

「現代の核構造論」ミニマム

Chapter 1 現代的な核構造論への招待

- 1a 間違いだらけの原子核像
- 1b 核構造論の歴史

Chapter 2 平均場近似とは何か

- 2a 真空とその励起モード
- 2b 対称性の自発的破れとその回復

Chapter 3 高速回転する原子核

- 3a 超低温核物理学
高スピフロンティアー
- 3b 回転座標系での準粒子シェルモデル
- 3c 減衰する回転運動

Chapter 4 超変形状態の発見

- 4a 変形シェル構造とは何か
- 4b 生成、構造、崩壊
- 4c Wobbling と Precession

Chapter 5 大振幅集団運動論

- 5a オブレート・プロレート変形共存現象
- 5b パリティ二重項とカイラル二重項

Chapter 6 不安定核の集団励起モード

- 6a 新しい理論的課題
- 6b 期待される新しい集団現象

1990年代：非イラスト核構造論の始まり

高温状態での集団運動

秩序運動からカオス運動への転移領域の探求

→ 温かい核の減衰回転や巨大共鳴

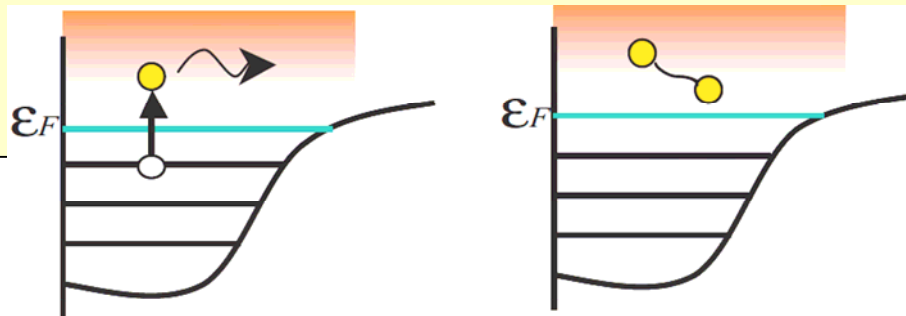
不安定核研究の始まり

→ 中性子ハロー、スキンの発見

2000年代：不安定核ビームを用いた核物理の時代

ドリップ線近傍における新現象

弱束縛系の多体問題



この50年間は核構造論にとってどういう時代であったか

あえて一言で言えば

微視的モデルが進展した時代

安定核どうしの衝突によって、
高い励起状態、高スピン状態など
極限状況の原子核をつくりだし、
量子多体論にもとづく核構造論がおおいに進展し、
原子核という不思議な物質に対する描像が
革新した時代

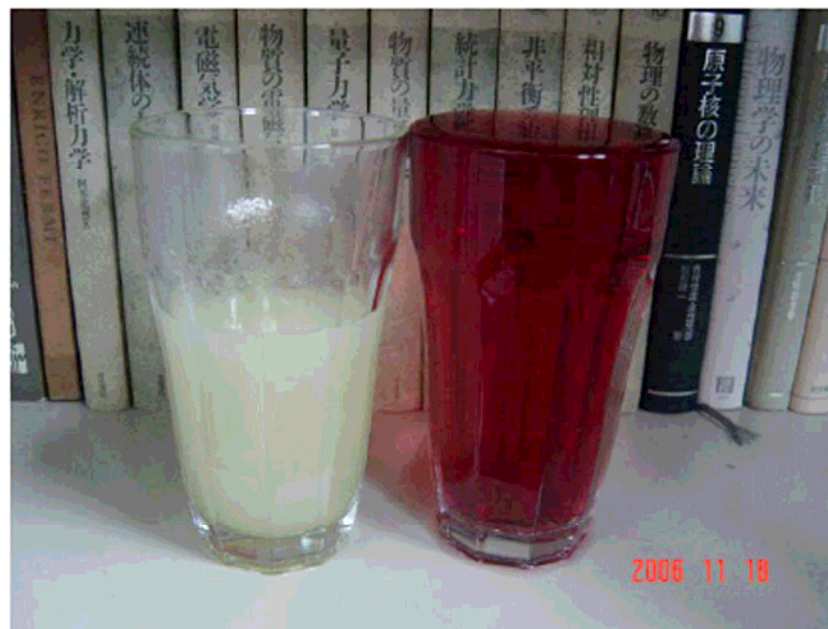


そして今、不安定核ビームをもちいた
新しい時代が始まろうとしている
この状況は、構造論と反応論を
統一する新しい課題を提起している

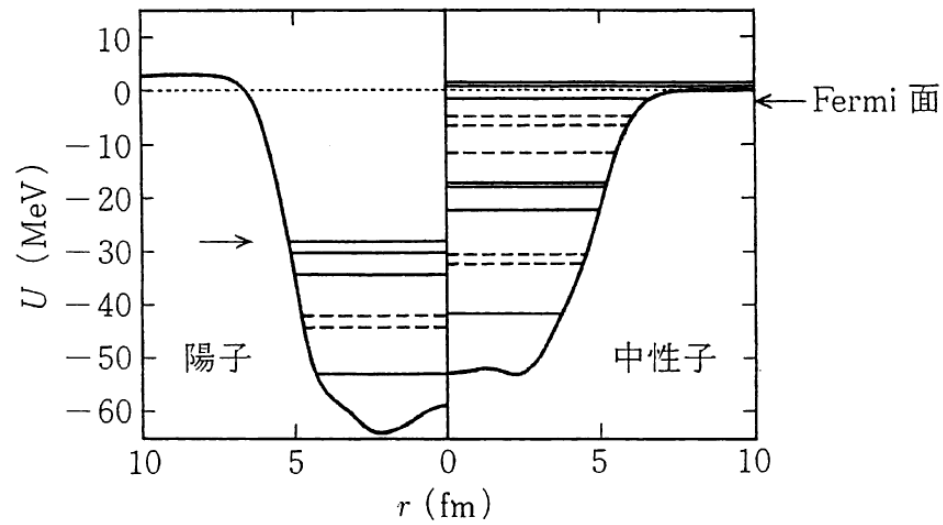
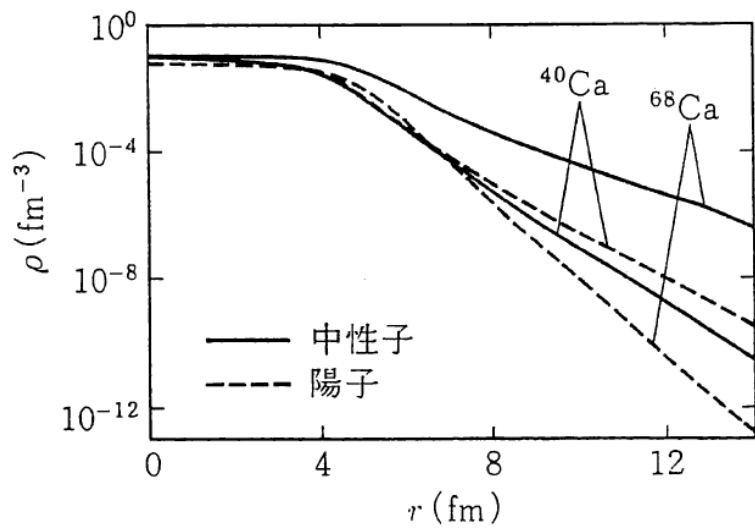
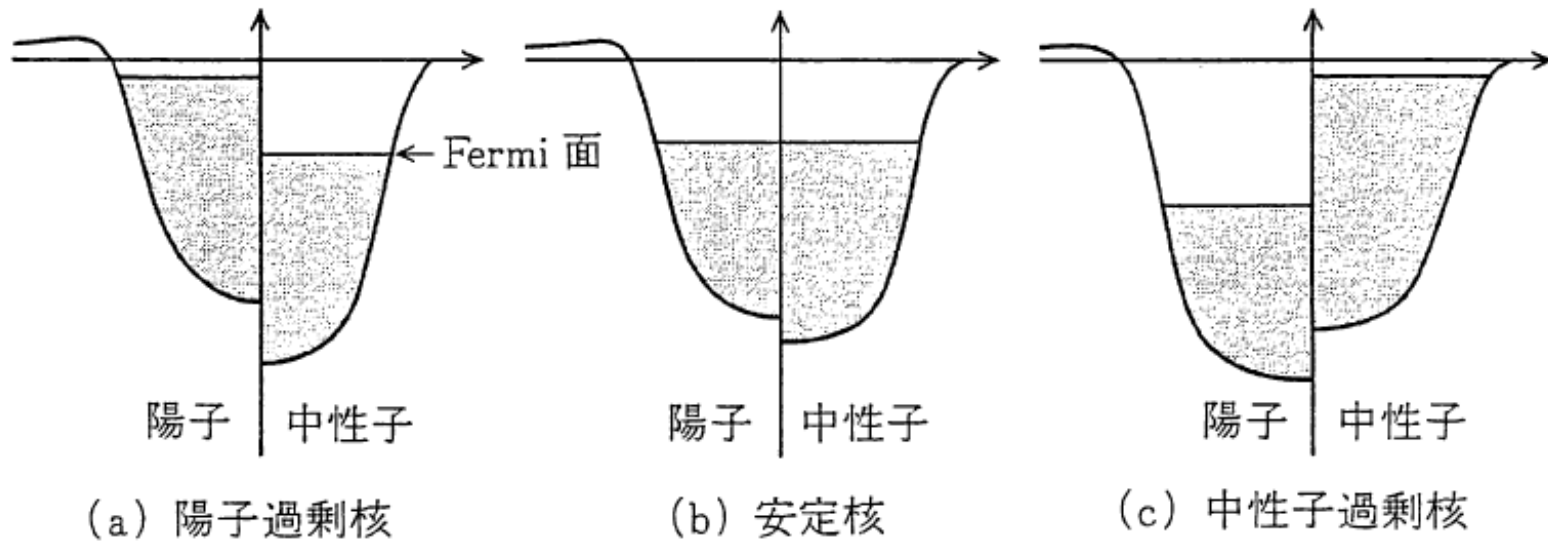
安定核



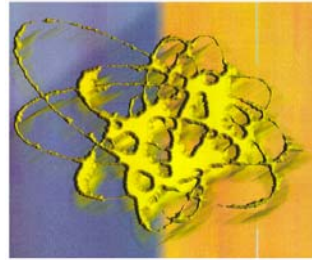
中性子がドリップ寸前の原子核



不安定核の平均場の特徴



これまでの講義の要点



Bohr-Mottelsonの教科書の表紙に描かれている絵



「平均場と1粒子運動モード」は集団現象である.

平均場は強い相互作用している核子集団が生み出す秩序である
その基底状態は量子場の理論の真空に対応し、
量子多体系を記述するための出発点を与える



有限量子系で1粒子運動モードの描像を得るためには対称性を破った平均場を導入する必要がある.

より高次の対称性が破れるにつれて1粒子運動の概念が拡張される.
核構造論の歴史はより良い1粒子運動モードの発見の歴史でもあった.

球対称性の破れ---変形シェルモデル

粒子数(ゲージ対称性)の破れ---超伝導BCSモデルの準粒子

時間反転対称性の破れ---回転座標系シェルモデル

これまでの講義の要点(続き)



「集団現象が1粒子描像を作る(創発する)」ことを端的に教えてくれたのが超伝導のBCS理論であった。

Bogoliubov準粒子はクーパーペアの凝縮という集団現象のもとでの1粒子励起モードである



対称性を破った平均場の基底状態は縮退している。

- 破られた対称性が連続対称性の場合, この縮退を解き, 破られた対称性を回復する運動が(一般化された)回転運動

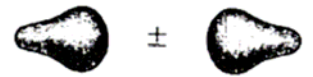
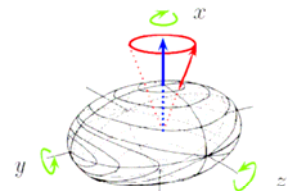
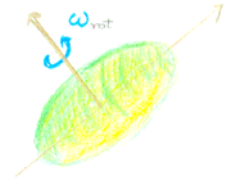
有限量子系ではこの運動が実際に起こり, 様々なタイプの回転スペクトルとして観測される

軸対称性の破れ---Wobbling回転バンド

- 破られた対称性が離散対称性の場合には多重項が出現する

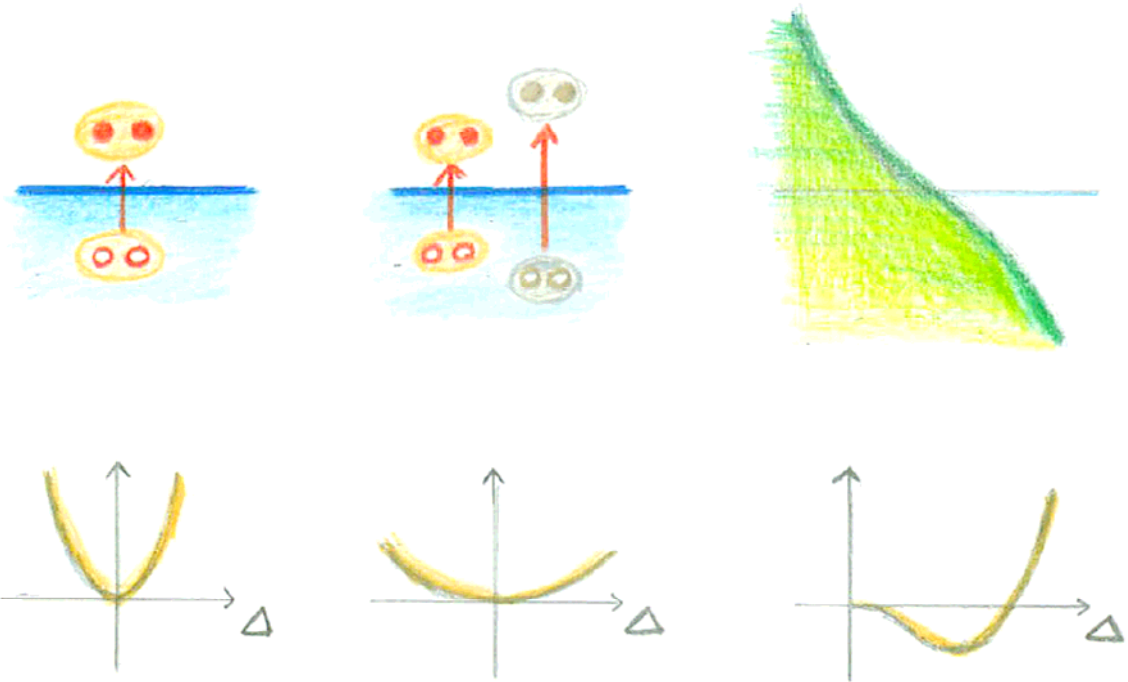
空間反転対称性の破れ---パリティ-2重項

カイラル対称性の破れ---カイラル2重項



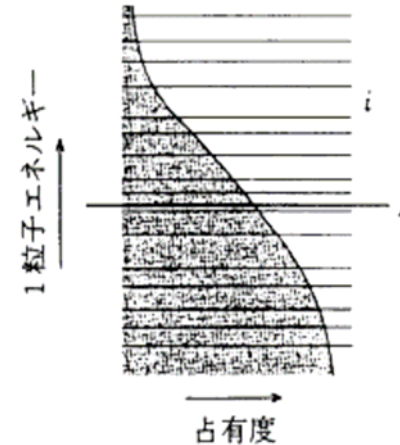
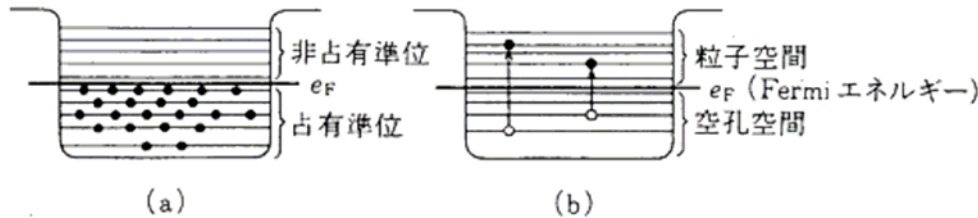
対相転移

粒子対モードと空孔対モードがソフト化する



対ギャップが集団変数となる

真空とその励起(1粒子モード)



粒子と空孔

$$c_i^\dagger = (1 - \theta_i)a_i^\dagger + \theta_i b_{\bar{i}}$$

$$c_{\bar{i}} = (1 - \theta_i)a_{\bar{i}} - \theta_i b_i^\dagger$$

$$a_i|\phi_{\text{HF}}\rangle = b_{\bar{i}}|\phi_{\text{HF}}\rangle = 0$$

Bogoliubov準粒子

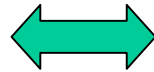
$$c_i^\dagger = u_i a_i^\dagger + v_i a_{\bar{i}}$$

$$c_{\bar{i}} = u_i a_{\bar{i}} - v_i a_i^\dagger$$

$$a_i|\phi_{\text{BCS}}\rangle = a_{\bar{i}}|\phi_{\text{BCS}}\rangle = 0$$

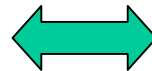
励起モードとしての「素粒子」
(質量の起源)

粒子の質量



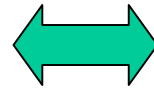
励起エネルギー

Dirac粒子



準粒子

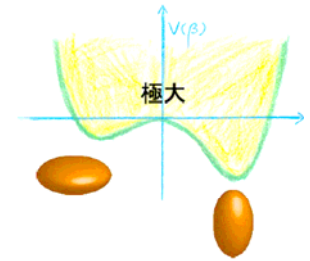
$$\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$



$$\sqrt{(e - \lambda)^2 + \Delta^2}$$

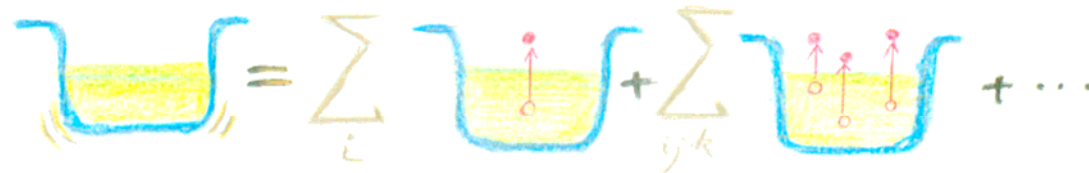
$$\begin{pmatrix} pc & \mp mc^2 \\ \mp mc^2 & -pc \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\pm}(p) \\ v_{\pm}(p) \end{pmatrix} = E_p \begin{pmatrix} u_{\pm}(p) \\ v_{\pm}(p) \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} e_i - \lambda & \Delta \\ \Delta & -e_i + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}$$

これまでの講義の要点(続き)



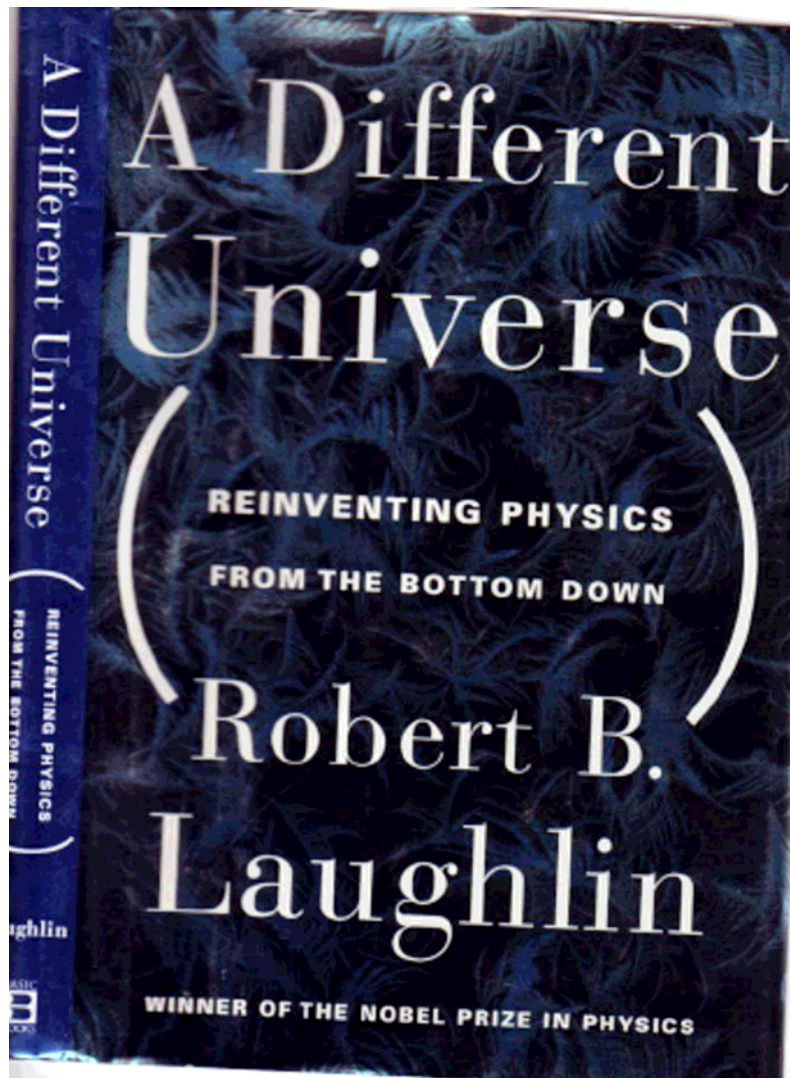
♡ 平均場は時間変化する。この運動が振動モードとして観測される

有限量子系の平均場の固有関数はそれぞれが多様な個性をもっているためきわめて多彩な振動自由度がある



♡ 現実の多くの核は平均場の量子相転移の近傍にあり、また、異なった平均場が共存/競合する変形共存現象が広範に知られている

このような大振幅振動も「(一般化された)時間に依存する平均場近似」に基づいて記述することが可能と思われる



(ラフリン: 驚くべき集団効果によって分数電荷が生じること(分数量子ホール効果)を明らかにし1998年ノーベル賞)

半導体中の電子と空孔について

Electrons and holes move through cold crystalline silicon as if it were not there.¹² This astonishing fact is central to the working of transistors, and it is why efficient ones can never be made from non-crystalline substances such as rubber or plastic.¹³ Indeed, the key technical breakthrough that ushered in the silicon age was not the invention of the transistor but the invention of zone refining, a method of systematically eliminating chemical and structural imperfections of crystals. The ability of electrons and holes to move ballistically through the lattice is not obvious at all, for a piece of silicon is conceptually no different from a giant molecule and must therefore be characterized by the highly entangled motions of *all* the electrons, including those in the bonds. The resolution of this problem is that

be exactly and universally the case that crystalline insulators have specific collective motions of all the electrons that look and act as though they were motions of isolated electrons. The only effect of all their awful underlying complexity is to make the acceleration mass slightly different from that of a free electron and to effectively reduce the strength of the electric forces. The electric charge of a hole is obviously opposite to that of an electron, since it represents an electron deficit. An engineer speaking of an electron or hole is really speaking about one of these complex collective motions, not an isolated particle. For engineering purposes this complexity does not matter any more than it matters how computers send out shower invitations. The important thing is that the particle-like nature of the collective motion is exact and reliable.

量子ホール効果に関して

The important issue implicit in the von Klitzing discovery is not the existence of physical law but rather what physical law is, where it comes from, and what its implications are. From the reductionist standpoint, physical law is the motivating impulse of the universe. It does not come from anywhere and implies everything. From the emergentist perspective, physical law is a rule of collective behavior, it is a consequence of more primitive rules of behavior underneath (although it need not have been), and it gives one predictive power over a limited range of circumstances. Outside this range, it becomes irrelevant, supplanted by other rules that are either its children or its parents in a hierarchy of descent. Neither of these viewpoints can gain ascendancy over the other by means of facts, for both are fact-based and both are true in the traditional scientific sense of the term. The issue is more subtle—a matter of institutional judgment. To paraphrase George Orwell, all facts are equal, but some are more equal than others.

超伝導のBCS理論に関して

Histories of large systems are simply different from those of small ones because they are descriptions of collective phenomena and not of pedantic detail. The effect being emulated in the theory of superconductivity is like this. It is the tendency of the electrons to lock arms and move as one gigantic body, just as crystallized atoms do. It is actually no different from what happens in crystallization, except in being more difficult to cover up by skipping to the “obvious” nonquantum description at key moments. When the number of electrons is extremely large, it becomes difficult to distinguish the true ground state of the superconductor from the low-lying excited states associated with collective motion of the entire assemblage. The nonuniqueness of Schrieffer’s description is thus a symptom of something extremely fundamental: the emergence of conventional meaning of the fluid body—the collective effect that transforms quantum mechanics into Newton’s laws. It is interesting that many physicists continue to be confused about this matter, thus demonstrating that youth is not a prerequisite for getting intellectually mugged by nature.

これまでの講義へのQ&A

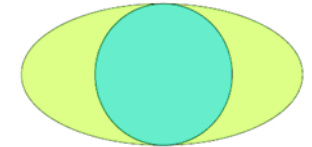
- Q 無限系と有限系で最も基本的な違いは何ですか？
- Q 「準粒子」という言葉はいろいろな意味に使われているようですが.....
- Q ある教科書に「Quadrupole forceのような長距離力が変形を引き起こす」と書かれていましたが、核力は短距離力ではないのでしょうか？
- Q 対相関についてどこまで分かっている、現在何が問題になっているのでしょうか？

(答えはレジメ参照)

対相関をめぐる諸問題

▲ 変形核での対相関

$J=0, 2, 4, \dots$ の重ね合わせ



▲ P+Q force モデルについて

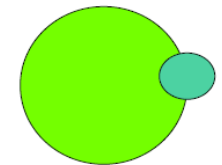
閉殻から、例えば、2p2h励起が起こると、対相関と4重極相関が同時に活性化され、協力して系のエネルギーを下げる

▲ アイソスピン依存性

対ギャップはアイソスピンに強く依存している

▲ ペア-の空間構造

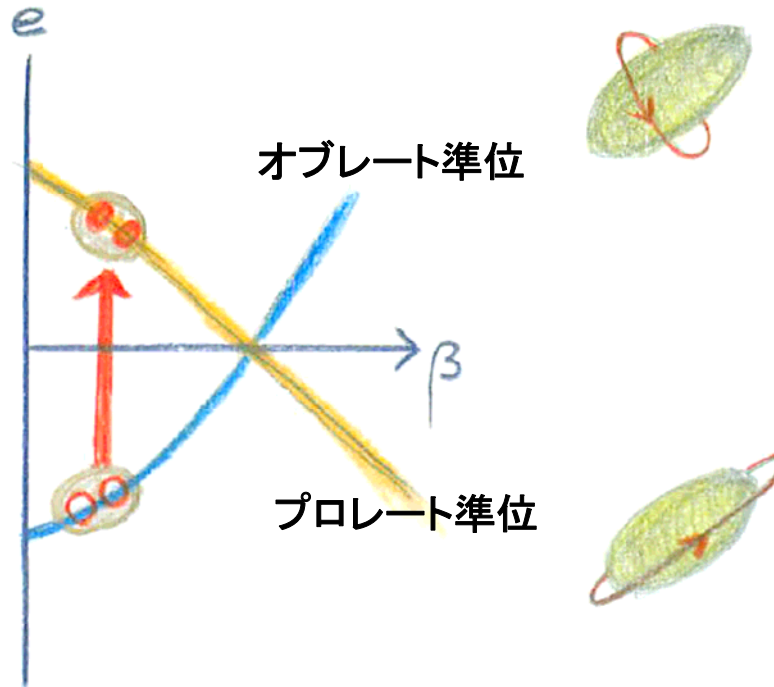
空間的局在とパリティ混合の密接な関係



▲ 連続状態での対相関

BCS を越えた理論が必要

閉殻が2p2h励起すると 変形する



常識に反するようだが....

ひとたび、閉殻が励起すると
対相関と四重極相関は
コヒーレントに作用する

$$|K^\pi = 0_{\text{ground}}^+\rangle = \alpha|i\bar{i}\rangle + \beta|j\bar{j}\rangle,$$

$$|K^\pi = 0_{\text{excited}}^+\rangle = -\beta|i\bar{i}\rangle + \alpha|j\bar{j}\rangle.$$

$$\langle K^\pi = 0_{\text{excited}}^+ | \sum_i (r^2 Y_{20})_i | K^\pi = 0_{\text{ground}}^+ \rangle = 2\alpha\beta (\langle j | r^2 Y_{20} | j \rangle - \langle i | r^2 Y_{20} | i \rangle)$$

ペアーの空間構造の違い \longrightarrow 四重極対相関も重要

Pairing Gap の (N-Z)/A 依存性

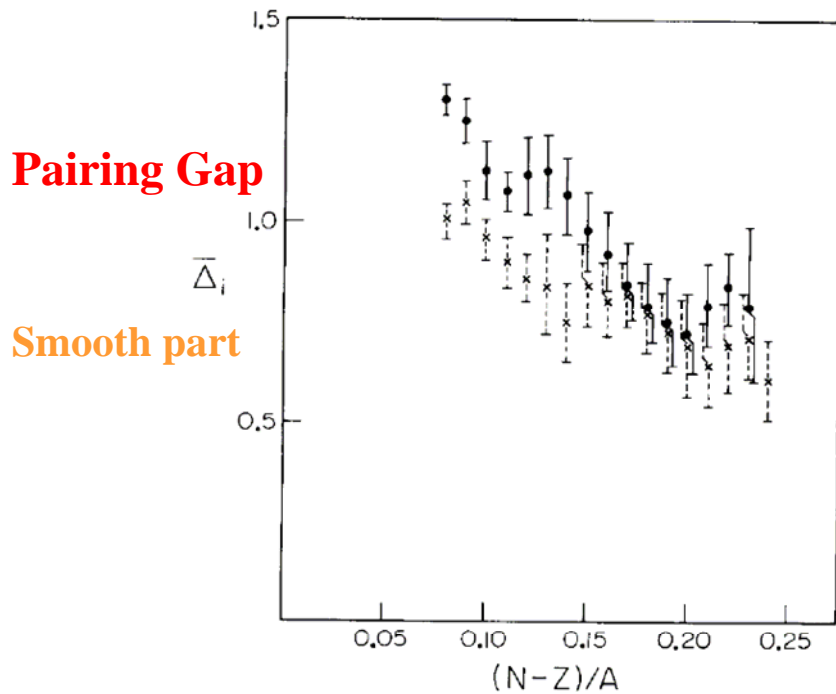


Fig. 1. Dependence of the averaged pairing gap parameter $\bar{\Delta}_i$, eq. (3) on $(N - Z)/A$ for nuclei with $50 < Z < 82$ and $82 < N < 126$. Proton pairing denoted by full dots, neutron pairing denoted by crosses. The error bars represent the dispersion defined in eq. (4).

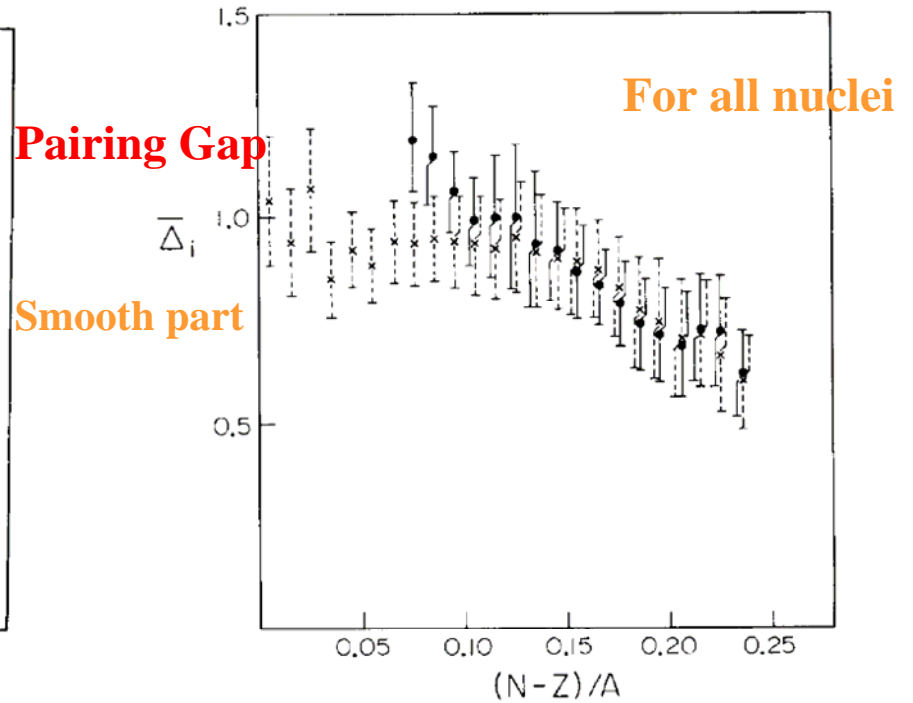
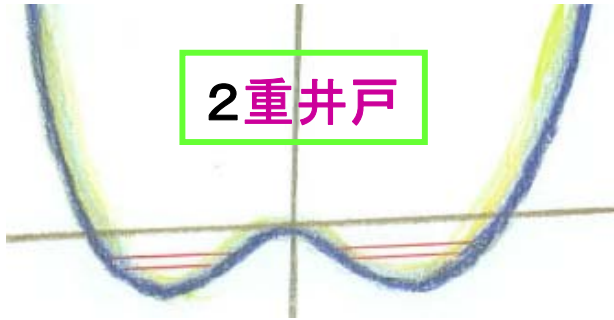


Fig. 2. Dependence of $\bar{\Delta}_i$ on $(N - Z)/A$, where data are averaged over both neutron and proton pairing energies. Full dots are for the mass region $50 < Z < 82$, $82 < N < 126$ and crosses are for the sample of all nuclei with $A > 40$.

$$\Delta = \{7.2 - 44 [(N - Z)/A]^2\} / A^{1/3} \text{ MeV}$$

局在化 (Localization) と Parity-Mixing の密接な関係



空間反転対称性を破ることによって
豊かな空間構造を形成できる

$$|S\rangle = 1/\sqrt{2}(|R\rangle + |L\rangle)$$

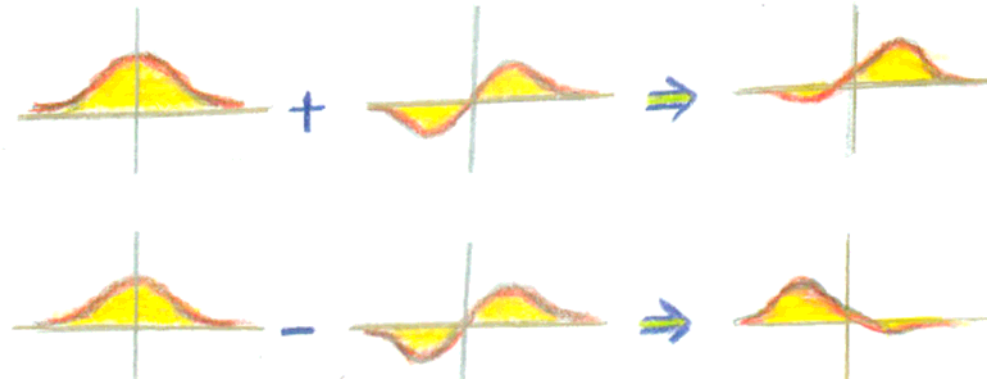
$$|A\rangle = 1/\sqrt{2}(|R\rangle - |L\rangle)$$

$$|R\rangle = 1/\sqrt{2}(|S\rangle + |A\rangle)$$

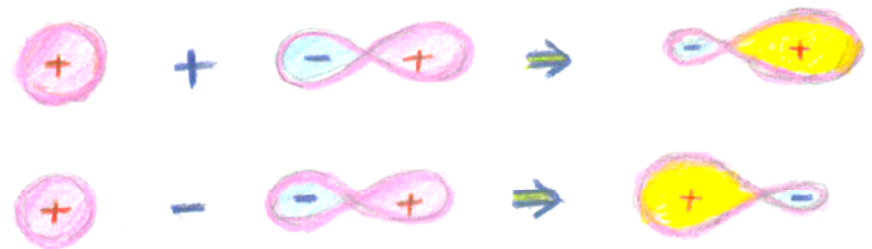
$$|L\rangle = 1/\sqrt{2}(|S\rangle - |A\rangle)$$

$$\pi|S\rangle = (1)|S\rangle$$

$$\pi|A\rangle = (-1)|A\rangle$$



sp混成軌道



この概念の一般化

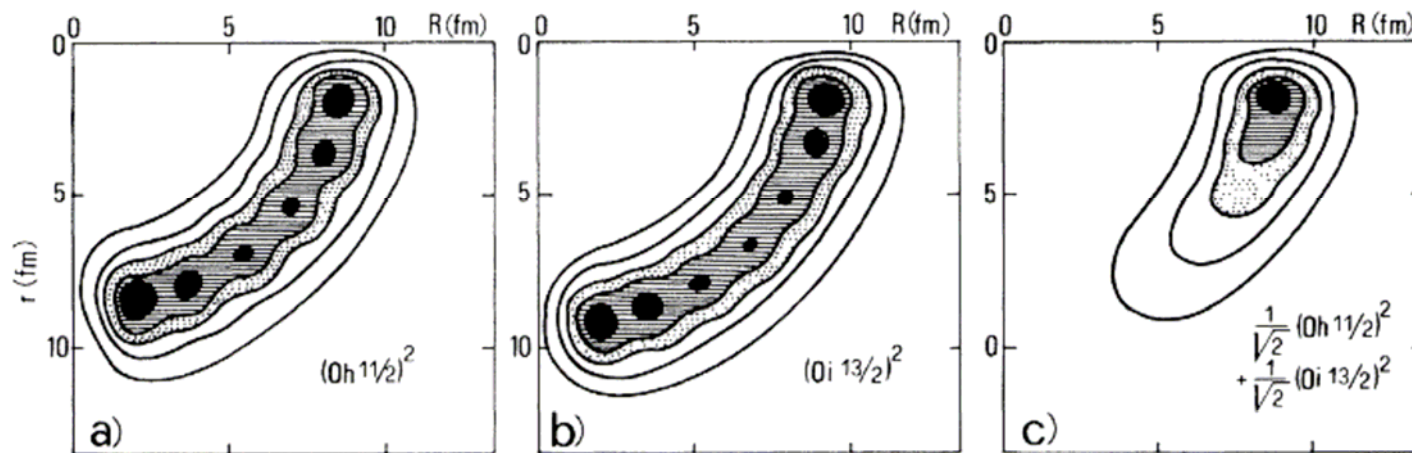
パリティの異なるシェルのコヒーレントな混合が
ペアの空間的局在をもたらす

$$\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{l=\text{even, odd}} C_l (\varphi_l(\mathbf{r}_1) \varphi_l(\mathbf{r}_2))_{J=0}$$

$$\rho(r, R) = \int |\varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 d\hat{\mathbf{r}} d\hat{\mathbf{R}}$$

$$R = |\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2|/\sqrt{2},$$

$$r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|/\sqrt{2}.$$



Q&A(続き)

- Q 平均場近似、Hartree-Fock, BCS 等の理論の関係は？
- Q Skyrme 型有効相互作用を用いたHartree-Fock 計算の特徴は？
有限レンジでなくデルタ関数型の有効相互作用を用いる理由は？
- Q 密度汎関数法での $\rho(\mathbf{r})$ はどの座標系から見た密度ですか？

(答えはレジメ参照)

密度依存有効相互作用を用いたHFB理論への里程標

- 1950年代** Bruckner理論、シェルモデルの基礎つけと核内有効相互作用(G行列)の導出
- 1960年代** BCS理論の核構造への適用
- 1970年代** G行列の局所密度近似による密度依存相互作用の導出と密度依存HF計算の始まり
(Negele, Vautherin-Brink, Sprung,多数)
時間依存HFによる重イオン反応のシミュレーションの始まり (Koonin, Bonche,... 多数)
- 1980年代** 実座標空間でのHF-Bogoliubov計算の始まり
(Dobaczewski, Flocard, ... 多数)
- 1990年代** 対称性の制限の除去: 超変形、超重核、不安定核など極限状況の原子核への適用の始まり
- 2000年代** 連続状態を取り入れたHFBへの試み
より一般性のある密度汎関数の構築へ

Skyrme-Hartree-Fock-Bogoliubov (SHFB) 法の魅力

(G行列を踏まえた現象論的密度依存接触型有効相互作用)

♡ 局所ポテンシャル

- ➡ 現象論的シェルモデルポテンシャルとの対応が容易
- ➡ 時間に依存する場合への拡張が容易
(時間変化する平均場の描像に基づく
集団励起モードの微視的記述へ)

♡ 密度汎関数法的一种と位置づけられる

- ➡ 系統的な改良へ見通しが良い
(より一般性のある密度汎関数の構築へ)
- ➡ 核力と核構造を結びつける結節点となりうる

密度汎関数法

$$E = \int d\mathbf{r} H(\rho(\mathbf{r}), \tilde{\rho}(\mathbf{r}), \tau(\mathbf{r}))$$

密度 $\rho(\mathbf{r}) = \langle \phi_0 | \psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) | \phi_0 \rangle = \sum_i |v_i(\mathbf{r})|^2,$

対密度 $\tilde{\rho}(\mathbf{r}) = \langle \phi_0 | \psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r}) \psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}) | \phi_0 \rangle = \sum_i u_i(\mathbf{r}) v_i(\mathbf{r}),$

運動エネルギー密度 $\tau(\mathbf{r}) = \sum_i |\nabla v_i(\mathbf{r})|^2.$



SciDAC

Scientific Discovery through Advanced Computing



Building a Universal Nuclear Energy Density Functional

A Low-Energy Nuclear Physics National HPC Initiative

[George F. Bertsch](#), [University of Washington](#)

The mission of the project is three-fold:

First, to find an optimal functional using all our knowledge of the nucleonic Hamiltonian and basic nuclear properties.

Second, to apply the EDF theory and its extensions to validate the functional using all the available relevant nuclear structure data.

Third, to apply the validated theory to properties of interest that cannot be measured, in particular the transition properties needed for reaction theory.

The activities to be supported fall into different areas of nuclear theory and computer science, but the goal can only be achieved by working at the interfaces among these areas. They are: ab initio theory of nuclear wave functions, Effective Field Theory (EFT) and its extensions, self-consistent mean-field description of ground and excited states, large amplitude collective motion, low-energy reaction theory and computer science.

Science Application: Nuclear Physics

Project Title: Building a Universal Nuclear Energy Density Functional

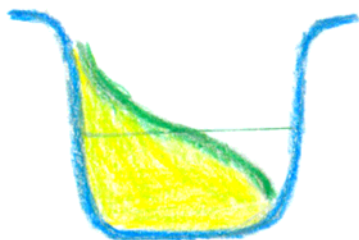
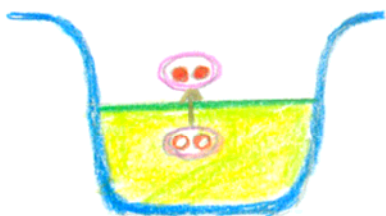
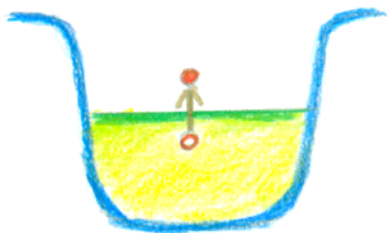
Principal Investigator: George F. Bertsch

Affiliation: University of Washington

Funding Partners: [Office of Science](#), [Advanced Scientific Computing Research](#), and [National Nuclear Security Agency](#)

Budget and Duration: Approximately \$3 Million per year for five years

安定核



不安定核



ドリップ線近傍では連続状態への粒子-空孔励起
(2準粒子励起)によって集団モードを作らなくてはならない



ドリップ線近傍ではBCS理論は破綻する



対凝縮の創る平均場

密度依存 δ 型 Pairing 相互作用

$$v_{\text{pair}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -v_{\text{pair}}(\rho(\mathbf{r}))\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'),$$

$$v_{\text{pair}}(\rho(\mathbf{r})) = -v_0(1 - \rho(\mathbf{r})/\rho_0)$$

HFB 平均場の Hamiltonian

$$H = \int d\mathbf{r} \psi^\dagger(\mathbf{r}) \left(-\frac{\hbar^2}{2m^*(\mathbf{r})} \nabla^2 + V_{\text{HF}}(\mathbf{r}) \right) \psi(\mathbf{r}) \\ - \int d\mathbf{r} \Delta(\mathbf{r}) \left(\psi_\uparrow^\dagger(\mathbf{r}) \psi_\downarrow^\dagger(\mathbf{r}) + \psi_\downarrow(\mathbf{r}) \psi_\uparrow(\mathbf{r}) \right)$$

対ポテンシャル

$$\Delta(\mathbf{r}) = v_{\text{pair}}(\rho(\mathbf{r})) \langle \phi_0 | \psi_\uparrow^\dagger(\mathbf{r}) \psi_\downarrow^\dagger(\mathbf{r}) | \phi_0 \rangle$$

(簡単のため、スピンの添え字を省略)

準粒子の生成・消滅演算子

$$a_i^\dagger = \int d\mathbf{r} \left(u_i(\mathbf{r}) \psi^\dagger(\mathbf{r}) + v_i(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) \right),$$
$$a_i = \int d\mathbf{r} \left(u_i(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) + v_i(\mathbf{r}) \psi^\dagger(\mathbf{r}) \right).$$

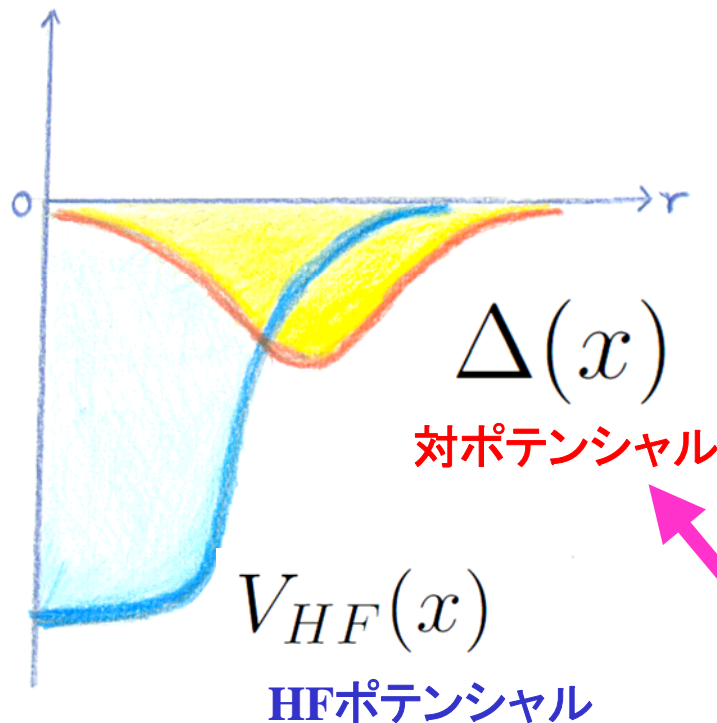
準粒子の真空 = HFB基底状態

$$a_i |\phi_0\rangle = 0$$

BCS準粒子と異なる 新しい準粒子描像

Hartree-Fock-Bogoluibov平均場

$$\begin{pmatrix} \hat{T} + V_{\text{HF}}(\mathbf{r}) - \lambda & \Delta(\mathbf{r}) \\ -\Delta(\mathbf{r}) & -\hat{T} - V_{\text{HF}}(\mathbf{r}) + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i(\mathbf{r}) \\ v_i(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} u_i(\mathbf{r}) \\ v_i(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$$

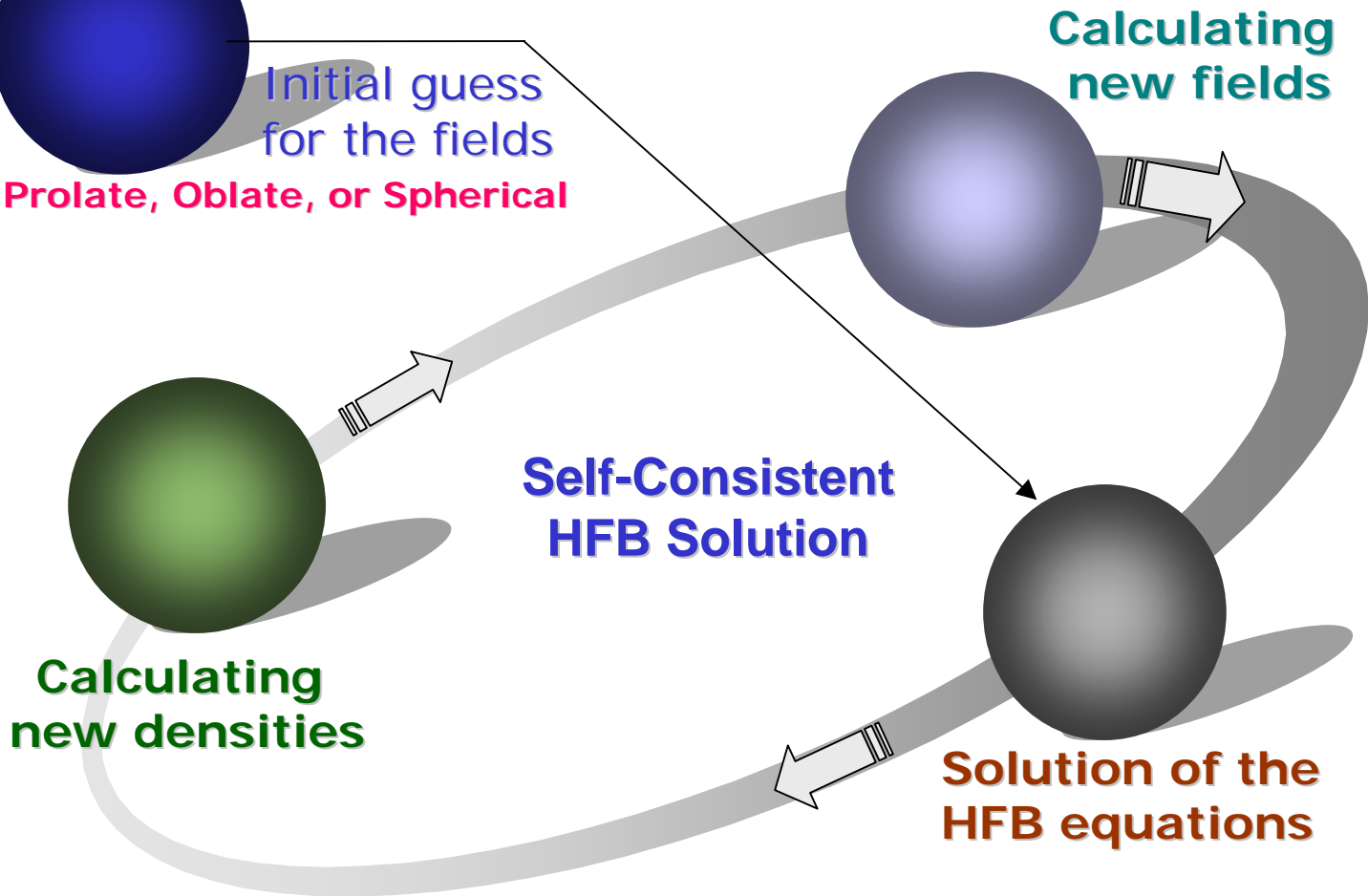
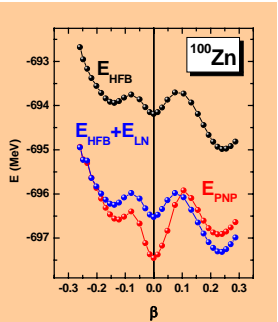


$E > |\lambda|$ の準粒子波動関数は

上成分	$u(x)$	非局在
下成分	$v(x)$	局在

密度分布の表面より外に
広がっている!!

Self-Consistent Procedure



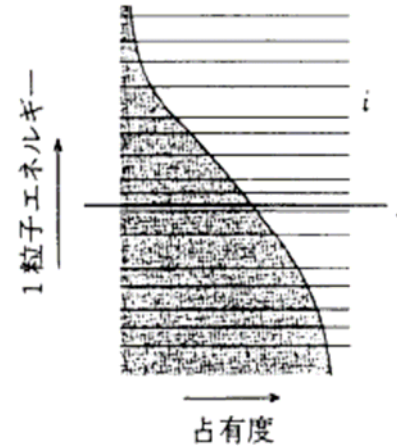
BCS近似

$$u_i(\mathbf{r}) = u_i \varphi_i^{\text{HF}}(\mathbf{r}),$$

$$v_i(\mathbf{r}) = u_i \varphi_i^{\text{HF}}(\mathbf{r}),$$

where

$$(\hat{T} + V_{\text{HF}}(\mathbf{r})) \varphi_i^{\text{HF}}(\mathbf{r}) = e_i \varphi_i^{\text{HF}}(\mathbf{r})$$



ドリップ線に近づく密度が発散してしまう

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{e_i < 0} v_i^2 |\varphi_i^{\text{HF}}(\mathbf{r})|^2 + \int_{e > 0} \text{deg}(e) |v(e) \varphi_i^{\text{HF}}(e, \mathbf{r})|^2$$

発散 !!



$$\varphi_i^{\text{HF}}(\mathbf{r}) \rightarrow e^{-\alpha_i r} / r \quad (e_i < 0), \quad \alpha_i = \sqrt{-2me_i/\hbar^2}$$

$$\varphi_i^{\text{HF}}(\mathbf{r}) \rightarrow \sin(k_i r + \delta_i) / r \quad (e_i > 0)$$

準粒子波動関数の漸近的振る舞い

$r \rightarrow \infty$ で $V_{\text{HF}}(\mathbf{r}) \rightarrow 0, \Delta(\mathbf{r}) \rightarrow 0$ だから

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 u_i(\mathbf{r}) &= (E_i + \lambda) u_i(\mathbf{r}), \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 v_i(\mathbf{r}) &= -(E_i - \lambda) v_i(\mathbf{r}). \end{aligned}$$

$E_i \geq |\lambda|$ の準粒子波動関数は

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{r}) &\rightarrow \sin(\beta_i r + \delta_i) / r, & \beta_i &= \sqrt{2m(E_i + \lambda) / \hbar^2} \\ v_i(\mathbf{r}) &\rightarrow e^{-\gamma_i r} / r, & \gamma_i &= \sqrt{2m(E_i - \lambda) / \hbar^2} \end{aligned}$$

上成分は非局在、下成分は局在 !!

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}) &= \sum_{E_i > 0} |v_i(\mathbf{r})|^2 \rightarrow e^{-2\gamma_{\min} r} / r^2, \\ \tilde{\rho}(\mathbf{r}) &= \sum_{E_i > 0} u_i(\mathbf{r}) v_i(\mathbf{r}) \rightarrow e^{-\gamma_{\min} r} / r^2. \end{aligned}$$

密度と対密度は局在

HFB方程式のいろいろな解法

微分方程式を直接解く (座標空間を格子に切り離散化する)

♥ 実エネルギー + Box境界条件

♥ 複素エネルギー面に拡張する

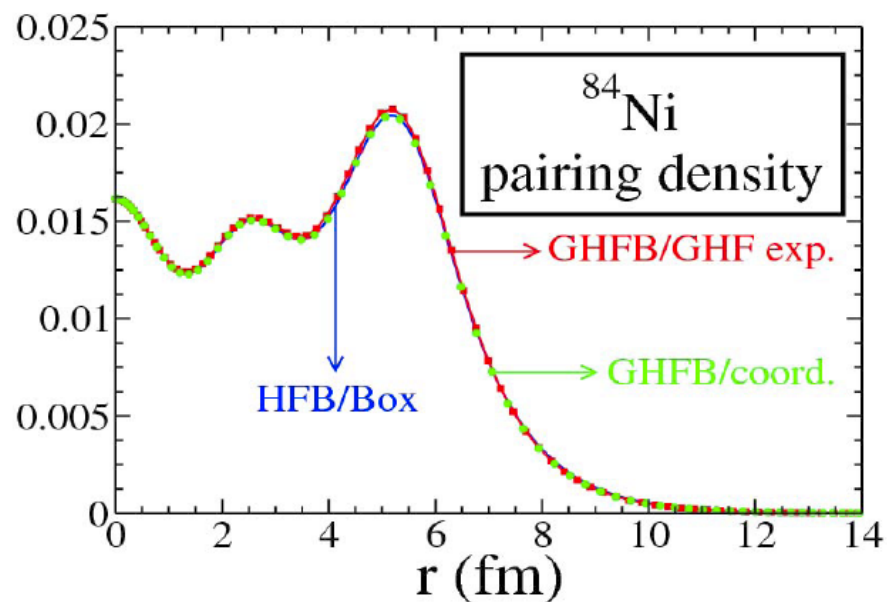
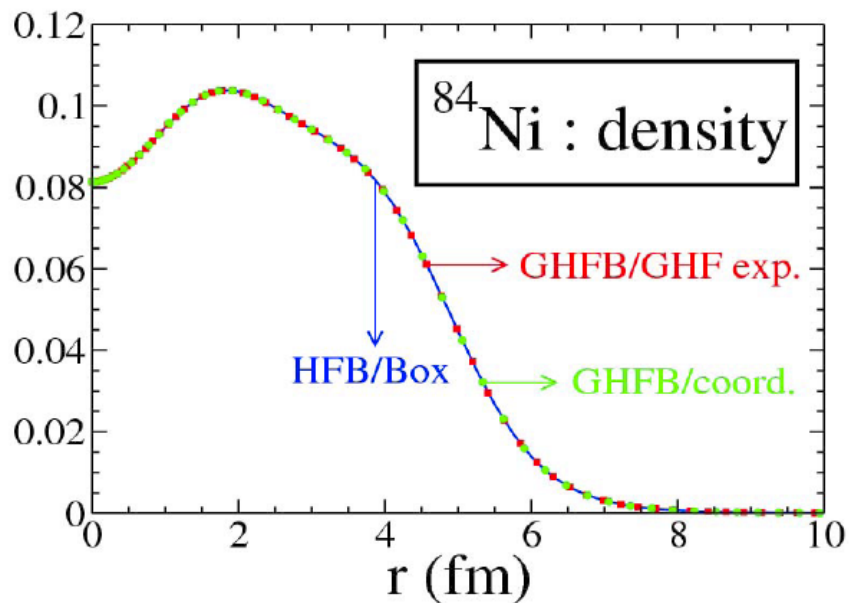
基底関数を用いて展開する

- ♥ 調和振動子(+局所スケーリング変換)
- ♥ ガウス波束
- ♥ Woods-Saxon + Box境界条件
- ♥ 正準基底 (密度行列を対角化)
- ♥ Continuum HF基底
- ♥ Gamow基底
- ♥ Poschel-Teller-Ginocchio(PTG) potential

$$u_i(\mathbf{r}) = \sum_n u_{in} \underline{\varphi_n(\mathbf{r})}$$
$$v_i(\mathbf{r}) = \sum_n v_{in} \underline{\varphi_n(\mathbf{r})}$$

↑
基底関数

Gamow-HFB と Box-HFB 計算結果の比較



Calculated by Nicolas Michel

時間変化する平均場の描像による 集団励起モードの微視的記述

時間依存HFB方程式

$$\begin{pmatrix} \hat{T} + V_{\text{HF}}(\mathbf{r}, t) - \lambda & \Delta(\mathbf{r}, t) \\ -\Delta(\mathbf{r}, t) & -\hat{T} - V_{\text{HF}}(\mathbf{r}, t) + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}, t) \\ v(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}, t) \\ v(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix}$$

この小振幅近似が準粒子RPA:

正しい境界条件の下で、HFB方程式と準粒子RPA方程式を
自己無撞着に解くことは現在のチャレンジングな課題

小振幅の仮定をせず、この方程式を直接解けるか？
これは将来の極めてチャレンジングな課題