

実験屋のための実践的核反応論

東大CNS 下浦 享

はじめに

(目標)

「核反応で、何をどうやれば何がどの程度わかるか？」についてのセンスを磨き、実験提案や実験解析に実践的に生かせるようになる

(素朴な疑問)

- 核反応モデルの背後にある基本的考え方、予言能力、限界は？
- 計算コード (ECIS, DWUCK, ...) は結局何を計算しているのか？
- 手計算で何がわかり、計算コードの出力から何を読み取るのか？
- その他 (受講者からの疑問を歓迎する)

(内容)

非相対論的な散乱の量子論の解説を中心にする

(資料)

プレゼンテーションに加えて、実際の計算のための公式、コードの使い方、advance level の公式などのメモを提供する

Menu

- おさらい
- 重イオン反応の運動学
 - 低エネルギー重イオン反応の運動学
- アイソスピン
 - アイソスピン表現
 - 一粒子配位とアイソスピン
- 核構造模型と核反応
 - 核構造模型間の関係
 - 基底の取り方と相互の関係
 - 核反応によるプロジェクトン
 - 演算子の固有状態とエネルギー固有状態
- 複合粒子をフローブとした直接反応
 - フローブの構造と相対運動

今回は Open question (~ perspectives)も含めて...

おさらい

弾性散乱(平面波ボルン近似)

$$T_{el}^{PWBA} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3r V(\vec{r}) \exp[i(\vec{k} - \vec{k}') \cdot \vec{r}]$$

$$q = 2k_\alpha \sin \frac{\theta}{2} \approx k_\alpha \theta$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \int r^2 dr j_0(qr) V(r)$$

$$f^{PWBA}(\theta) = -\frac{(2\pi)^2 \mu}{\hbar^2} T \approx R(\kappa R)^2 \exp(-(qa)^2) \left[\frac{j_1(qR)}{qR} + 2\left(\frac{a}{R}\right)^2 j_0(qR) \right]$$

$$V(r) = \int_r^\infty dt \frac{-V_0}{\sqrt{2\pi}(2a^2)} \exp\left[-\frac{(t-R)^2}{4a^2}\right] \approx \frac{-V_0}{1 + \exp[(r-R)/a]}; V_0 = \frac{(\hbar\kappa)^2}{2\mu}$$

- 平面波ボルン近似では、T行列(散乱振幅)は、ポテンシャルのフーリエ変換で記述される。
- 相互作用が強いとこの近似はよくない。
- 吸収の効果は入らない

弾性散乱(Eikonal近似=Glauber模型)

$$T_{el}^{Eikonal} = \frac{\hbar v_\alpha}{i(2\pi)^2} \int b db J_0(qb) [1 - \Gamma(b)] \quad q = 2k_\alpha \sin \frac{\theta}{2} \approx k_\alpha \theta$$

$$f^{Eikonal}(\theta) = ik_\alpha \int_0^\infty b db J_0(qb) [1 - \Gamma(b)] \rightarrow \frac{ik_\alpha R}{q} J_1(qR): \text{Black Disk}$$

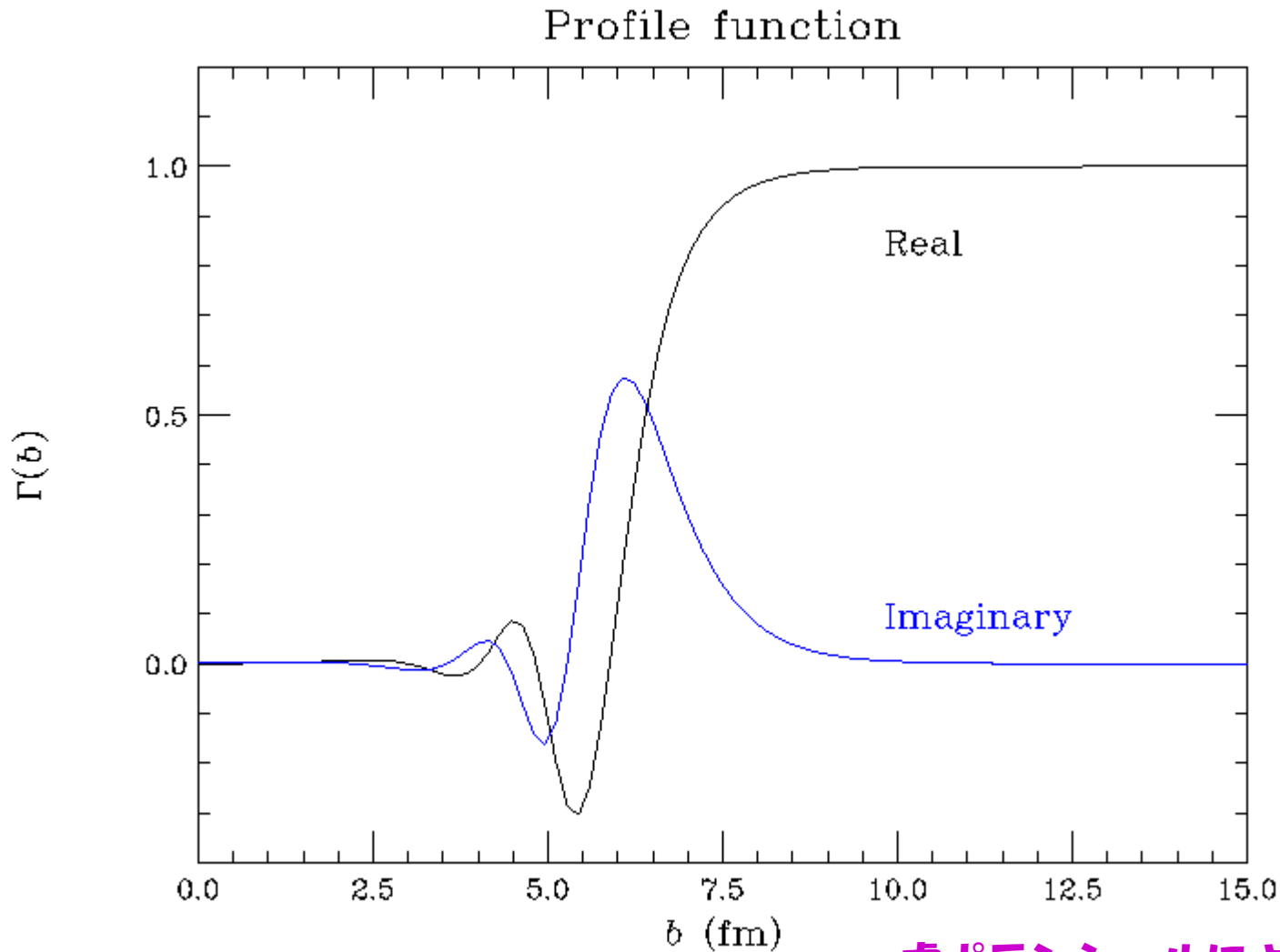
$$\Gamma(b) = \exp[i\chi(b)]: \text{Profile function}$$

$$\chi(b) = \frac{-1}{\hbar v_\alpha} \int_{-\infty}^\infty dz V(\vec{b}, z): \text{Phase shift function}$$

$$\begin{aligned} T_{el}^{Eikonal} &\rightarrow -\frac{1}{(2\pi)^2} \int b db J_0(qb) \int_{-\infty}^\infty dz V(\vec{b}, z) \text{ for } |\chi(b)| \ll 1 \\ &= -\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3r V(x, y, z) \exp[i(q_x x + q_y y + 0z)]; q_z \approx 0 \end{aligned}$$

- Eikonal近似では、T行列(散乱振幅)は、Profile function (2次元)のフーリエ変換で記述される。
- 吸収の効果 (重イオン散乱)
- 相互作用の無限次のべきを含んでいる。 $\Gamma(b) \sim 1 + i\chi(b)$ と近似すると、平面波ボルン近似と同じような表式になる

弾性散乱の Eikonal 近似 (例) (Profile function)



$$V_0 = 100 \text{ MeV}$$

$$W_0 = 40 \text{ MeV}$$

$$R = 5 \text{ fm}$$

$$a = 0.65 \text{ fm}$$

$$\mu = 4 \cdot \frac{64}{68} \text{ amu}$$

$$T_{in} = 240 \text{ MeV}$$

$$k = 6.39 \text{ fm}^{-1}$$

$$\beta = 0.359$$

虚ポテンシャルによる吸収効果
実ポテンシャルによる位相の変化

弾性散乱が光学ポテンシャルで記述できるなら

$\Psi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha}, \xi_{\alpha}, \dots)$, $\Psi_{\beta}^{(-)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}, \xi_{\beta}, \dots)$ の近似として

- 弾性散乱チャンネルの波動関数、散乱振幅はポテンシャル問題を解けばよい。
- $a+A \rightarrow b+B$ 反応を記述する Ψ の主要成分が弾性散乱だとすると、 Ψ の近似として、ポテンシャル問題の解を用いればよさそう。
- Ψ を、(平面波 + 球面波)ではなく、(弾性散乱による散乱波) + (球面波)と書き直す。(弾性散乱による散乱波)を、**歪曲波**と呼ぶ。
- Eikonal近似で得られた波動関数を用いた記述。角運動量表示による厳密なものは教科書(Satchler, 河合・吉田など)を参照のこと

歪曲波ボルン近似 (DWBA)

$$\Psi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha}, \xi_{\alpha}, \dots) = \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha}) \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) + \dots$$

$$\Psi_{\beta}^{(-)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}, \xi_{\beta}, \dots) = \chi_{\beta}^{(-)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) + \dots$$

$$T_{\beta\alpha}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{k}_{\beta}) \approx \left\langle \chi_{\beta}^{(-)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) \left| \hat{V}_{\beta}(\vec{r}_{\beta}, \xi_{\beta}) \right| \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha}) \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \right\rangle$$

: Post Form

$$= \left\langle \chi_{\beta}^{(-)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) \left| \hat{V}_{\alpha}(\vec{r}_{\alpha}, \xi_{\alpha}) \right| \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha}) \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \right\rangle$$

: Prior Form

$$\equiv \left\langle \chi_{\beta}^{(-)}(\vec{k}_{\beta}, \vec{r}_{\beta}) \left| F_{\beta\alpha}^{(\gamma)}(\vec{r}_{\alpha}, \vec{r}_{\beta}) \right| \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha}) \right\rangle \quad (\gamma = \alpha \text{ or } \beta)$$

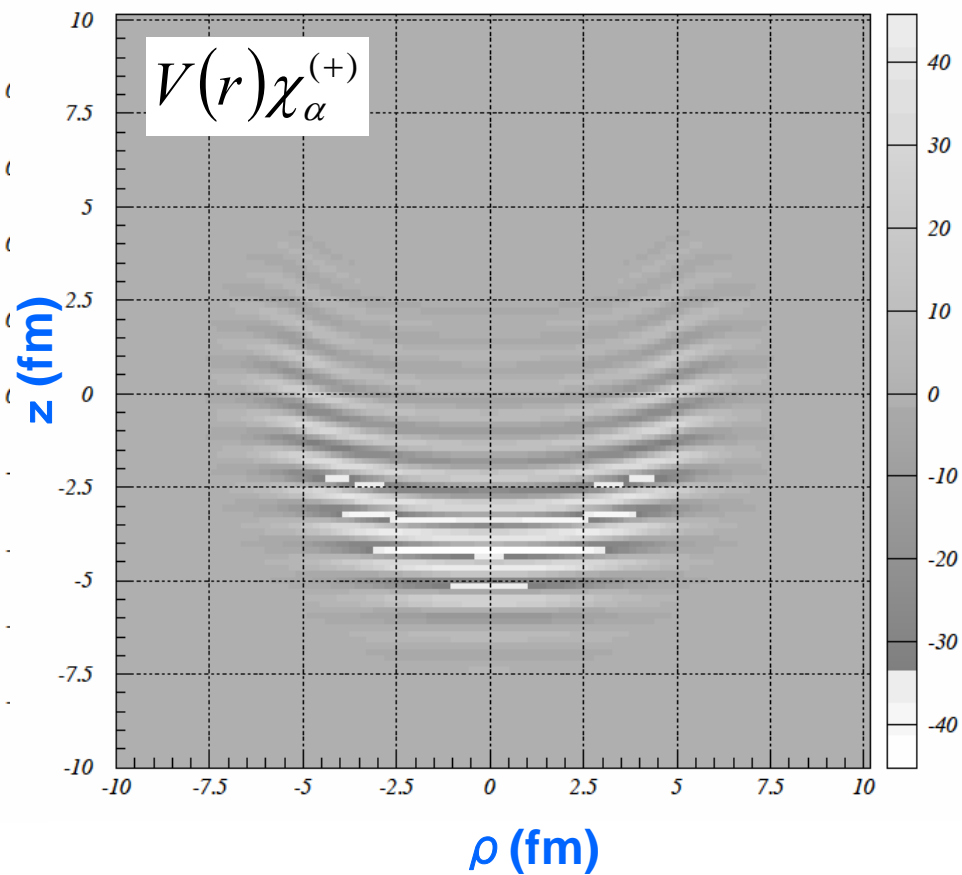
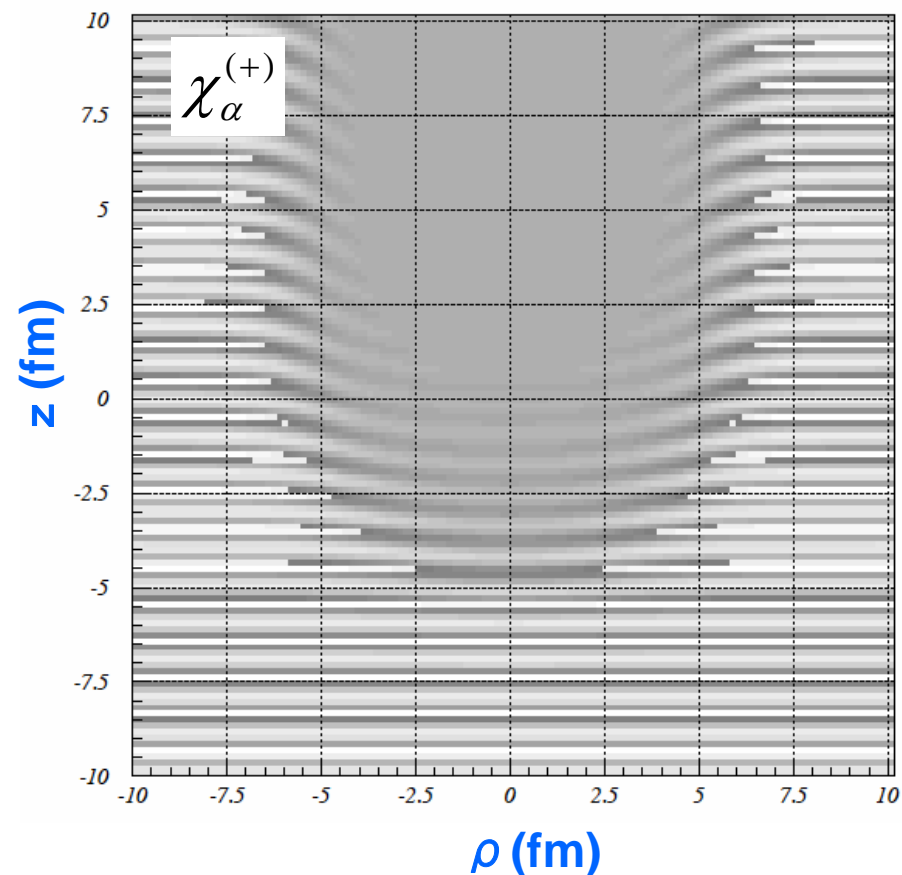
$$F_{\beta\alpha}^{(\gamma)}(\vec{r}_{\alpha}, \vec{r}_{\beta}) = \left\langle \phi_{\beta}(\xi_{\beta}) \left| \hat{V}_{\gamma}(\vec{r}_{\alpha}, \vec{r}_{\beta}, \xi_{\alpha\beta}) \right| \phi_{\alpha}(\xi_{\alpha}) \right\rangle_{\xi_{\alpha\beta}} \quad \text{: Form Factor}$$

歪曲波と形状因子を計算すればよい

歪曲波 (Eikonal 近似)

$$V(r) = -\frac{V_0 + iW_0}{1 + \exp[(r - R)/a]}$$

$$\begin{aligned} V_0 &= 100 \text{ MeV} & \mu &= 4 \cdot \frac{64}{68} \text{ amu} \\ W_0 &= 40 \text{ MeV} & T_{in} &= 240 \text{ MeV} \\ R &= 5 \text{ fm} & k &= 6.39 \text{ MeV}/c \\ a &= 0.65 \text{ fm} & \beta &= 0.359 \end{aligned}$$



非弾性散乱 (運動量表示)

$$T_{\alpha'\alpha}(\vec{k}_\alpha, \vec{k}_{\alpha'}) = \int d^3q D(\vec{q}) \tilde{\rho}_{tr}(\vec{q}) \tilde{V}_{aN}(\vec{q})$$

$$\tilde{V}_{aN}(\vec{q}) \approx -\frac{V\lambda^3}{\pi^{3/2}} \exp[-(q\lambda)^2] \quad (\lambda : \text{range of interaction})$$

$$\tilde{\rho}_{tr}(\vec{q}) = \tilde{G}_{\ell j}(q) Y_{\ell m}^*(\hat{q})$$

$$\tilde{\rho}_{tr}^{\ell=2}(\vec{q}) \propto Y_{\ell m}^*(\hat{q}) \exp(-(qa)^2) \times \quad \text{W-S density の場合}$$

$$\left[j_2(qR) + 4\left(\frac{a}{R}\right)^2 qR j_1(qR) + 4\left(\frac{a}{R}\right)^4 (qR)^2 j_0(qR) \right]$$

$$D(\vec{q}) \approx \delta((\vec{q}_0 - \vec{q})_{\parallel}) \times$$

$$\left[\delta^2((\vec{q}_0 - \vec{q})_{\perp}) - \frac{1}{(2\pi)} \int b db J_0((\vec{q}_0 - \vec{q})_{\perp} b) (1 - \Gamma(b)) \right]$$

Distortion の効果 ($q=q_0$ にピーク)

~ $k_{\alpha'}$ を z 軸とした弾性散乱の広がり程度での平均値
destructive に干渉する

弾性・非弾性散乱のまとめ

- 弾性散乱の角度分布～Profile function の2次元 Fourier 変換
ポテンシャルの大きさ、表面の厚さ、引力の強さ、吸収の強さ。
- 角度分布の形は、移行角運動量（～遷移密度の Fourier 変換）で
決まる。
- が、歪曲波によりなまらされた成分が destructive に干渉
- 非弾性散乱の絶対値は、遷移密度と相互作用に比例

弾性・非弾性散乱 (計算例)

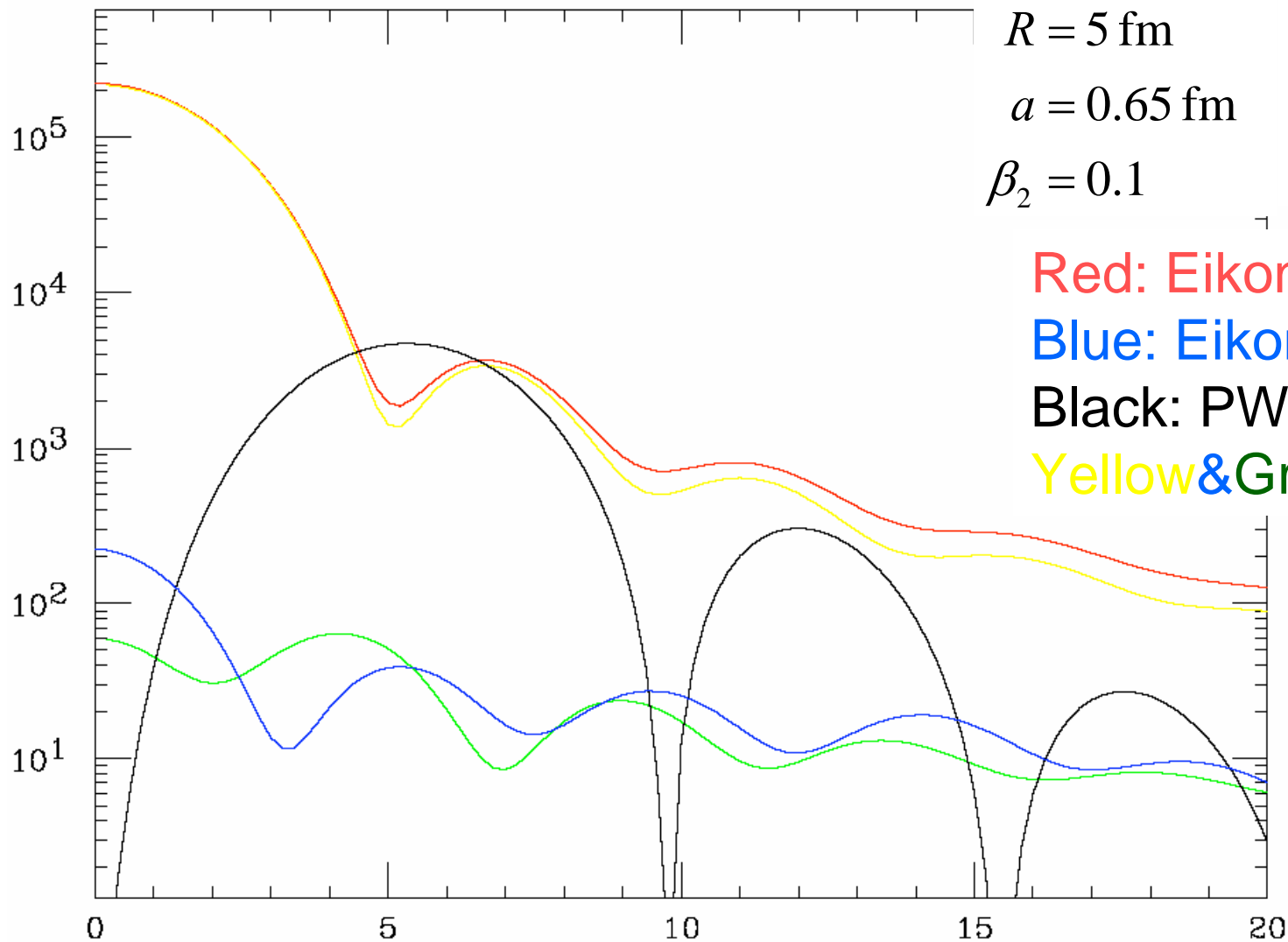
$$V_0 = 100 \text{ MeV} \quad \mu = 4 \cdot \frac{64}{68} \text{ amu}$$

$$W_0 = 40 \text{ MeV} \quad T_{in} = 240 \text{ MeV}$$

$$R = 5 \text{ fm} \quad k = 6.39 \text{ fm}^{-1}$$

$$a = 0.65 \text{ fm} \quad \frac{v}{c} = 0.359$$

$$\beta_2 = 0.1 \quad c$$



Red: Eikonal (el.)

Blue: Eikonal DW

Black: PWBA

Yellow&Green : Exact

重イオン反応における運動学

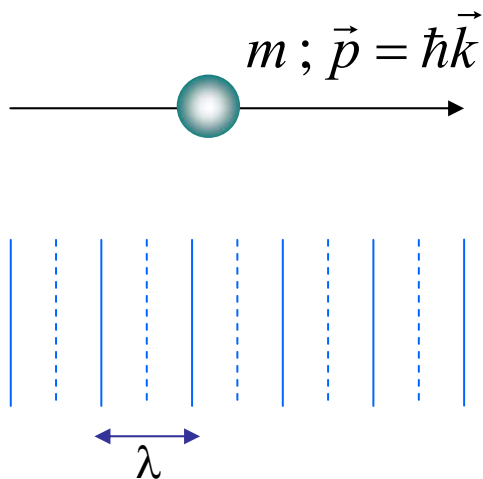
運動量

ドブロイ波長

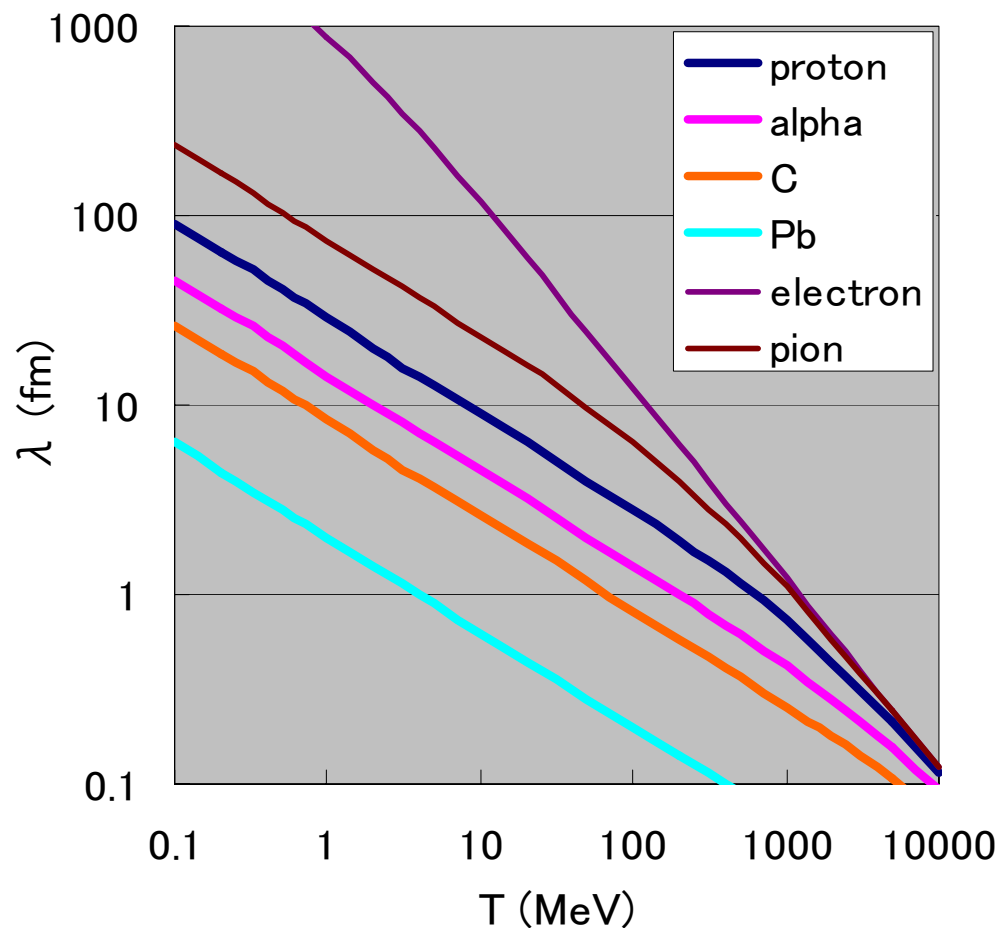
$$\hat{p} = -i\hbar\nabla$$

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} = \frac{h}{\lambda}$$

for plane wave: $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$



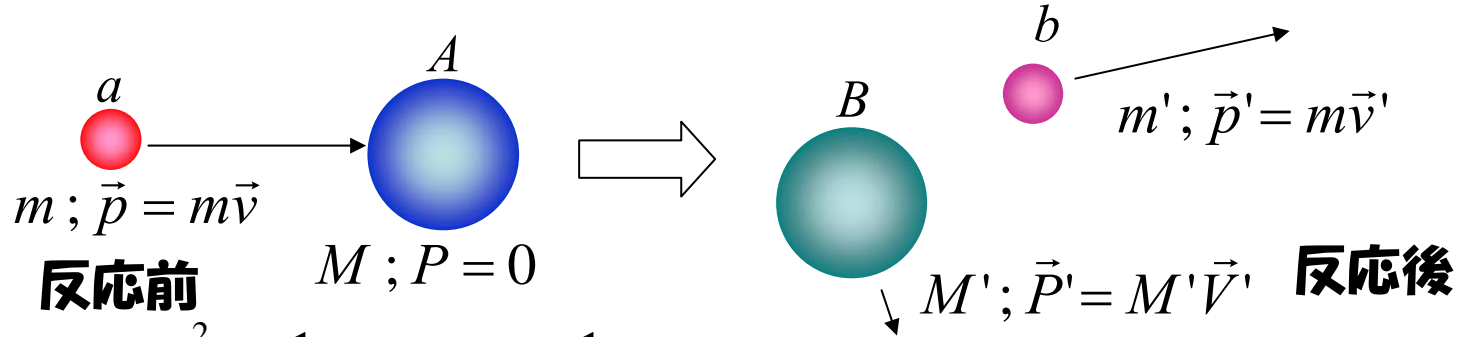
ドブロイ波長



重イオンのドブロイ波長は十分短い
: Eikonal近似、古典近似

運動学—エネルギー—運動量保存—

2体反応 $A(a,b)B$ の非相対論的運動学 (実験室系)



$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2} M_{tot} V_{CM}^2 + \frac{1}{2} \mu v_{rel}^2$$

$$= \frac{p'^2}{2m'} + \frac{P'^2}{2M'} - Q = \frac{1}{2} M_{tot} V_{CM}^2 + \frac{1}{2} \mu' v_{rel}'^2 - Q$$

$$M_{tot} = m + M = m' + M' ; \mu = \frac{mM}{M_{tot}} ; \mu' = \frac{m'M'}{M_{tot}}$$

$$\vec{V}_{CM} = \frac{\vec{p}}{m + M} ; \vec{v}_{rel} = \vec{v} ; \vec{v}'_{rel} = \vec{V}' - \vec{v}'$$

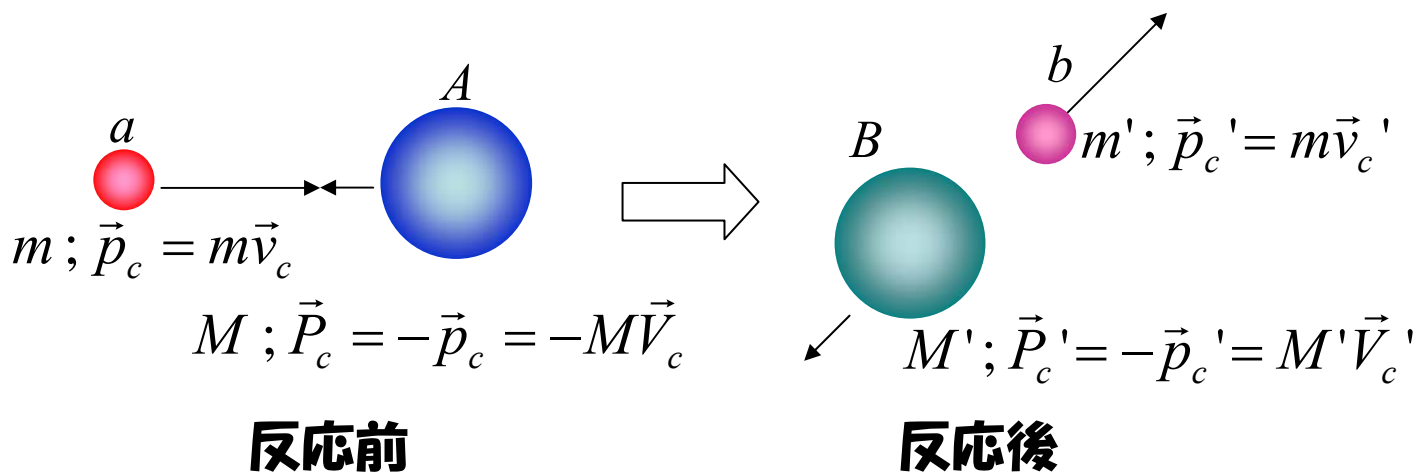
相対運動の運動量変化

$$m' = m, M' = M \text{ のとき } \boxed{Q = -E_x}, \vec{q} = \mu(\vec{v}_{rel} - \vec{v}'_{rel}) = \frac{M}{M_{tot}} (\vec{p} - \vec{p}') \quad \text{運動量移行}$$

エネルギー移行

運動学—エネルギー—運動量保存—

2体反応 $A(a,b)B$ の非相対論的運動学 (重心系)



$$T_c = \frac{M}{m+M} T = \frac{1}{2} \mu v_{rel}^2 = \frac{1}{2} \mu' v'_{rel}{}^2 - Q$$

$$\vec{V}_{CM} = \frac{\vec{p}}{m+M} ; \vec{v}_{rel} = \vec{v} ; \vec{v}'_{rel} = \vec{V}' - \vec{v}' = \vec{V}'_c - \vec{v}'_c$$

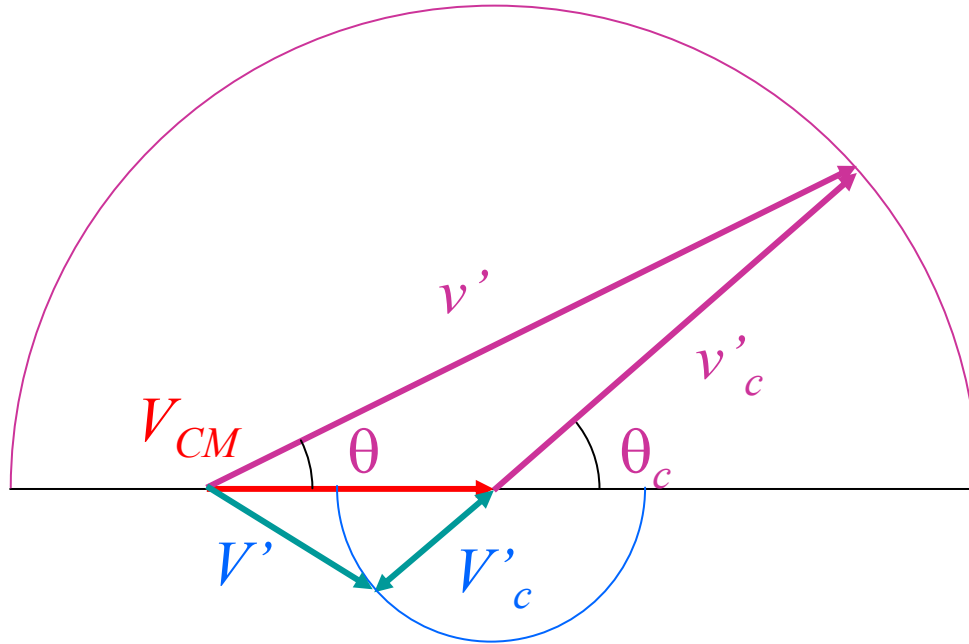
相対運動の運動量変化

$m' = m, M' = M$ のとき $\vec{q} = \mu(\vec{v}_{rel} - \vec{v}'_{rel}) = \frac{M}{M_{tot}} (\vec{p}_c - \vec{p}'_c)$ が運動量移行になる

運動学

実験室系と重心系の変換：速度図

反応後の粒子の速度



$$\frac{1}{2} \mu' v_{rel}^2 = \frac{M}{m+M} T + Q$$

$$V_{CM} = \frac{m}{m+M} v$$

$$v'_c = \frac{M'}{m'+M'} v'_{rel}$$

$$V'_c = \frac{m'}{m'+M'} V'_{rel}$$

$$v_c'^2 = v^2 + V_{CM}^2 - 2vV_{CM} \cos \theta$$

$$\tan \theta_c = \frac{v' \sin \theta}{v' \cos \theta + V_{CM}}$$

運動学

低エネルギー重イオン反応ではクーロン力が重要

Sommerfeldパラメータ(クーロン力の強さ)

$$\eta_s = \frac{\alpha zZ}{\beta} ; \beta = \frac{v}{c}$$

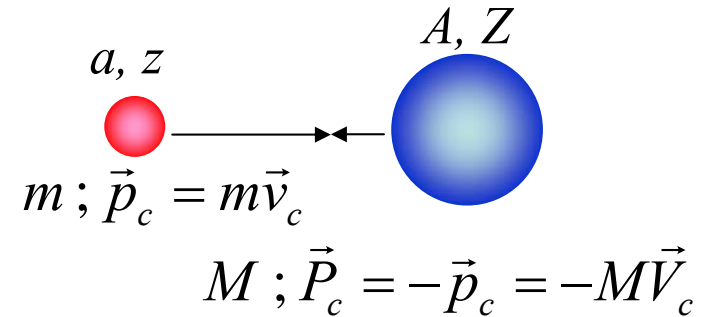
最近接距離

$$d_0 = \frac{2\eta_s}{k} = \frac{2\hbar\eta_s}{\mu v} = \hbar c \beta \frac{\eta_s}{T_c}$$

クーロン障壁

$$V_{Coul}(r) = \alpha \hbar c \frac{zZ}{R_C} ; R_C = r_0 (a^{1/3} + A^{1/3})$$

$$r_0 \approx 1.2 - 1.5 \text{ fm}$$



核力による核反応

最近接距離が核半径の和より小さい

= 重心系の運動エネルギーがクーロン障壁より大きい

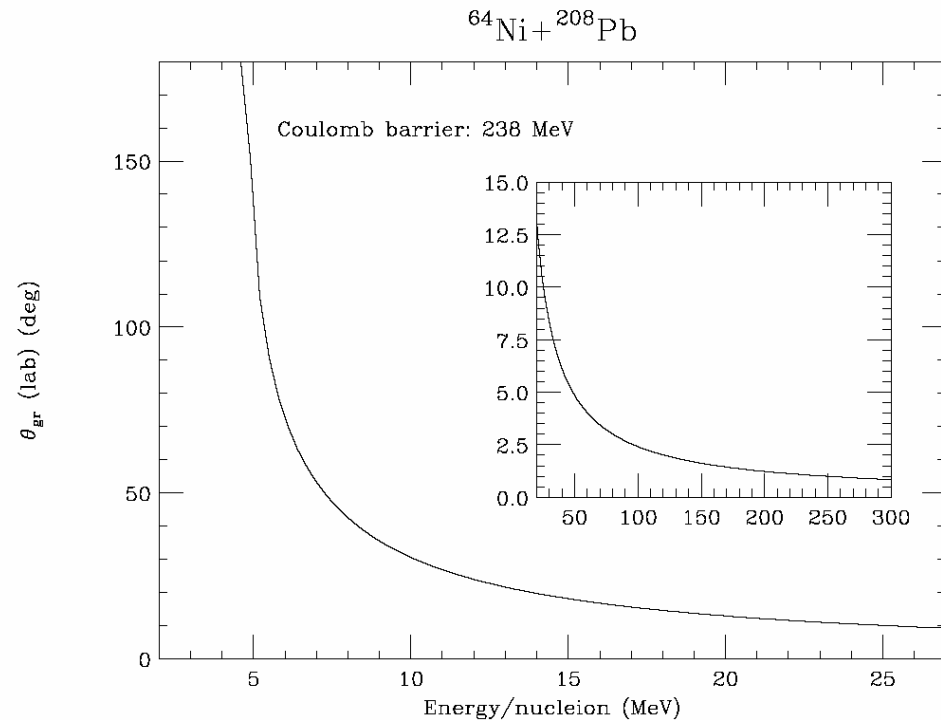
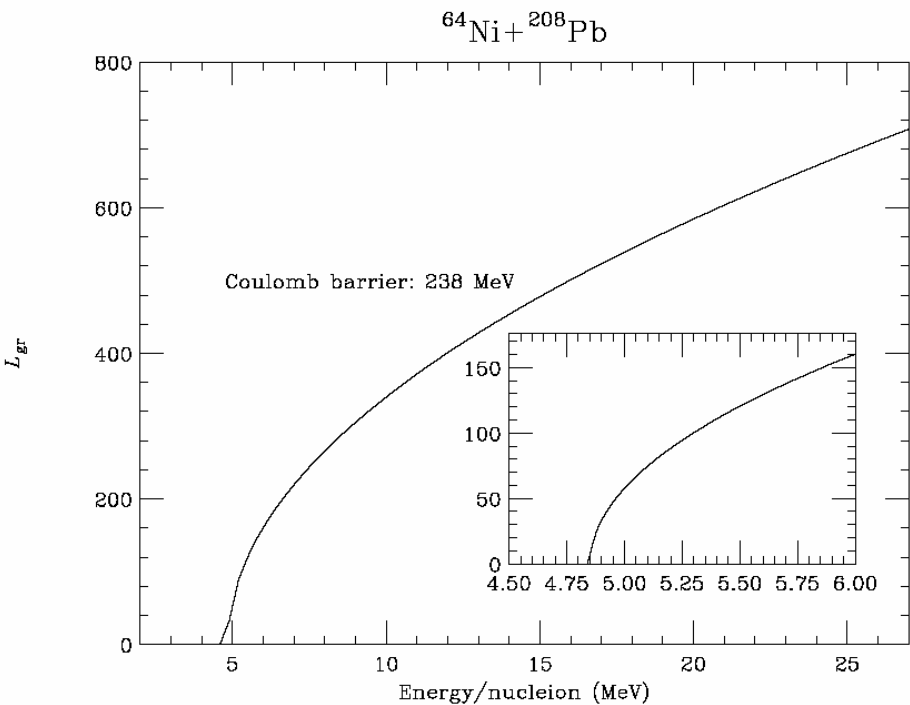
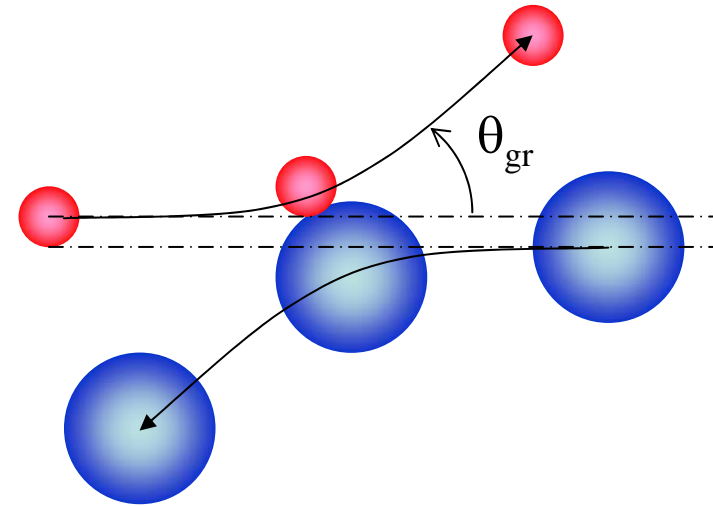
ときにおこる

運動学

Grazing Angular Momentum / Grazing Angle

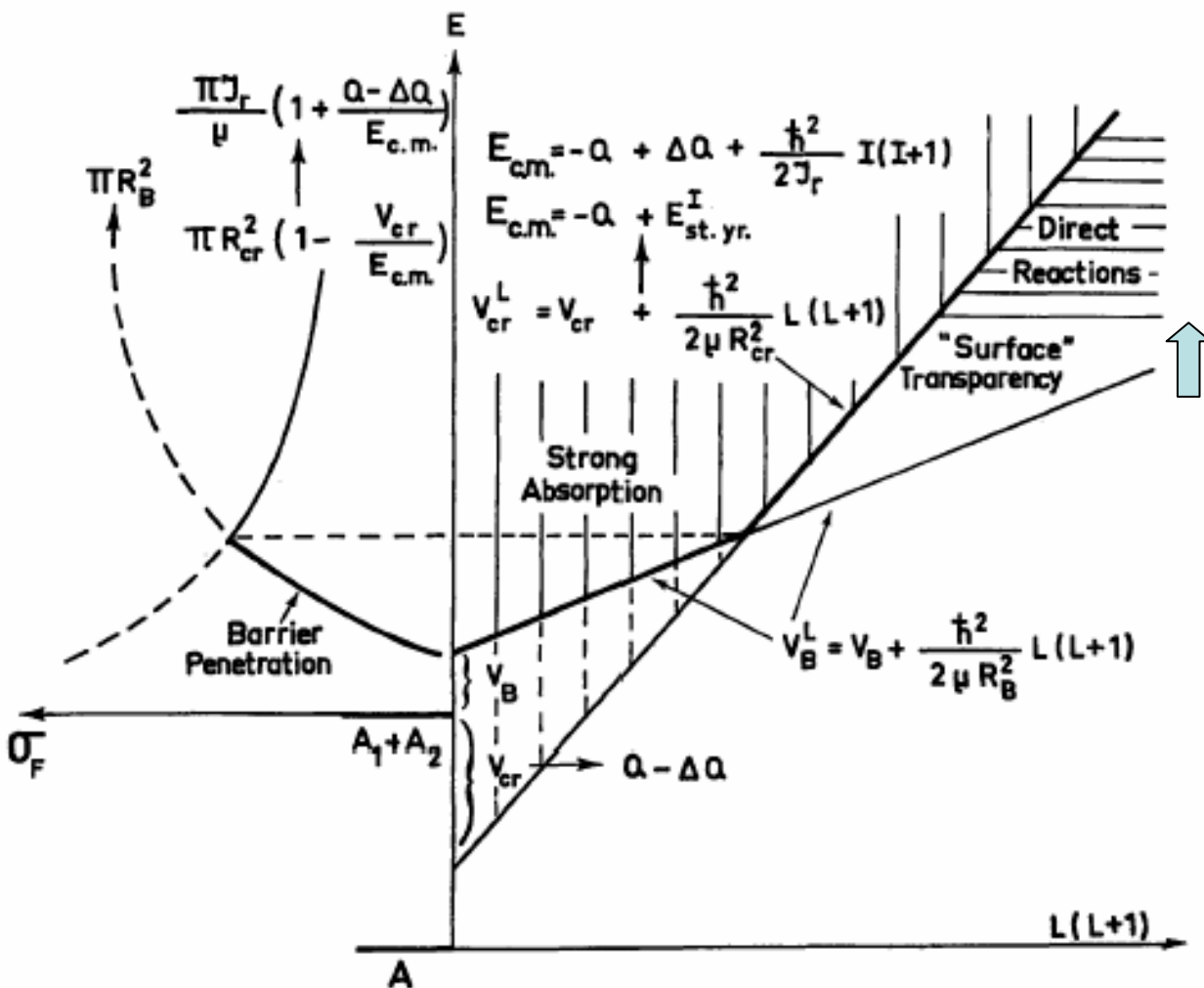
$$L = \eta_S \cot \frac{\theta}{2} : \text{Rutherford orbit}$$

$$L_{gr}^2 = kR_C(kR_C - 2\eta_S) ; \sin \frac{\theta_{gr}}{2} = \frac{\eta_S}{kR_C - \eta_S}$$

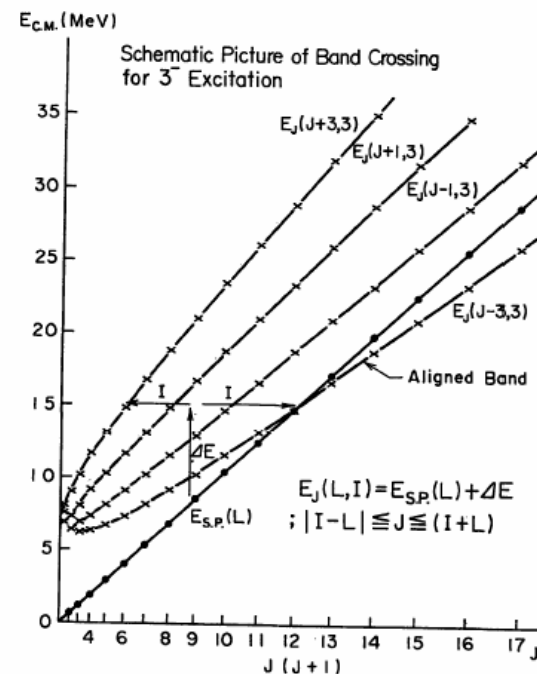


運動学 (イラスト図)

軽い(安定)核どうしの反応における、エネルギー-角運動量関係



内部励起
エネルギーの増加
角整列による全角
運動量の分離



運動学 (エネルギーと角運動量)

重い核/不安定核どうしになると...

運動学的には

質量の和 < 複合核の質量
クーロン障壁の増加

Stable \rightarrow n-rich

$E(A_1+A_2) - E(A) \Rightarrow$ Larger
molecular band pushed up
? Surface transparency

$^{12}\text{C}+^{12}\text{C} - ^{24}\text{Mg} : 16 \text{ MeV}$

$^{12}\text{C}+^{20}\text{C} - ^{32}\text{Mg} : 38 \text{ MeV}$

反応論的には、

反応する核の Collectivity の増加

複合核系の殻構造

エネルギー・角運動量・粒子の交換 (散逸過程/摩擦)

相対運動のエネルギー・角運動量が入射核・標的核へ散逸
複合核過程に至るまでに、様々な効果—深部非弾性散乱—

\rightarrow 超重元素生成の困難さ

アイソスピンについて

アイソスピン表現

あるフローフによる遷移密度のアイソスピン表現

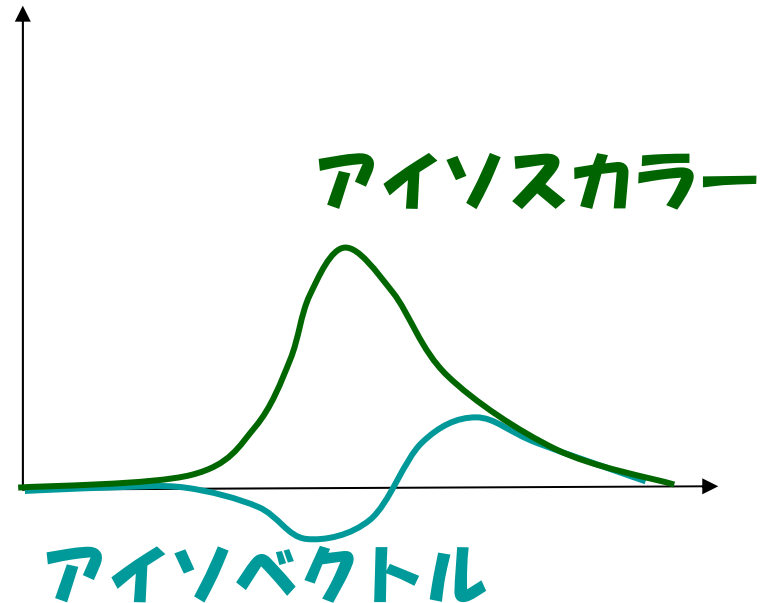
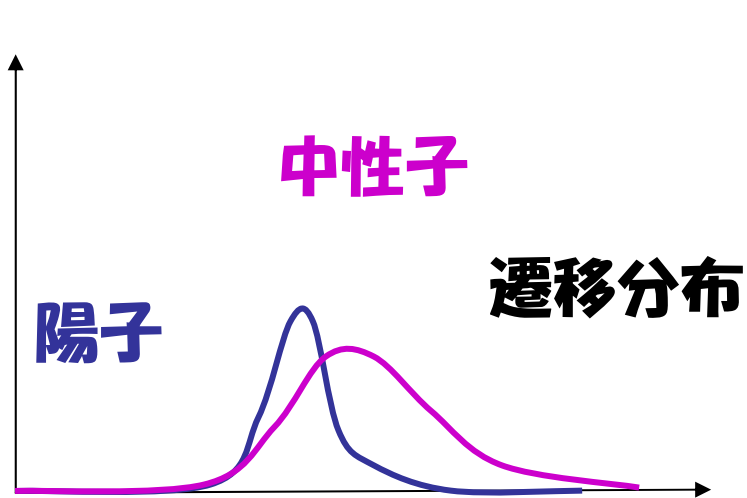
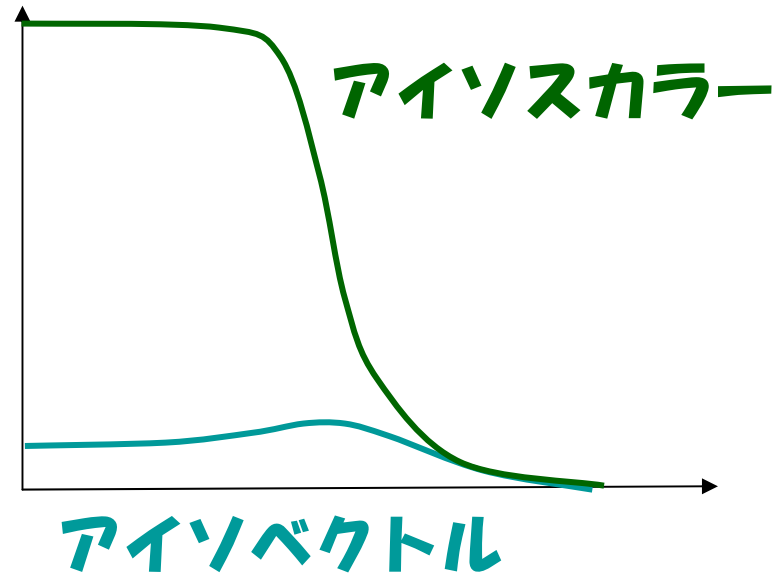
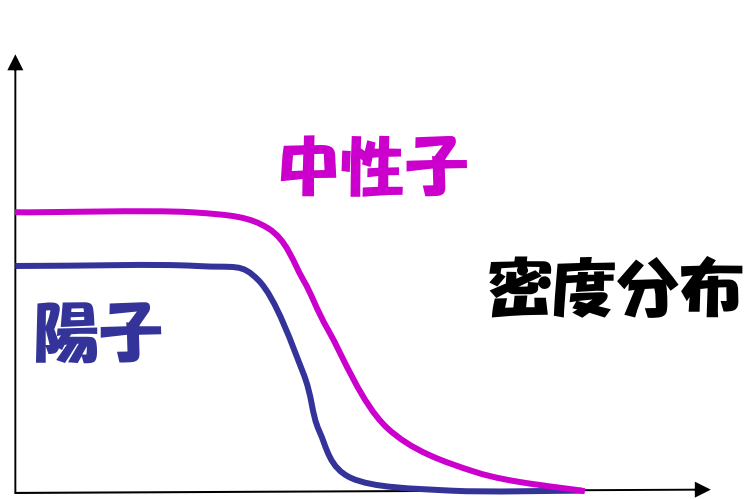
$$\rho_{lm}^{\eta t}(\mathbf{r}) = \langle lm; \eta | \rho_{0p}^t(\mathbf{r}) | 0 \rangle = (2l+1)^{-1/2} g_l^{\eta t}(\mathbf{r}) Y_l^m(\theta, \phi)^*$$

$$\rho_{0p}^t(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n) + (-)^t \sum_{p=1}^Z \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p)$$

$$g_l^{\eta t}(\mathbf{r}) = g_l^{\eta}(\mathbf{r}) + (-)^{\eta+t} g_l^p(\mathbf{r})$$

- η : 遷移のアイソスカラー(0)/アイソベクトル(1)
陽子励起の遷移密度 \neq 中性子励起の遷移密度なら
アイソスカラーとアイソベクトルが混じっている
- t : フローフのアイソスカラー(0)/アイソベクトル(1)
 α 粒子はアイソスカラーのフローフ
- $\rho(\eta t)$: アイソスカラー/アイソベクトルのフローフでみた、標的のアイソスカラー/アイソベクトル励起

アイソスピン表現



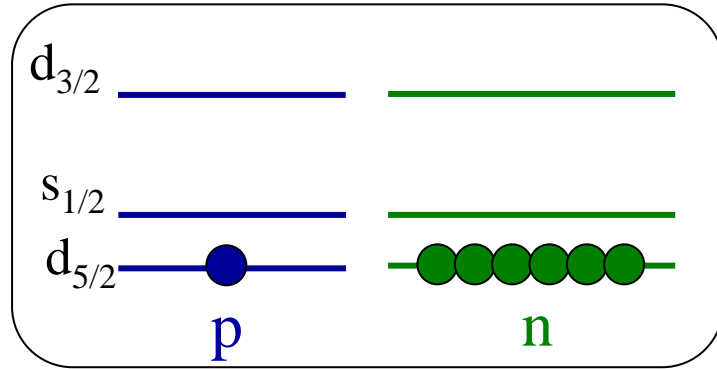
アイソスピン表現

不安定核の構造と反応に関して

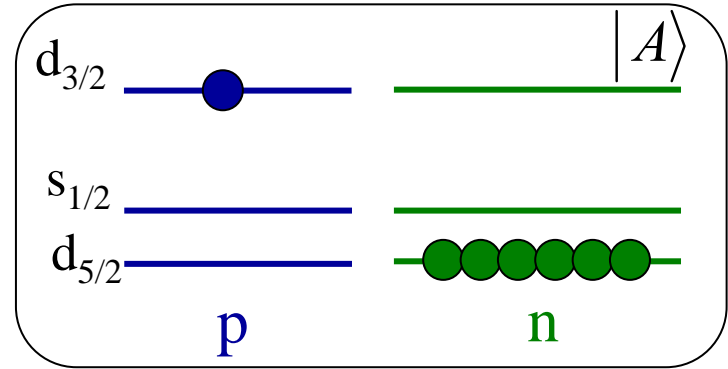
- 陽子/中性子それぞれで記述(モデル化)するのがいいのか？
- アイソスピンで記述(モデル化)するのがいいのか？
- アイソスピン空間への射影？
- 核応答の言葉では、遷移のアイソスピンの用いられる

Still open question...

中性子過剰核の陽子一粒子配位とアイソスピン

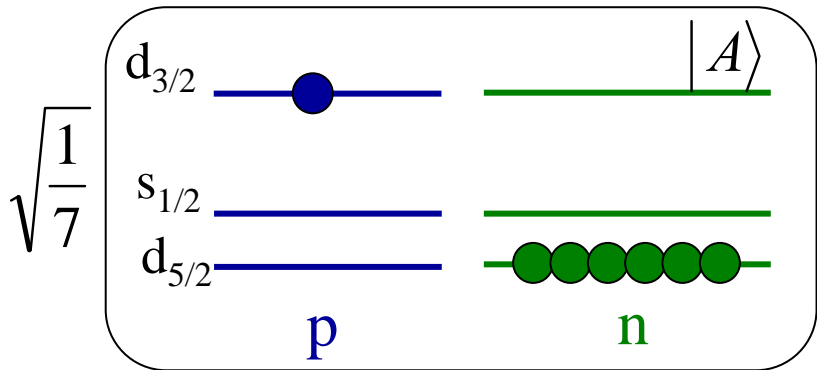


$^{23}\text{F} : T=5/2$

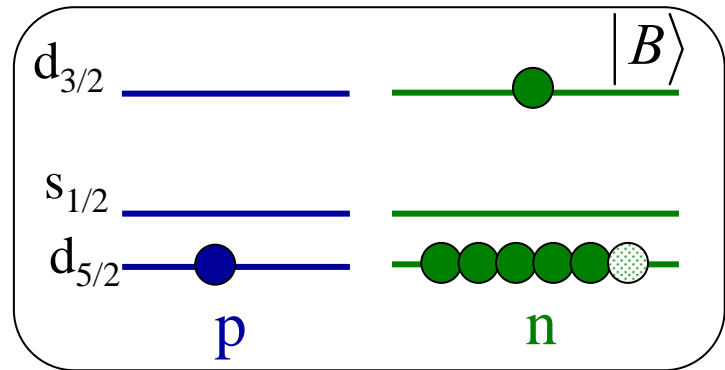


$^{23}\text{F}^*(3/2^+) ? : T=5/2, 7/2$

$^{23}\text{F}^*(3/2^+ ; T=7/2; \text{IAS of } ^{23}\text{O}^*)$



$+\sqrt{\frac{6}{7}}$



$$\left| ^{23}\text{F}^*(3/2^+) ; T = 5/2 \right\rangle = \sqrt{\frac{6}{7}} |A\rangle - \sqrt{\frac{1}{7}} |B\rangle \quad \text{IAS と直交}$$

中性子過剰核の一粒子配位とアイソスピン

中性子過剰核の陽子一粒子配位および中性子空孔配位は単独でアイソスピン固有状態となるとは限らず、それらが混じった状態が実現される。

中性子過剰核からの、中性子ノックアウト/中性子移行反応で、中性子空孔配位が生成。

→
アイソスピン対称性のために、陽子一粒子配位を含む励起状態が生成

e. g. $^{11}\text{Li} \rightarrow ^9\text{Li}$ で、 ^9Li の第一励起状態 ($1/2^-$) が生成可能

もちろん、`Oxbash` などを用いた殻模型計算には、この効果は入っている。

`Oxbash`の計算ができる人は、チェックしてみよう！

核構造模型と核反応

核構造模型と核反応

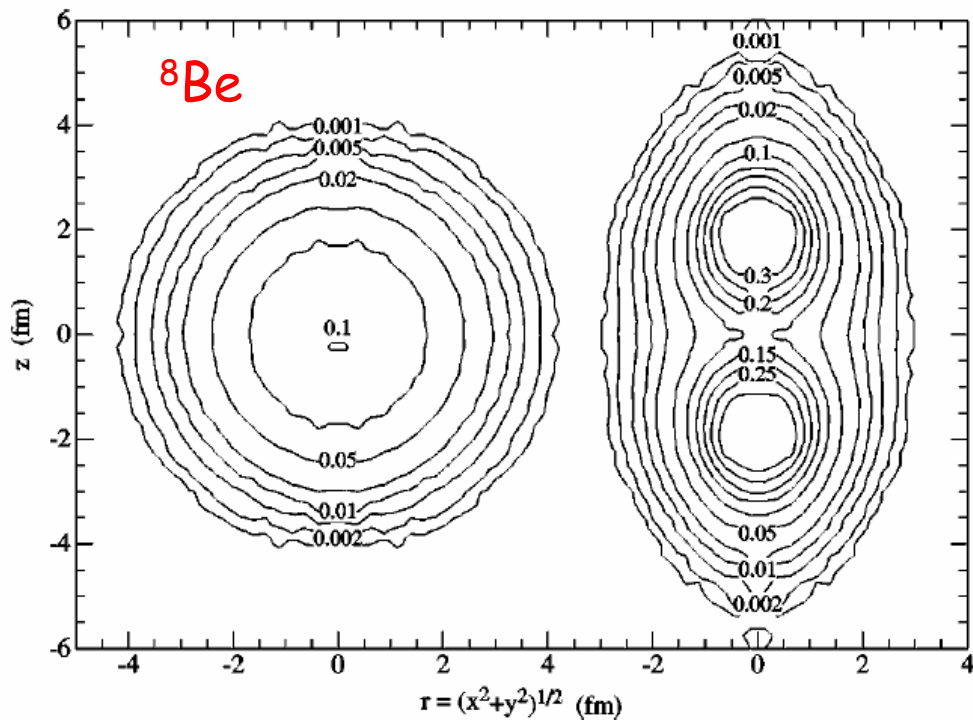
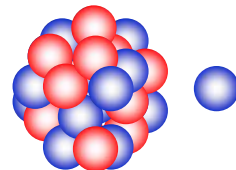
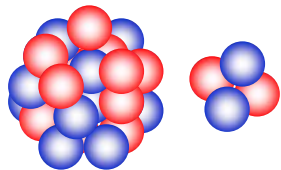
- 模型空間に適した基底
- 模型空間に適したハミルトニアン
- 対角化あるいは変分法などにより用意した基底の配位を求める
- 必要なら角運動量・パリティ・アイソスピン射影

- 十分大きな模型空間(基底)と仮定の少ないハミルトニアンを用いていけば、異なる模型でも同じ状態が記述されるはず。

- 直交基底をもつ模型の例：平面波で張る空間(2体系なら完全)
 - フーリエ成分 \Leftrightarrow 各平面波の振幅

- 核反応：遷移密度のフーリエ成分を求める
 - (平面波を基底にしたハミルトニアンは複雑怪奇 \Leftrightarrow 実験)
 - 模型空間の基底の組から平面波の組への射影

Cluster structure vs. Single-particle model



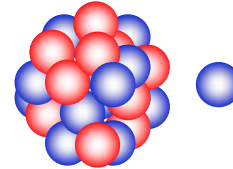
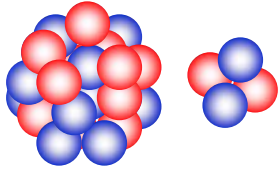
Wiringa et al. (GFMC)
PRC62,14001 (2000)

Ab initio calc. based on single-particle wave fn. predicts cluster structure of ^8Be

What is different? What is the same?

Cluster structure vs. "Shell-model"

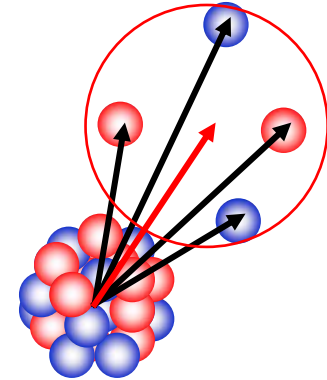
Cluster Coordinate \Leftrightarrow Single-Particle Coordinate



HO wave function:

Hermite Polynomial \times Gaussian

$$\sum_{i=1}^n r_i^2 = nR^2 + \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i - \vec{R})^2 ; \vec{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i$$



Gaussian part of single wave function \Leftrightarrow

Gaussian for "cluster" \times Gaussian for Relative motion

Gaussian both for the Cluster and Single-particle picture

Hermite Polynomial \Leftrightarrow Quantum number of Single-Particle Levels

Cluster coordinate \Leftrightarrow Polynomial of "R"

Transformation between Cluster & SP coordinates

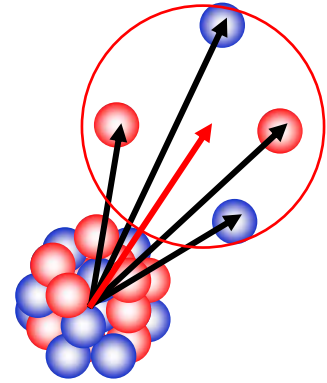
Cluster Coordinate \leftrightarrow Single-Particle Coordinate

Example: $^{16}\text{O}(0^+) : ^{12}\text{C}[(1s)^4(1p)^8] + \alpha [(1s)^4]$

$$1S(0\hbar\omega):1 = R^0 ; 2S(2\hbar\omega):R^2 + \dots ;$$

$$3S(4\hbar\omega):R^4 + \dots ; 4S(6\hbar\omega):R^6 + \dots$$

$$\vec{R} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \vec{r}_i ; R^2 = \frac{1}{16} \left(\sum_{i=1}^4 r_i^2 + 2 \sum_{i>j=1}^4 (\vec{r}_i \cdot \vec{r}_j) \right)$$

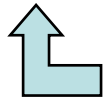


Antisymmetrization:

(1s) states are fully occupied by ^{12}C : r_1 - r_4 should be included in poly.

Lowest (g.s.): $[3s (4\hbar\omega) : R^4]$ and

$$\sum (\vec{r}_i \cdot \vec{r}_j) (\vec{r}_k \cdot \vec{r}_l) \quad \text{terms in } [3s : R^4] \text{ only are meaningful.}$$



$[(1p)^4 (4\hbar\omega)]$

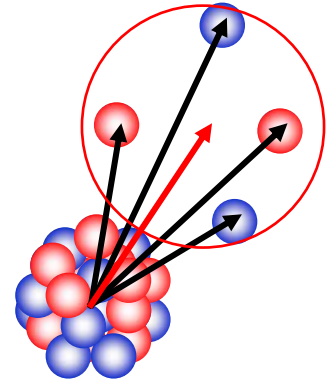
Ground state in Cluster representation =
Ground state of Single-particle representation

Cluster Coordinate \Leftrightarrow Single-Particle Coordinate

Example: $^{16}\text{O}(0^+) : ^{12}\text{C}[(1s)^4(1p)^8] + \alpha [(1s)^4]$

$1S(0\hbar\omega):1 = R^0 ; 2S(2\hbar\omega):R^2 + \dots ;$

$3S(4\hbar\omega):R^4 + \dots ; 4S(6\hbar\omega):R^6 + \dots$



(Cluster) Excited states

2nd $0^+ : 6\hbar\omega$ (cluster coordinate) [gs: $4\hbar\omega$]

\Leftrightarrow 1p-1h ($2\hbar\omega$) + 2p-2h ($1\hbar\omega \times 2$) in single-particle picture

3rd $0^+ : 8\hbar\omega$ (cluster coordinate) [gs: $4\hbar\omega$]

\Leftrightarrow 1p-1h ($4\hbar\omega$) + 2p-2h ($[1\hbar\omega, 3\hbar\omega] + [2\hbar\omega, 2\hbar\omega]$)

+ 3p-3h ($1\hbar\omega, 1\hbar\omega, 2\hbar\omega$) + 4p-4h ($1\hbar\omega \times 4$) in single-particle picture

4th $0^+ : 10\hbar\omega$ (cluster coordinate) [gs: $4\hbar\omega$]

\Leftrightarrow 1p-1h ($6\hbar\omega$) + 2p-2h + 3p-3h + 4p-4h + 5p-5h + 6p-6h

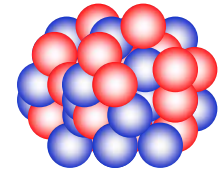
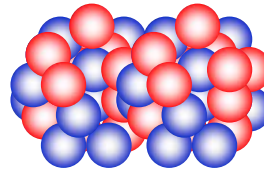
Excited state in Cluster representation =

Coherent sum of many configuration in single-particle representation
[collective] : Huge model space is required

1p-1h terms contribute transition strength via 1-body operator for L-S
closed shell nuclei

Configuration mixing in cluster/s.p.

$$|0_1^+\rangle = c_{11}|\xi_1\rangle + c_{12}|\xi_2\rangle + c_{13}|\xi_3\rangle \dots$$



$$|0_2^+\rangle = c_{21}|\xi_1\rangle + c_{22}|\xi_2\rangle + c_{23}|\xi_3\rangle \dots$$

$$\langle 0_k^+ | \sum_i r_i^2 | 0_1^+ \rangle = \sum_j c_{kj} c_{1j} \langle \xi_j | \sum_i r_i^2 | \xi_j \rangle$$

$$\Rightarrow ab \left(\langle \xi_1 | \sum_i r_i^2 | \xi_1 \rangle - \langle \xi_2 | \sum_i r_i^2 | \xi_2 \rangle \right) \text{ for 2 configuration}$$

If mean square radii of the bases are different, a considerable transition strength is expected.

非弾性散乱（遷移密度のフーリエ成分）

$$T_{\alpha'\alpha}(\vec{k}_\alpha, \vec{k}_{\alpha'}) = \int d^3q D(\vec{q}) \tilde{\rho}_{tr}(\vec{q}) \tilde{V}_{aN}(\vec{q})$$

$$\tilde{V}_{aN}(\vec{q}) \approx -\frac{V\lambda^3}{\pi^{3/2}} \exp[-(q\lambda)^2] \quad (\lambda : \text{range of interaction})$$

$$\tilde{\rho}_{tr}(\vec{q}) = \tilde{G}_{\ell j}(q) Y_{\ell m}^*(\hat{q})$$

$$D(\vec{q}) \approx \delta((\vec{q}_0 - \vec{q})_{//}) \times$$

$$\left[\delta^2((\vec{q}_0 - \vec{q})_{\perp}) - \frac{1}{(2\pi)} \int b db J_0((\vec{q}_0 - \vec{q})_{\perp} b) (1 - \Gamma(b)) \right]$$

Distortionが小さいほど、遷移密度に対する感度が高い

Distortion : 1/R 程度にわたる遷移密度の平均値がdestructiveに干渉

核反応で現れる固有値



反応の最終段階では、

エネルギー固有状態、角運動量固有状態、アイソスピン固有状態、パリティ固有状態

$$\Psi (A^*, E_x, J^\pi, T)$$

出口から見た核反応

核応答の観点では、

基底状態へ与える作用（演算子F）に対する応答：

F：角運動量移行、運動量移行、アイソスピン移行

$$F(\Delta L, \Delta T, q) \Psi (g. s.) : \text{波束}$$

≠ エネルギー固有状態

エネルギースペクトル

= 波束をエネルギー固有状態で展開したときの展開係数

~ 波束の”周波数”成分

核反応で現れる固有値



個々の励起状態は、異なる作用による波束の成分を含む
ある励起状態の特徴と異なる作用に対する励起の容易さが関連
→ 励起状態の性質

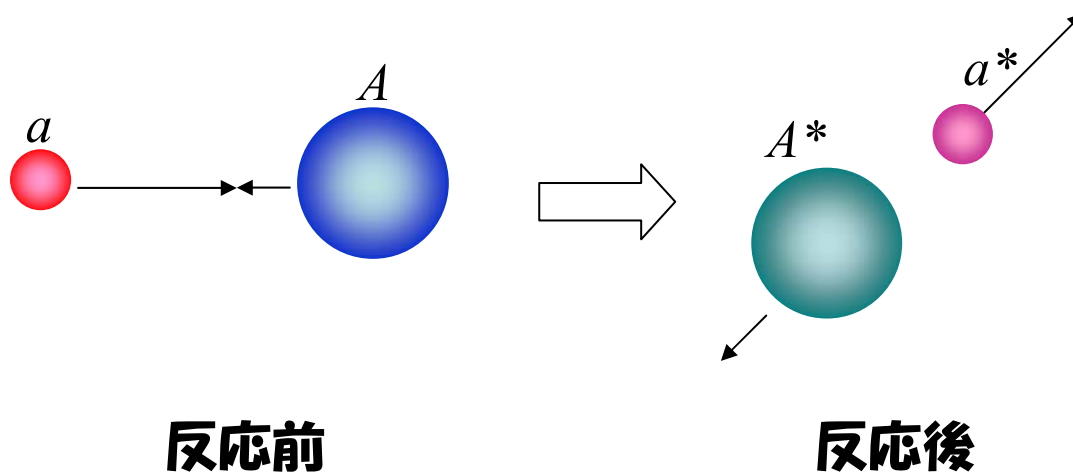
基底状態へ与えるある作用に対する核応答の観点では、
反応の終状態では、さまざまなエネルギー固有状態の重ね合わせとなり、展開係数が強度分布をあらわす。
強度分布の積分値、重心、広がり... から、基底状態(核物質)の性質をさぐる。

アイソスピンについても、
励起状態のアイソスピン \neq 移行アイソスピン

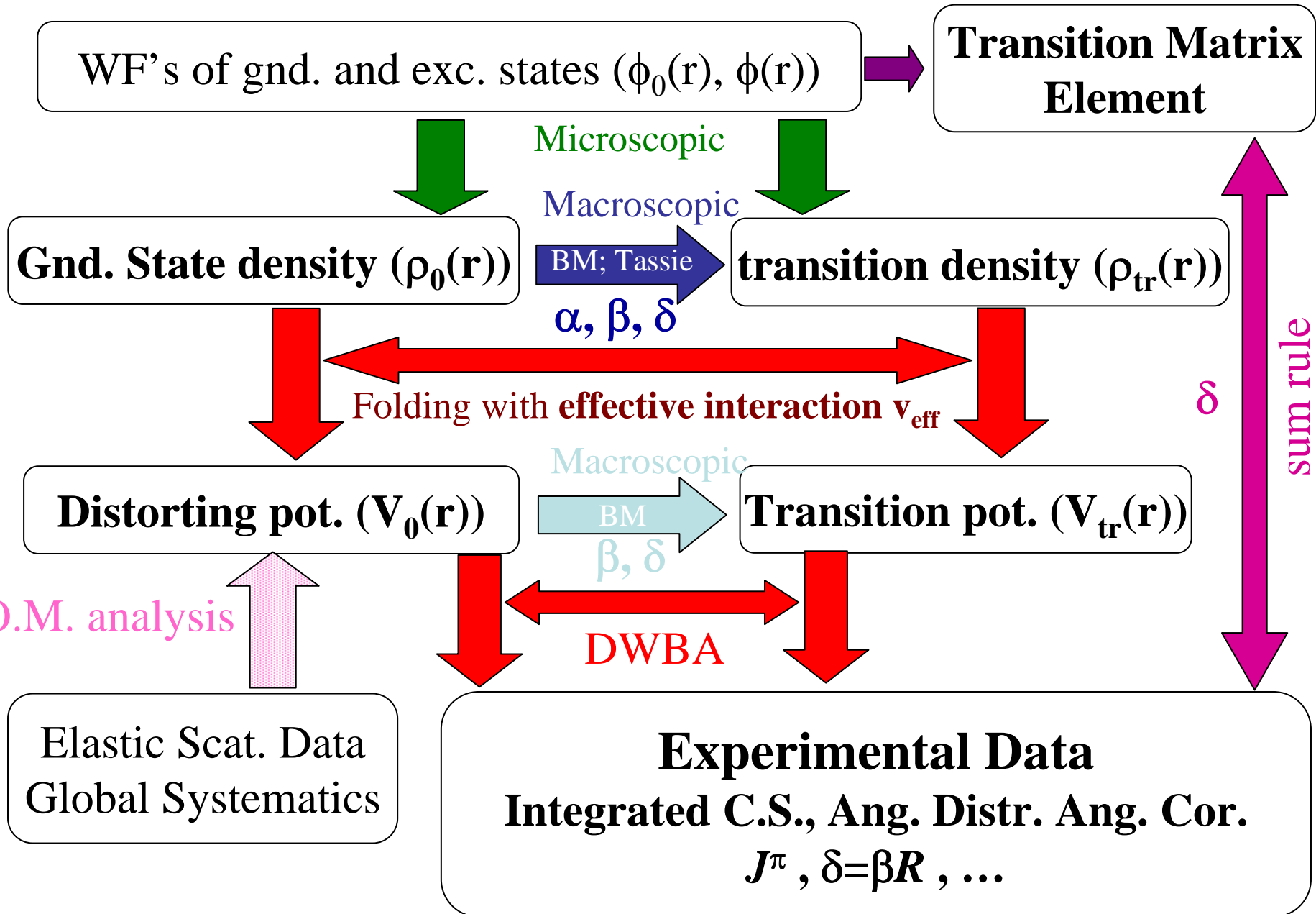
弾性・非弾性散乱

- 弾性散乱の角度分布～ポテンシャル Fourier 変換
ポテンシャルの大きさ、表面の厚さ、引力の強さ、吸収の強さ。
- 非弾性散乱
 - 角度分布の形は、移行角運動量で決まる。（～遷移密度の Fourier 変換）（cf. PWBA）歪曲波の影響
 - 断面積の大きさ \leftrightarrow 遷移強度
 - 終状態(励起状態)に着目すれば
 - 同じ量子数を与える異なる移行角運動量からの寄与を評価
 - 励起状態の性質
 - 核応答に着目すれば
 - 特定の作用（演算子～移行角運動量など）に対する応答関数
 - 個々の状態の性質より、応答の周波数分布
 - さまざまなフローブで、スピン・アイソスピン移行を制御
 - フローブの特徴

複合粒子をフローブとした直接反応



Analysis of inelastic excitation/charge exc. reaction



RIBFで期待される特徴的な研究課題

- **Response of Nuclear System using Intermediate-Energy direct reactions (150–400 A MeV)**
 - **Studies using New Quantum Probe—RI beam— Large Isospin and Mass Excess, Various π**
 - **Controlling Transferred Momenta, Q-values, Spin, Isospin ΔS , ΔT , $q-\omega$**
 - **Accessing kinematical area/conditions inaccessible by stable nuclear beam**
 - **Ordinary kinematics**
 - **High Resolution Spectrometer + High Quality RI Beam + (Detectors of decaying particles)**
 - **Asymmetric nuclear System studied using stable probes**
 - **Inverse kinematics + Invariant Mass / γ -decay / Recoil and High-resolution missing-mass spectroscopy**

HIGH ENERGY SCATTERING OF COMPOSITE PARTICLES

J. FORMÁNEK

*University of Geneva**

We can learn a lot also from scattering experiments with nuclei. There are at least three important groups of information which we can obtain in this way:

(i) Information about the nucleus as e.g.: (a) Is the strong form factor equal to the electromagnetic form factor? (b) Do there exist dynamical correlations among nucleons?

(ii) Information about forces among hadrons as e.g.: (a) Do many particle forces exist? (b) The ratio of the real to imaginary part of the hadron nucleon amplitude [1] for $t \neq 0$. (Changing target nucleus we could principally obtain this ratio in a sequence of points $t_1 \neq t_2 \neq \dots \neq t_n \neq 0$.)

(iii) Information about hadron-hadron amplitudes for the cases when we have not corresponding target (e.g. neutron) [2] or beam (e.g. resonances) [3].

この論文では、Glauber模型による記述がなされている

Multichannel approach to the Glauber model for heavy-ion collisions

S. M. Lenzi and F. Zardi

Dipartimento di Fisica and Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Padova, Italy

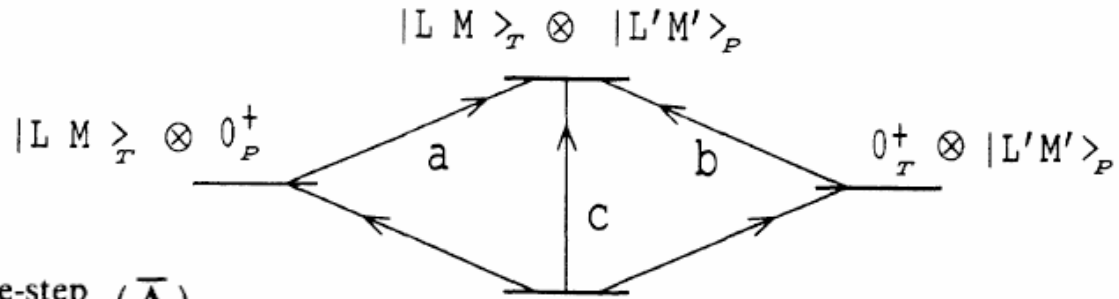
A. Vitturi

Dipartimento di Fisica and Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Trento, Italy

(Received 5 March 1990)

散乱振幅 $F(\Delta: \text{運動量移行})$

NN Profile function: $\lambda(b)$



$$F_{LM,L'M'}(\bar{\Delta}) = F_{LM,L'M'}^{\text{two-step}}(\bar{\Delta}) + F_{LM,L'M'}^{\text{one-step}}(\bar{\Delta})$$

$$F_{LM,L'M'}^{\text{two-step}}(\bar{\Delta}) = \frac{ik}{2\pi} A_T A_P \int d^2b e^{i\bar{\Delta} \cdot \bar{b}} \mu_{LM}^T(\bar{b}) \mu_{L'M'}^P(\bar{b}) [1 - \lambda(b)]^{A_T A_P}$$

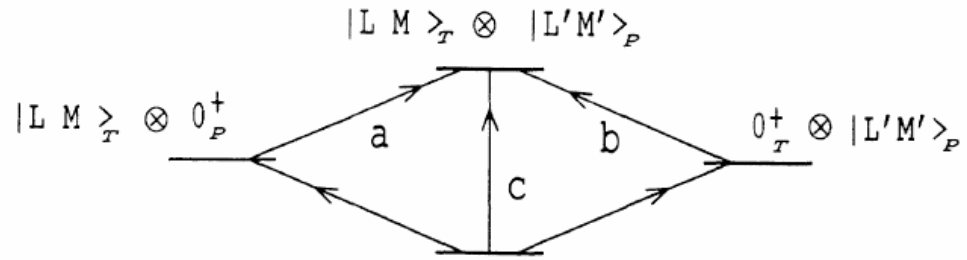
$$\approx \frac{ik}{2\pi} A_T A_P \int d^2b e^{i\bar{\Delta} \cdot \bar{b}} \mu_{LM}^T(\bar{b}) \mu_{L'M'}^P(\bar{b}) e^{-A_T A_P \lambda(b)}$$

$$F_{LM,L'M'}^{\text{one-step}}(\bar{\Delta}) = \frac{ik}{2\pi} A_T A_P \int d^2b e^{i\bar{\Delta} \cdot \bar{b}} \tau_{LM,L'M'}(\bar{b}) [1 - \lambda(b)]^{A_T A_P - 1}$$

$$\approx \frac{ik}{2\pi} A_T A_P \int d^2b e^{i\bar{\Delta} \cdot \bar{b}} \tau_{LM,L'M'}(\bar{b}) e^{-A_T A_P \lambda(b)}$$

エネルギーが高くなれば一段階過程が dominant

$$\begin{aligned}
\mu_{LM}^T(\bar{b}) &= \langle \Phi_{LM}^T \Phi_0^P | \gamma | \Phi_0^T \Phi_0^P \rangle \\
&\approx \langle \Phi_{LM}^T \Phi_{L'M'}^P | \gamma | \Phi_0^T \Phi_{L'M'}^P \rangle \\
&= \frac{e^{iM\phi_b}}{ik_{NN}} B_{LM} \int_0^\infty dq q \hat{\rho}_0^P(q) f_{NN}(q) \hat{\rho}_L^T(q) J_M(qb)
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\mu_{L'M'}^P(\bar{b}) &= \langle \Phi_0^T \Phi_{L'M'}^P | \gamma | \Phi_0^T \Phi_0^P \rangle \\
&\approx \langle \Phi_{LM}^T \Phi_{L'M'}^P | \gamma | \Phi_{LM}^T \Phi_0^P \rangle \\
&= \frac{e^{iM'\phi_b}}{ik_{NN}} B_{L'M'} \int_0^\infty dq q \hat{\rho}_{L'}^P(q) f_{NN}(q) \\
&\quad \times \hat{\rho}_0^T(q) J_{M'}(qb) .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{LM,L'M'}(\bar{b}) &= \langle \Phi_{LM}^T \Phi_{L'M'}^P | \gamma | \Phi_0^T \Phi_0^P \rangle \\
&= \frac{e^{i(M+M')\phi_b}}{ik_{NN}} B_{LM} B_{L'M'} \\
&\quad \times \int_0^\infty dq q \hat{\rho}_{L'}^P(q) f_{NN}(q) \\
&\quad \times \hat{\rho}_L^T(q) J_{M+M'}(qb)
\end{aligned}$$

$$B_{LM} = (-1)^M \left[\frac{2L+1}{4\pi} \right]^{1/2} \times \frac{[(L-M)!(L+M)!]^{1/2}}{(L-M)!!(L+M)!!} \left[\frac{1+(-1)^{L+M}}{2} \right]$$

NN 散乱振幅: $f(q)$

1 step の散乱の角度分布は、 $M+M'$ で特徴づけられる

Mutual Excitation (DWBA)

$$T_{\alpha'\alpha}(\vec{k}_{\alpha'}, \vec{k}_{\alpha}) = \int d^3q D(\vec{q}) \tilde{\rho}_{tr}^P(\vec{q}) \tilde{\rho}_{tr}^T(\vec{q}) \tilde{V}_{NN}(\vec{q})$$

$\tilde{V}_{NN}(\vec{q})$: NN effective interaction

$$\tilde{\rho}_{tr}^P(\vec{q}) = \tilde{G}_{LJ}^P(q) Y_{LM}^*(\hat{q}) ; \tilde{\rho}_{tr}^T(\vec{q}) = \tilde{G}_{L'J'}^T(q) Y_{L'M'}^*(\hat{q})$$

$$Y_{LM}^*(\hat{q}) Y_{L'M'}^*(\hat{q}) = \sum_l \left[\frac{(2L+1)(2L'+1)}{4\pi(2l+1)} \right]^{1/2} \\ \times C(LL'l; MM', M+M') C(LL'l; 000) Y_l^{M+M'} *(\hat{q}) \\ D(\vec{q}) \approx \delta((\vec{q}_0 - \vec{q})_{||}) \times \\ \left[\delta^2((\vec{q}_0 - \vec{q})_{\perp}) - \frac{1}{(2\pi)} \int b db J_0((\vec{q}_0 - \vec{q})_{\perp} b) (1 - \Gamma(b)) \right]$$

l : 散乱で移行する角運動量、前方では $l=0$ がメインになる
歪曲ポテンシャルにテンソル力、LS力がなければ、 l の和
は incoherent

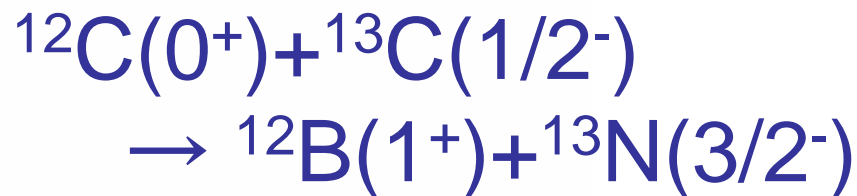
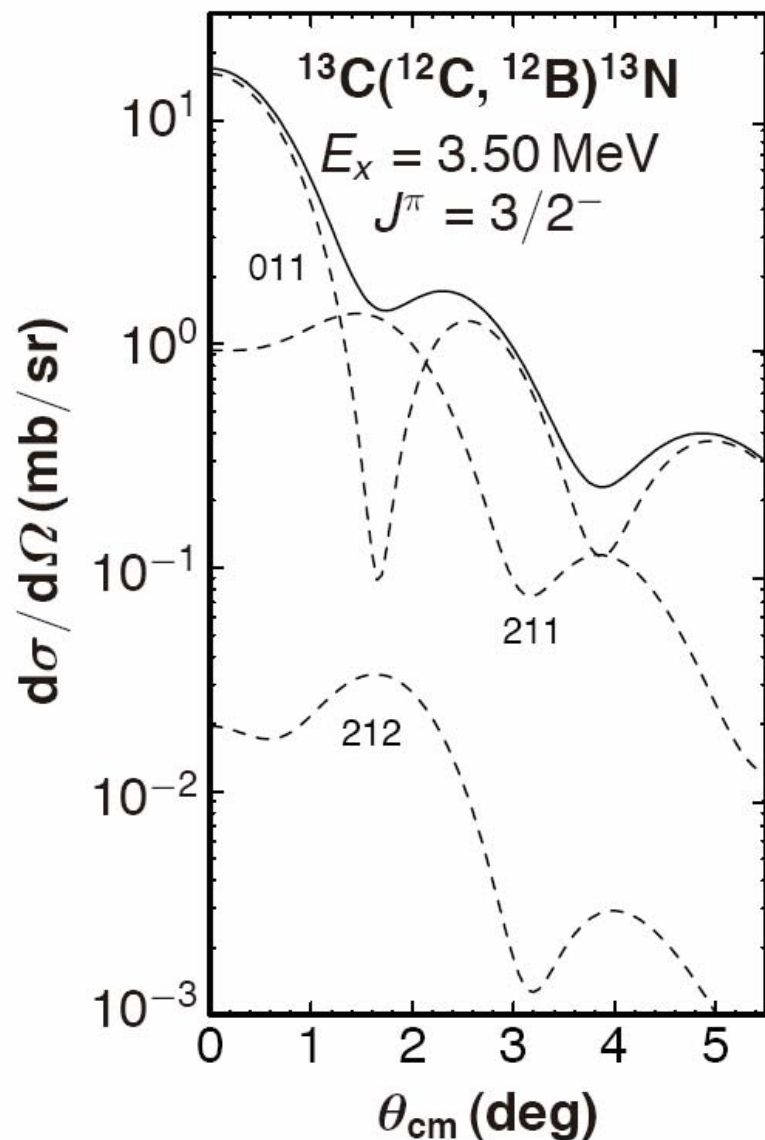
Parity Clebsch-Gordan Coefficients

$$C(LL'l;000)$$

L	L'	l	C(LL'l;000)	sqrt(2l+1)			
1	1	0	-0.5773503	1	-0.5774	0.33333	
1	1	2	0.816496581	2.236068	0.365148	0.133333	
1	2	1	-0.6324555	1.732051	-0.3651	0.13333	
1	2	3	0.774596669	2.6457513	0.29277	0.085714	
1	3	2	-0.654653671	2.236068	-0.29277	0.085714	
1	3	4	0.755928946	3	0.251976	0.063492	
2	2	0	0.4472136	1	0.44721	0.2	
2	2	2	-0.534522484	2.236068	-0.23905	0.057143	
2	2	4	0.717137166	3	0.239046	0.057143	
1	4	3	-0.6666667	2.645751	-0.252	0.06349	
1	4	5	0.745355992	3.3166248	0.224733	0.050505	
2	3	1	0.50709255	1.732051	0.29277	0.08571	
2	3	3	-0.516397779	2.6457513	-0.19518	0.038095	
2	3	5	0.690065559	3.3166248	0.208063	0.04329	
1	5	4	-0.6741999	3	-0.2247	0.05051	
1	5	6	0.738548946	3.6055513	0.204837	0.041958	
2	4	2	0.53452248	2.236068	0.23905	0.05714	
2	4	4	-0.509647191	3	-0.16988	0.02886	
2	4	6	0.674199862	3.6055513	0.186989	0.034965	
3	3	0	-0.3779645	1	-0.378	0.14286	
3	3	2	0.43643578	2.236068	0.19518	0.038095	
3	3	4	-0.483493778	3	-0.16116	0.025974	

Mutual Excitation (DWBA)

Calc. by S. Noji



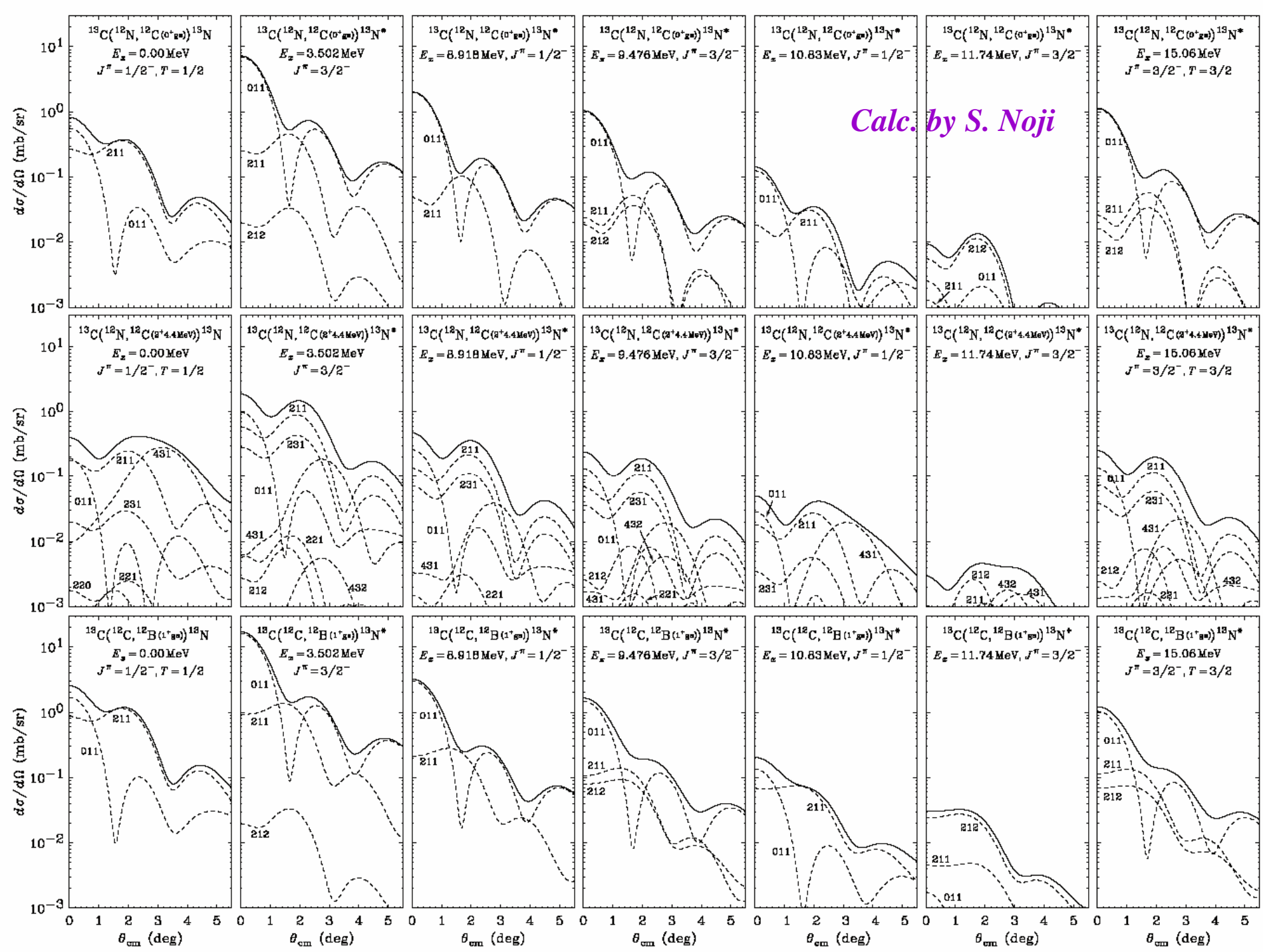
$$J_P = S_{P'} - S_P = 1 (0 \rightarrow 1)$$

$$J_T = I_{T'} - I_T = 1, 2 (1/2 \rightarrow 3/2)$$

$$J = L_{P'T'} - L_{PT} = 0, 2$$

Shell model による microscopic 遷移密度
Love-Franey 相互作用をたたみこみ

- 破線には $(J_r J_p J_t)$ の3つ組でラベルしてある
- 実線の微分断面積は3本の破線 (011, 211, 212) の微分断面積の incoherent sum (絶対値の和).



Mutual Excitation

- 前方散乱で、相対運動の移行角運動量が 0 となるような反応を狙う
入射粒子側、標的側それぞれの遷移密度のたたみこみ
- アイソスピン移行、Gamow-Teller 遷移、パリティ移行反応などに
応用ができそう
- High-J isomer を用いた、大きな角運動量移行反応
- 新しい核分光の手法になりうる？

DWBAコードを使うときの注意(再掲)

DWBAコードを使うときの注意

- **ポテンシャル**
 - Folding model **にするか**、Global potential **にするか**
 - **大きさや深さ、表面の厚さはもってもらしいか？**
- **形状因子**
 - **振動モデル、回転モデル、微視的モデルのどれを用いるか**
 - **核構造のどういう量を出そうとしているか？**
- **求める observable**
 - **微分断面積、偏極、整列...**
- **手計算、電卓などで、基本的な物理量を計算**
 - **入射エネルギーと波数、速度、角度と移行運動量、入射角運動量**
 - **核半径とポテンシャル半径**
 - **ポテンシャルや遷移密度の図くらいノートにはっておこう**
- **よく使っている人から入力データの例をもらい、マニュアルとつきあわせよう。**
 - **そのときに、上記の基本的物理量がどれくらい違うかも確認しよう**

DWBAコードを使うときの注意

- 計算コードに入力するパラメータ
 - 積分ステップと積分範囲
 - 積分ステップは、入射波数の逆数および表面の厚さより小さく
 - 重イオンの場合相当小さくしないといけない
 - 積分範囲(matching radius)は相互作用がなくなる場所まで
 - クーロン励起のときは、範囲を変えて結果の安定性をチェック
 - ファイルから形状因子を読み込むときは、積分範囲まで定義する必要がある
 - 計算する角運動量の範囲
 - Matching radius × 入射波数
 - 励起モデルの指定とそれに必要なパラメータ
 - 変形度か変形長か？
 - 核力励起だけか、クーロン励起も含めるか
 - 出力内容の指定
 - 計算すべき Observable
 - 計算途中、ポテンシャル、形状因子は1度は出力してチェック
 - S行列もたまには出力してみよう

DWBAコードを使うときの注意

- **出力内容のチェック**

- **基本的物理量は、思ったようになっているか**
- **Warning がでていないか**
- **指定した励起モデルになっているか**
- **入力パラメータを変化させて、そのふるまいを見ておこう**
- **可能なら、他の計算コードで同じ結果がでるかチェック**
- **可能なら、他の計算モデルで同様の結果がでるかチェック**
 - **特に、クーロン励起の場合、Virtual Photon Theory とのクロスチェックが役立つ**

DWBAコードの使用例

$$E_{cm} = 1148 \text{ MeV}$$

$$k = 26.8 \text{ fm}^{-1}$$

$$\eta = 11.$$

$$R = 8.9 \text{ fm}$$

$$a = 0.8 \text{ fm}$$

$$V = 0.50 \text{ MeV}$$

$$W = 0.57.9 \text{ MeV}$$

$$\Delta R = 0.0186 \text{ fm}^{-1}$$

$$R_{match} = 200$$

$$= 400$$

$$= 800 \text{ fm}$$

$$\ell_{max} = 5450$$

$$= 10900$$

$$= 21800$$

