff}\right\}, \quad R_{\rm eff} = \max\{\,|r_e|, \cdots\}$$

-数値計算:有効レンジモデル($\Lambda < \infty$)

→ 改良した弱束縛関係式のみが有用な範囲を見つけた

- 改良した弱束縛関係式を実際のハドロン系に応用