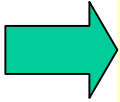


# 「現代の核構造論」ミニマム

## Chapter 1 現代的な核構造論への招待

- 1a 間違いだらけの原子核像
- 1b 核構造論の歴史



## Chapter 2 平均場近似とは何か

- 2a 真空とその励起モード
- 2b 対称性の自発的破れとその回復

## Chapter 3 高速回転する原子核

- 3a 超低温核物理学  
高スピフロンティアー
- 3b 回転座標系での準粒子シェルモデル
- 3c 減衰する回転運動

## Chapter 4 超変形状態の発見

- 4a 変形シェル構造とは何か
- 4b 生成、構造、崩壊
- 4c Wobbling と Precession

## Chapter 5 大振幅集団運動論

- 5a オブレート・プロレート変形共存現象
- 5b パリティ二重項とカイラル二重項

## Chapter 6 不安定核の集団励起モード

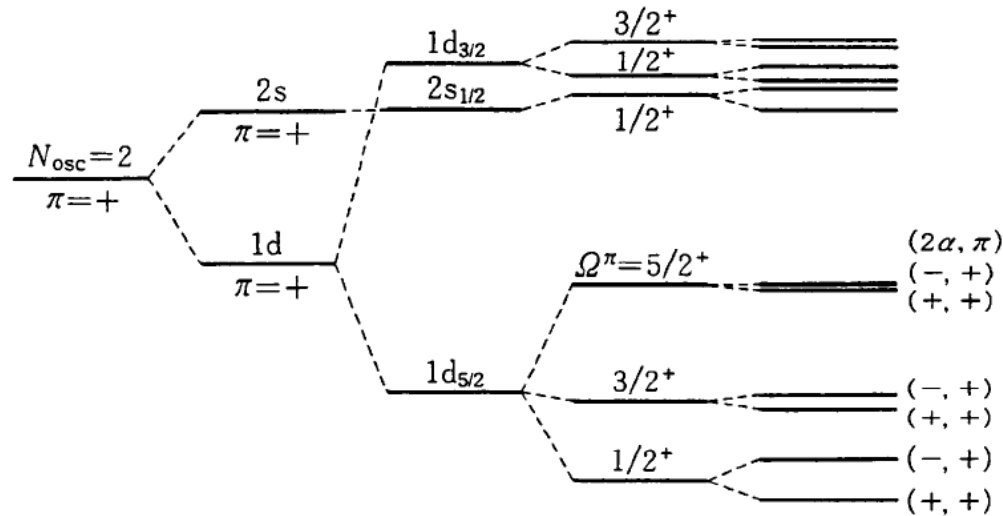
- 6a 新しい理論的課題
- 6b 期待される新しい集団現象

# 一粒子運動の一般化

3次元座標空間での変形  $\longrightarrow$  球対称性の破れ  $\longrightarrow$  変形殻モデル  
 軸対称性の破れ

核子対の凝縮  $\longrightarrow$  粒子数(ゲージ)空間での対称性の破れ  $\longrightarrow$  準粒子

高速回転  $\longrightarrow$  時間反転対称性の破れ  $\longrightarrow$  回転系準粒子モード



	調和振動子 ポテンシャル	Woods-Saxon ポテンシャル	$j$ - $j$ 結合 殻モデル	軸対称 変形	回転座標系
量子数	$(N_{osc}, \pi)$	$(n, l, \pi)$	$(n, l, j, \pi)$	$(\Omega, \pi)$	$(\alpha, \pi)$
縮退度	$(N_{osc}+1)(N_{osc}+2)$	$2(2l+1)$	$2j+1$	2	1

## M1の大学院生との対話

問い Intrinsic state とは何ですか？

答え Intrinsic 座標系で定義された状態です

問い Intrinsic 座標系とは何ですか？

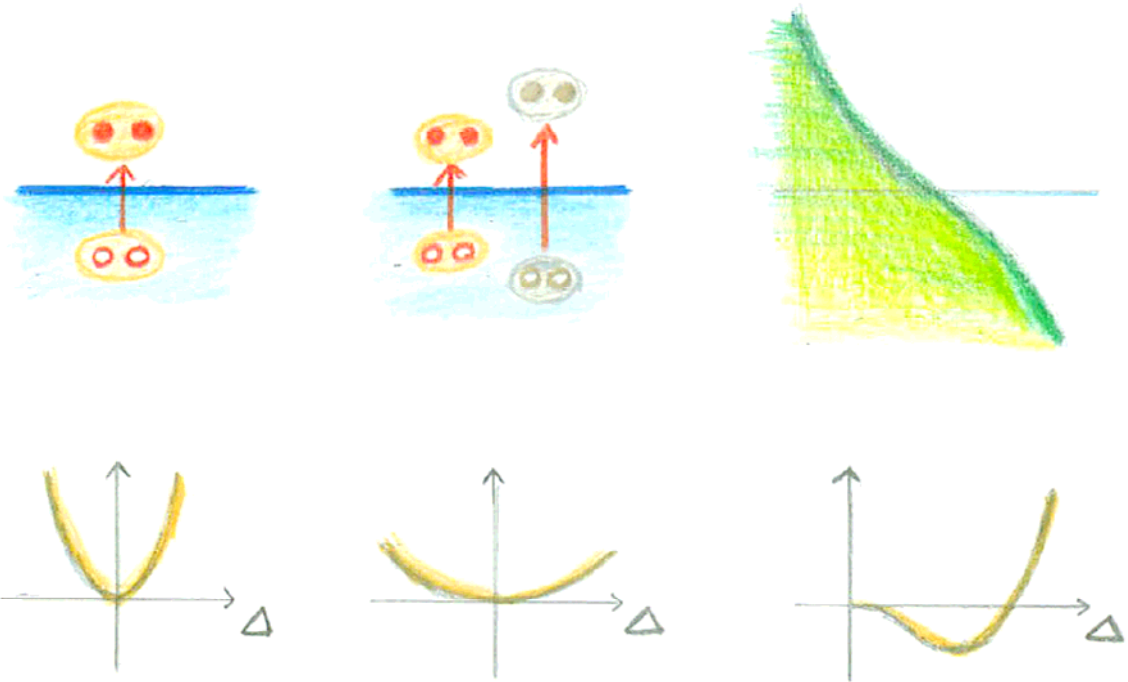
答え それは対称性を破った真真空に付随する座標系です

問い Intrinsic state と実験で観測する状態の関係は？

答え 実験室座標系では破られた対称性を回復した状態を観測します

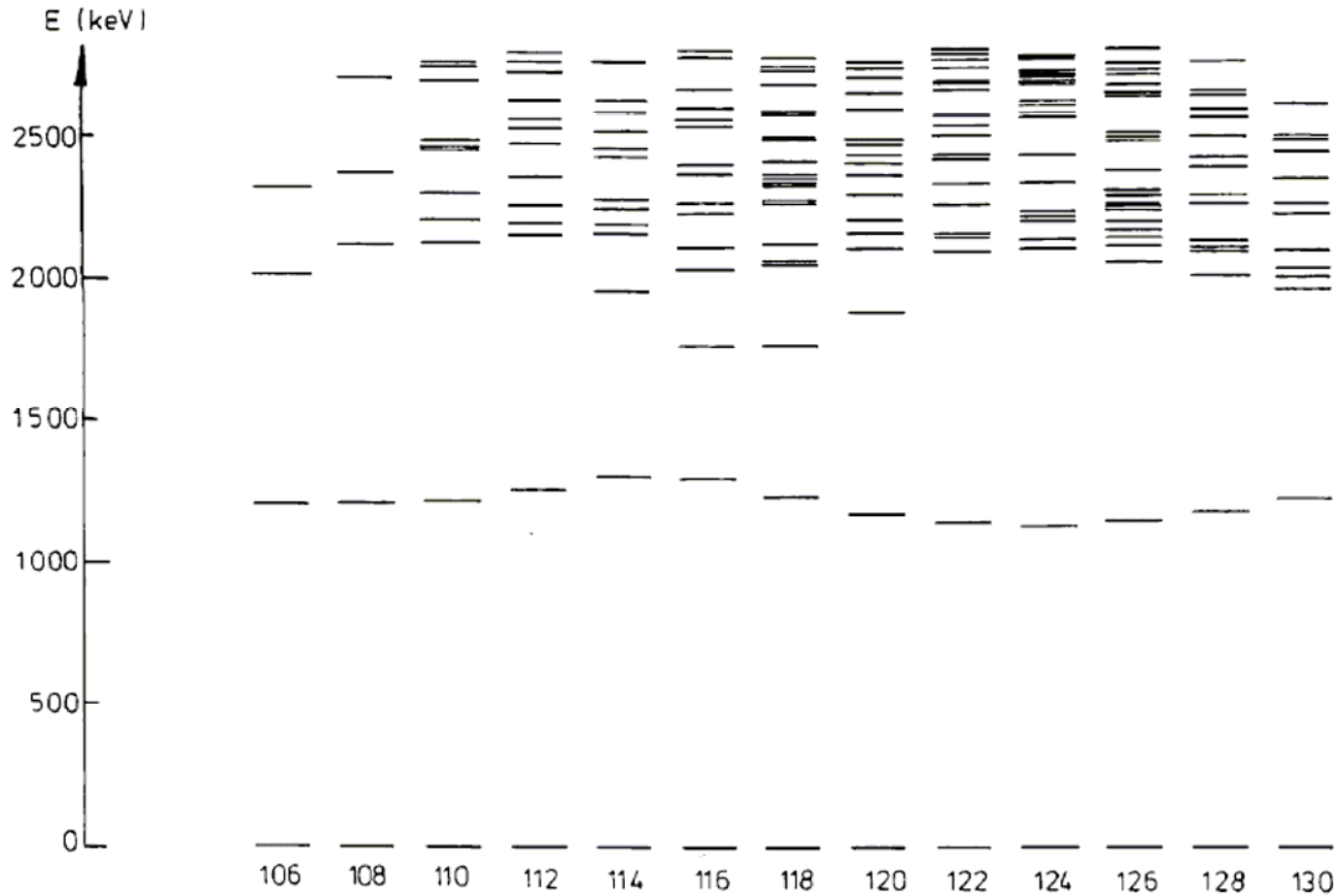
# 対相転移

粒子対モードと空孔対モードがソフト化する



対ギャップが集団変数となる

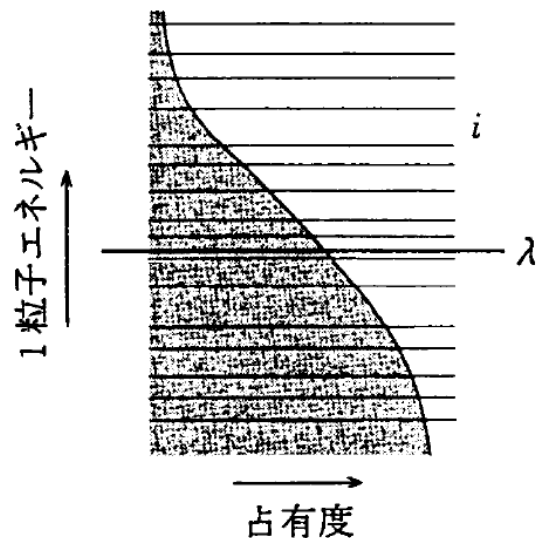
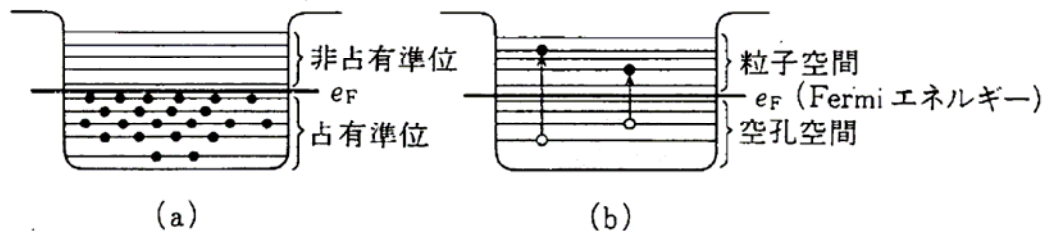
# エネルギーギャップの存在



Sn アイソトープ

J.L. Wood et al., Phys. Rep. 215 (1992) 101

# 真空とその励起(1粒子モード)



## 粒子と空孔

## Bogoliubov準粒子

$$|\phi_{\text{HF}}\rangle = \prod_i n_i (c_i^\dagger c_i^\dagger) |0\rangle$$

$$|\phi_{\text{BCS}}\rangle = \prod_i (u_i + v_i c_i^\dagger c_i^\dagger) |0\rangle$$

$$a_i |\phi_{\text{HF}}\rangle = b_{\bar{i}} |\phi_{\text{HF}}\rangle = 0$$

$$a_i |\phi_{\text{BCS}}\rangle = a_{\bar{i}} |\phi_{\text{BCS}}\rangle = 0$$

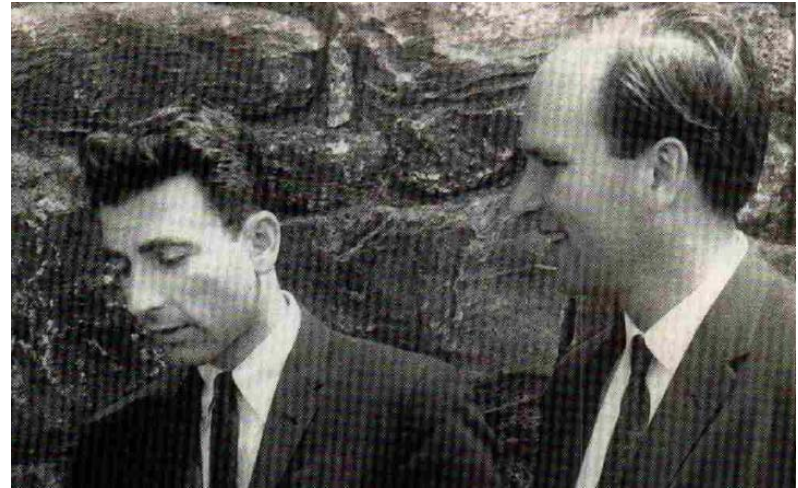
$$\begin{cases} c_i^\dagger = (1 - n_i) a_i^\dagger + n_i b_{\bar{i}} \\ c_{\bar{i}} = (1 - n_i) a_{\bar{i}} - n_i b_i^\dagger \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_i^\dagger = u_i a_i^\dagger + v_i a_{\bar{i}} \\ c_{\bar{i}} = u_i a_{\bar{i}} - v_i a_i^\dagger \end{cases}$$

# JOHN BARDEEN AND THE THEORY OF SUPERCONDUCTIVITY

Bardeen's knowledge of the experimental data had bounded the theory of superconductivity quite tightly before B, C and S developed their theory.

J. Robert Schrieffer

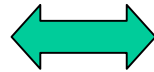


In January 1957 a meeting on many-body theory was held at Stevens Institute of Technology. Feynman, Yang, Pines, Brueckner and other leading theorists in many-body physics presented their recent work. While attending that meeting it occurred to me that because of the strong overlap of pairs perhaps a statistical approximation analogous to a type of mean field would be appropriate to the problem. Thinking back to a paper by Sin-itiro Tomonaga that described the pion cloud around a static nucleon,<sup>9</sup> I tried a ground-state wavefunction  $|\Psi_0\rangle$  written as

$$|\Psi_0\rangle = \prod_{\mathbf{k}} (u_{\mathbf{k}} + v_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}l}^+ c_{-\mathbf{k}l}^+) |0\rangle$$

励起モードとしての「素粒子」  
(質量の起源)

粒子の質量



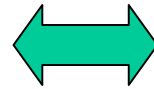
励起エネルギー

Dirac粒子



準粒子

$$\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$

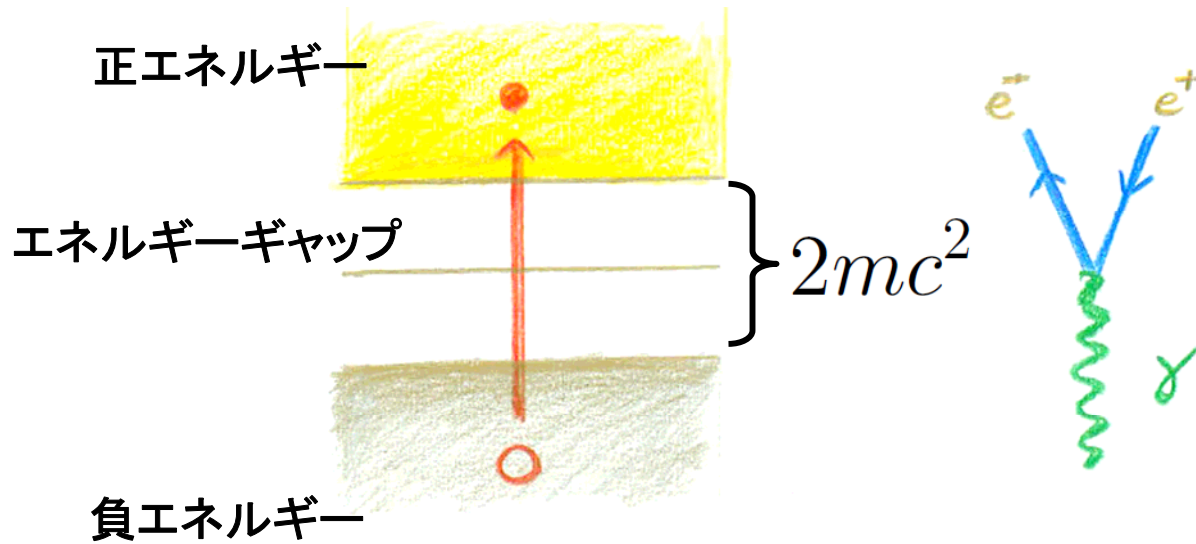


$$\sqrt{(e - \lambda)^2 + \Delta^2}$$

$$\begin{pmatrix} pc & \mp mc^2 \\ \mp mc^2 & -pc \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\pm}(p) \\ v_{\pm}(p) \end{pmatrix} = E_p \begin{pmatrix} u_{\pm}(p) \\ v_{\pm}(p) \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} e_i - \lambda & \Delta \\ \Delta & -e_i + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}$$



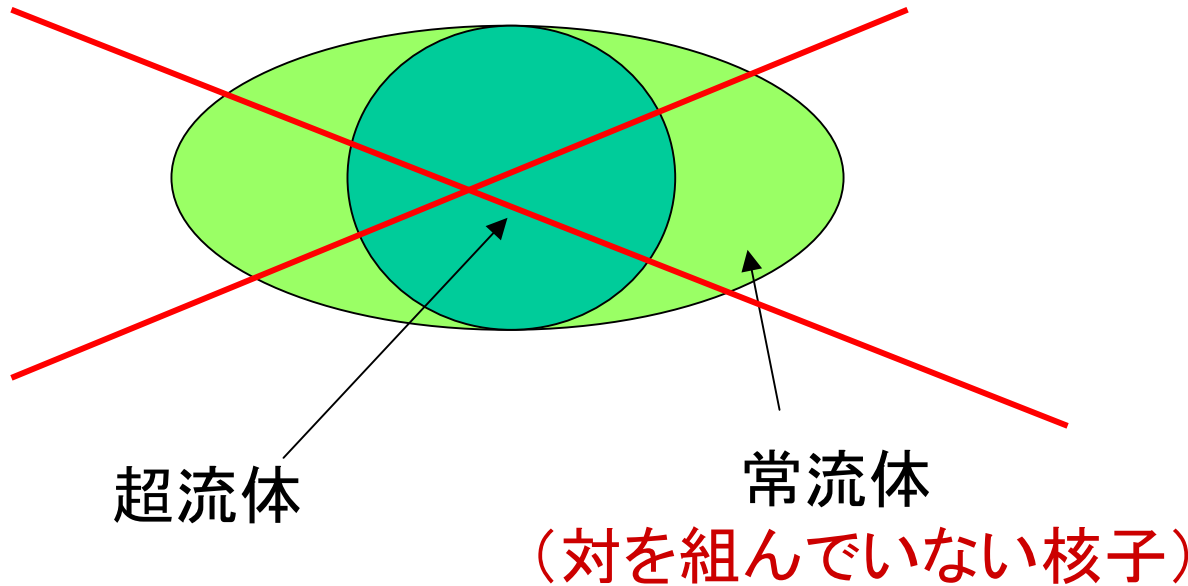
1個の電子といえども、その背後に無数の電子がいる ！



「最初ディラックはただ1個の孤立した電子に対する理論の構成が可能であると仮定して出発したにもかかわらず負エネルギーの困難につきあたり、この矛盾を解決するために仮定に反して無限に多数の電子を同時に考えねばならなくなった」

坂田昌一「原子物理学の発展とその方法」(1946)

## 変形核

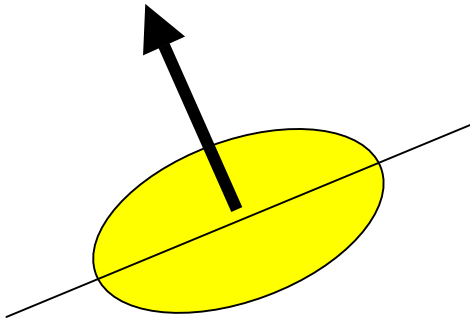


本当は.....核子ペアーは核全体に広がっている  
.....核の超流動性は表面現象  
.....核子ペアーは定まった角運動量をもたない

座標空間の表面と運動量空間の表面を区別すること

## 回転運動の一般的概念

# 対称性の自発的破れを回復する集団モード



平均場が回転不変性を破る  
(変形の発生)



平均場の方向を指定する角度が集団変数になる

3次元座標空間はもちろん、スピン・アイソスピン空間、  
粒子数空間(ゲージ空間)など異なった次元にも一般化できる

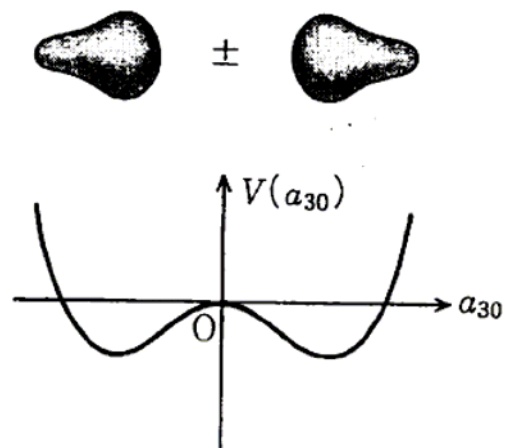
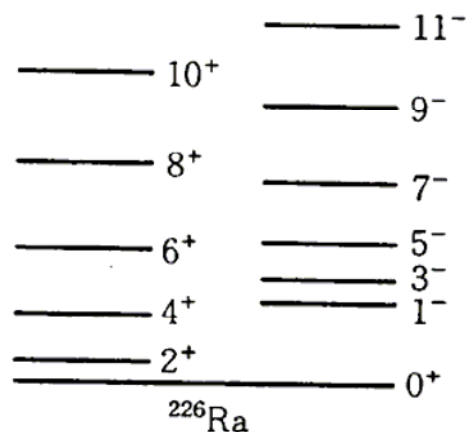
# 対称性の自発的破れに伴う励起スペクトルの例

♥ 軸対称性の破れ → Wobbling motion

♥ カイラル対称性の破れ → カイラル2重項

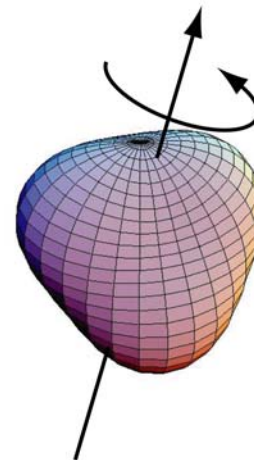
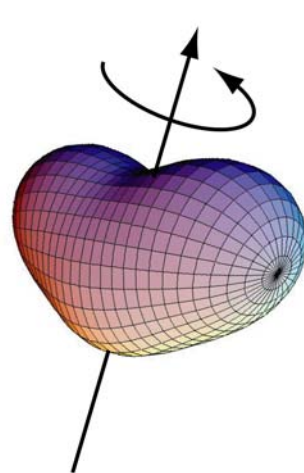
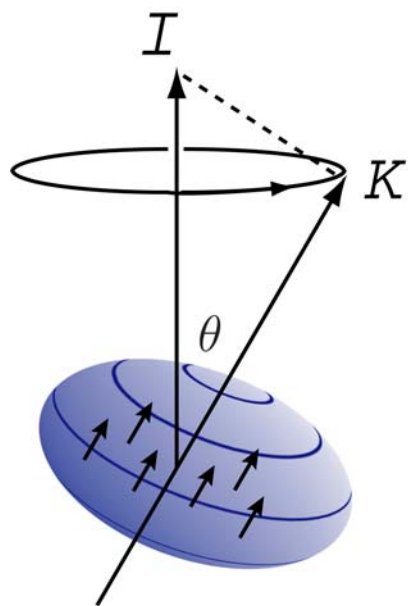
巨視的トンネル現象

♥ 空間反転対称性の破れ → パリティ2重項



これらは次回に

# 多様な回転モード



バナナ変形した超変形核

正四面体変形

High-K アイソマーの才差運動

(エキゾチック変形=新しい型の対称性の破れ)

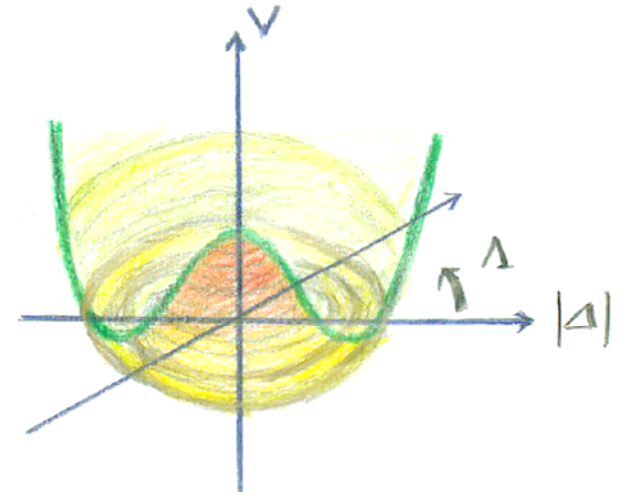
## 対回転 (Pairing Rotation)

ゲージ空間での回転

$$U(\Lambda) = e^{-i\Lambda\hat{n}}, \quad \hat{n} = \hat{N}/2$$

ゲージ空間における変形状態

$$\begin{aligned} |\phi(\Lambda)_{\text{BCS}}\rangle &= U(\Lambda)|\phi_{\text{BCS}}\rangle \\ &= \prod_i (u_i + e^{-i\Lambda} v_i A_i^\dagger) |0\rangle \\ &= \prod_i (u_i + v_i A_i^\dagger(\Lambda)) |0\rangle \end{aligned}$$



$$A_i^\dagger = c_i^\dagger c_i^\dagger$$

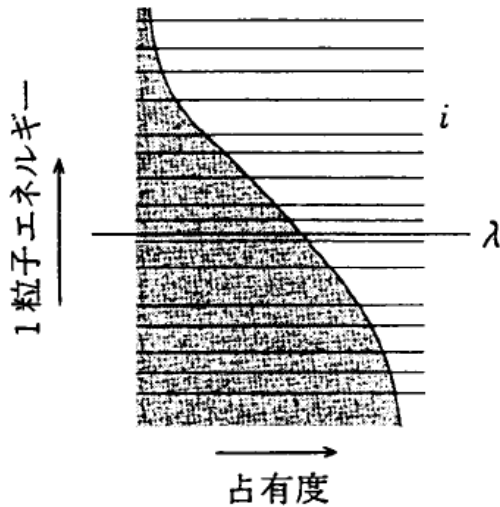
$$A_i^\dagger(\Lambda) = e^{-i\Lambda} A_i^\dagger$$

## 位相表示と粒子数表示

$$\int_0^{2\pi} e^{in\Lambda} |\phi(\Lambda)_{\text{BCS}}\rangle d\Lambda \propto (A^\dagger)^n |0\rangle,$$

$$A^\dagger = \sum_i \frac{v_i}{u_i} A_i^\dagger$$

注意: このペアは角運動量ゼロではない

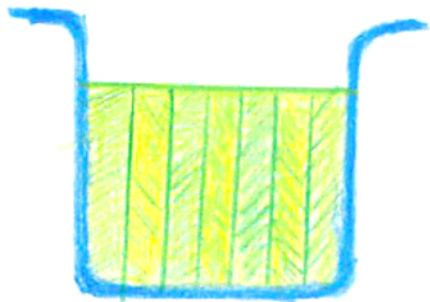


$$\int_0^{2\pi} e^{in\Lambda} |\phi(\Lambda)_{\text{BCS}}\rangle d\Lambda \propto (A^\dagger)^n |0\rangle,$$

$$A^\dagger = \sum_i \frac{v_i}{u_i} A_i^\dagger$$

危険な表式（下限カット・オフに強く依存）

## パウリ原理の魔術



フェルミ・ガス=ボーズ・アインシュタイン凝縮？

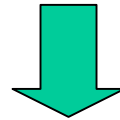
$$|\phi_{\text{HF}}\rangle \propto (A^\dagger)^n |0\rangle$$

$$A^\dagger = \sum_i n_i A_i^\dagger$$

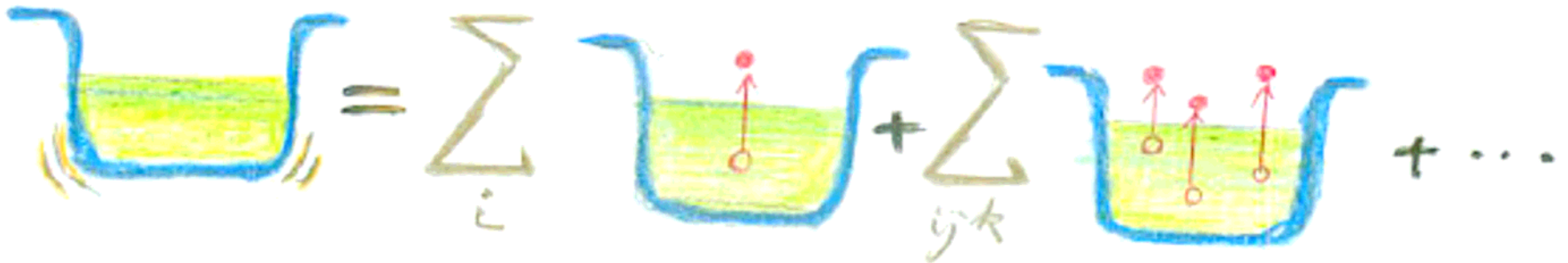
## 真空とその励起(集団モード)

振動とは-----平均場の規則的な時間変化(周期運動)

時間変化する平均場の理論

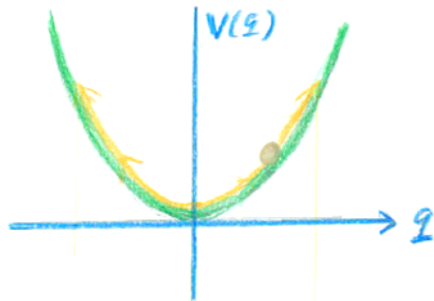


振動モードの微視的理論

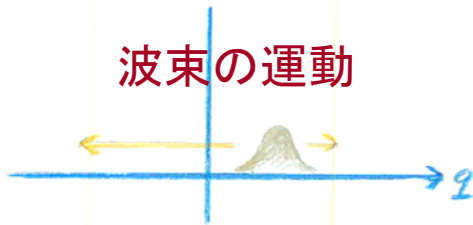




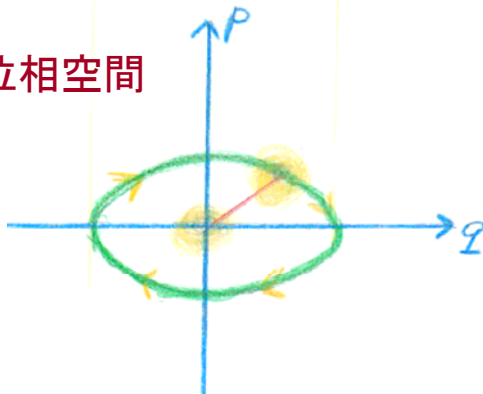
# 調和振動子



波束の運動



位相空間



振動運動の描像を得るためには  
コヒーレント状態を導入する必要がある

$$|z\rangle = e^{za^\dagger - z^*a} |0\rangle = e^{i(p\hat{Q} - q\hat{P})} |0\rangle$$

$$\hat{Q} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(a^\dagger + a), \quad \hat{P} = i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}(a^\dagger - a)$$

$$z(t) = z(0)e^{-i\omega t}$$

$$q = \langle z | \hat{Q} | z \rangle = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(z^* + z),$$

$$p = \langle z | \hat{P} | z \rangle = i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}(z^* - z)$$

## 平衡点まわりの小振幅振動 (粒子-空孔RPA)

The diagram illustrates the expansion of a potential well's vibration. On the left, a blue potential well is filled with yellow liquid and has two curved lines below it representing vibration. This is equated to a sum of terms:  $\sum_i$  followed by a well with one red dot and an upward arrow, plus  $\sum_{ijk}$  followed by a well with three red dots and upward arrows, plus an ellipsis.

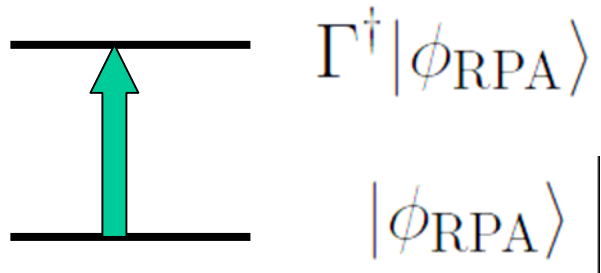
ポテンシャルの振動  $\sim$  粒子-空孔励起のコヒーレントな重ねあわせ

## 準粒子RPAによる対振動の記述

The diagram illustrates the expansion of a gap vibration. On the left, a green potential well has a red line along its edge representing vibration. This is equated to a sum of terms:  $\sum_i$  followed by a well with one red dot and a rightward arrow, plus  $\sum_{ijk}$  followed by a well with three red dots and rightward arrows, plus an ellipsis.

対ギャップの振動  $\sim$  2準粒子のコヒーレントな重ね合わせ

## 対振動 (Pairing Vibration)



$$\Gamma^\dagger = \sum_i (f_i a_i^\dagger a_{\bar{i}}^\dagger - g_i a_{\bar{i}} a_i)$$

### 準粒子RPA方程式

$$\delta \langle \phi_{\text{BCS}} | [H, \Gamma^\dagger] - \hbar\omega \Gamma^\dagger | \phi_{\text{BCS}} \rangle = 0$$

### 時間依存変分原理

$$\delta \langle \phi(t) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H | \phi(t) \rangle = 0$$

$$\begin{aligned} |\phi(t)\rangle &= e^{i\hat{G}(t)} |\phi(t=0)\rangle = e^{i\hat{G}(t)} |\phi_{\text{BCS}}\rangle \\ &\approx (1 + i\hat{G}(t)) |\phi_{\text{BCS}}\rangle \end{aligned}$$

### 小振幅近似

$$\delta \langle \phi_{\text{BCS}} | [H, i\hat{G}] + \hbar \frac{\partial \hat{G}}{\partial t} | \phi_{\text{BCS}} \rangle = 0$$

$$\hat{G}(t) = i\eta^* e^{i\omega t} \Gamma^\dagger - i\eta e^{-i\omega t} \Gamma$$

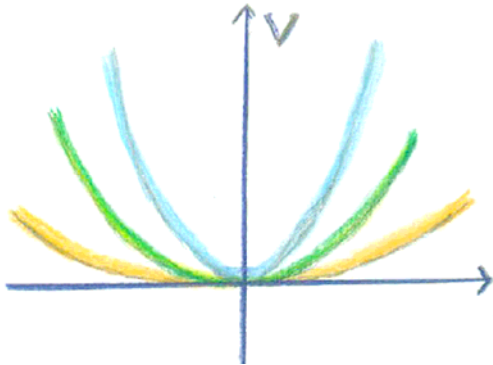
### 調和振動

# RPAによるゼロ・モード(回転モード)の記述

$$[\hat{H}, \Gamma^\dagger] = \hbar\omega\Gamma^\dagger, \quad [\hat{H}, \hat{Q}] = -i\hat{P}/M,$$

$$[\hat{H}, \Gamma] = -\hbar\omega\Gamma, \quad [\hat{H}, \hat{P}] = iC\hat{Q},$$

$$\omega = \sqrt{C/M}.$$



バネ定数 = ゼロ    しかし    質量は    ゼロでない

$$[\hat{H}, \hat{\Lambda}] = -i\hat{N}/M,$$

$$[\hat{H}, \hat{\Theta}] = -i\hat{J}_x/\mathcal{J},$$

$$[\hat{H}, \hat{N}] = 0.$$

$$[\hat{H}, \hat{J}_x] = 0.$$

生成・消滅演算子による記述は破綻するが  
集団座標と集団運動量を用いれば問題なく記述できる

## RPAは平均場が破った対称性を回復する

$$\hat{H} = \sum_{n=0} \hbar\omega_n (\Gamma_n^\dagger \Gamma_n + \frac{1}{2}),$$

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \sum_{n=0} \left( \frac{\hat{P}_n^2}{2M_n} + \frac{1}{2} M_n \omega_n^2 \hat{Q}_n^2 \right) \\ &= \frac{\hat{P}_0^2}{2M_0} + \sum_{n \neq 0} \left( \frac{\hat{P}_n^2}{2M_n} + \frac{1}{2} M_n \omega_n^2 \hat{Q}_n^2 \right) \end{aligned}$$

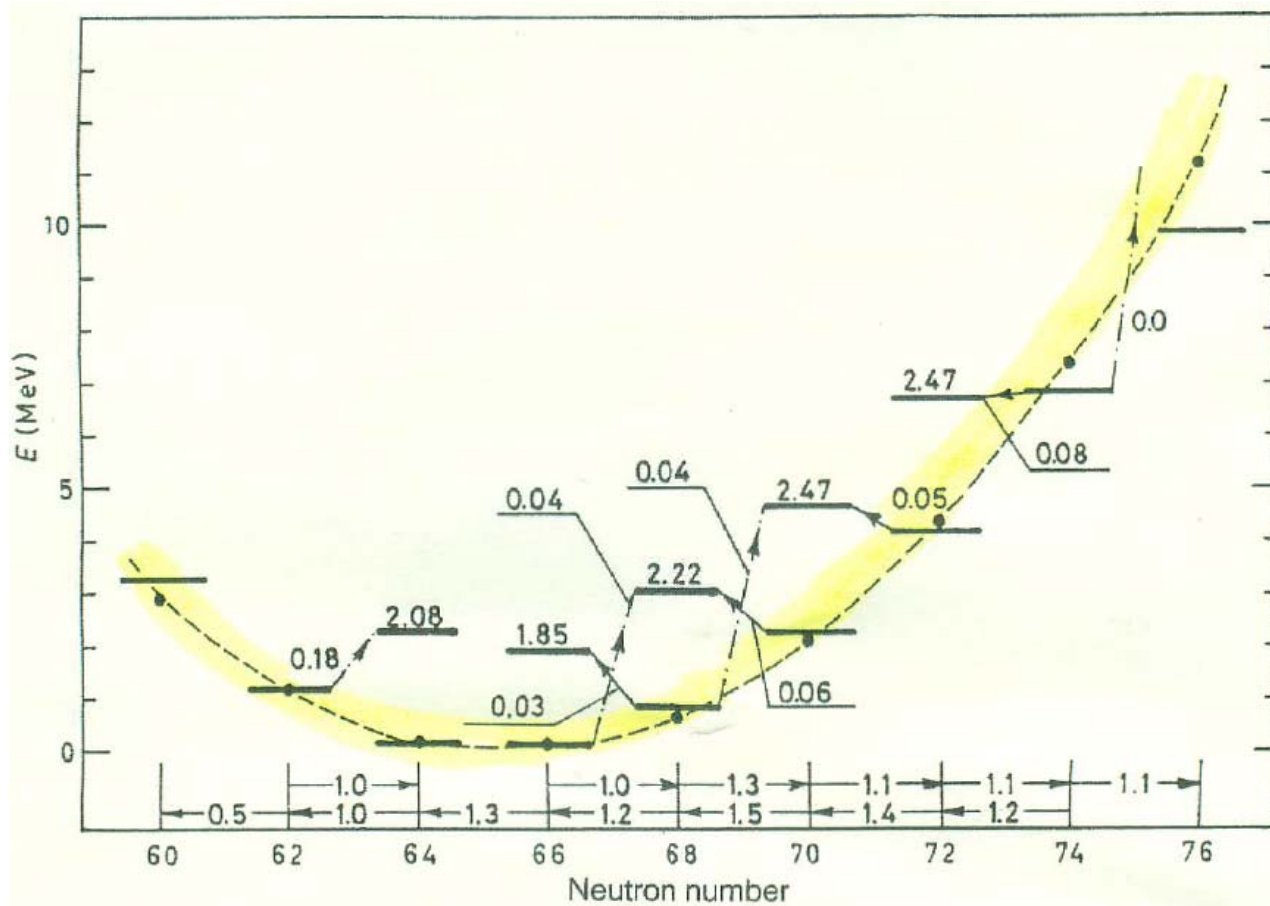
*if  $\hbar\omega_n = 0$  for  $n = 0$*

$$[ \hat{H}, \hat{P}_0 ] = 0$$

# 対回転 (Pairing Rotation)


対回転エネルギー

$$= \frac{1}{2\mathcal{J}}(\hat{N} - N_0)^2$$



**J=0 states in Sn isotopes excited in (t,p) and (p,t)**

## まとめ

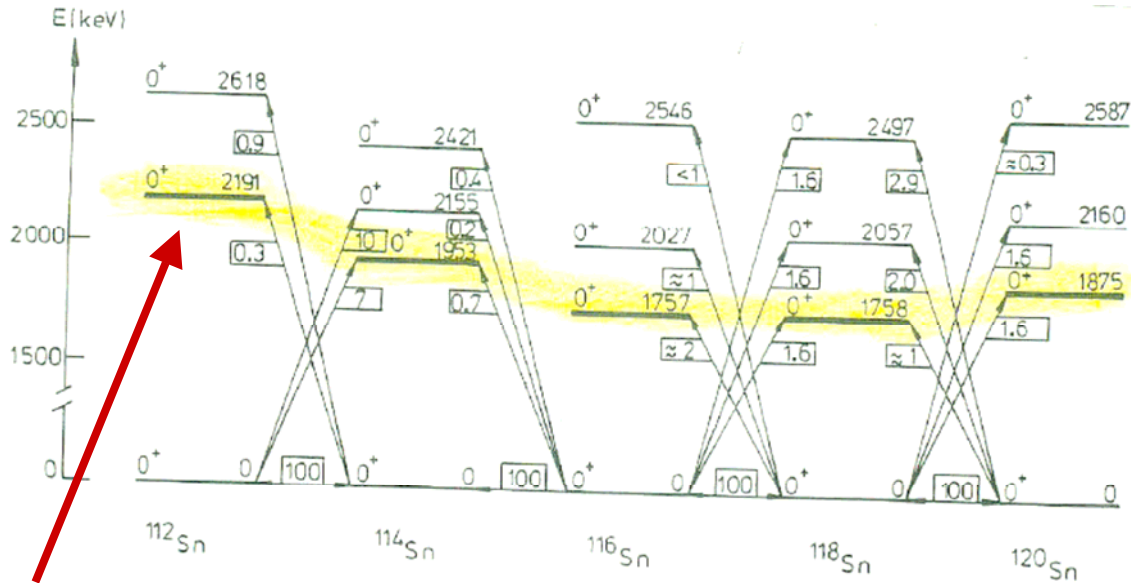
- ・対称性の破れ  構造の形成 (emergence)
- ・有限量子系の存在は対称性の破れによる
- ・平均場の存在は集団現象である
- ・平均場(真空)がどの対称性を破り、どの対称性を保存しているか  
によって異なった1粒子励起、振動励起、回転励起モードが現れる
- ・対相関の場合  
Bogoluibov準粒子、対振動、対回転
- ・対称性の自発的破れがなければ、このような物理的描像は得られない

## コメント

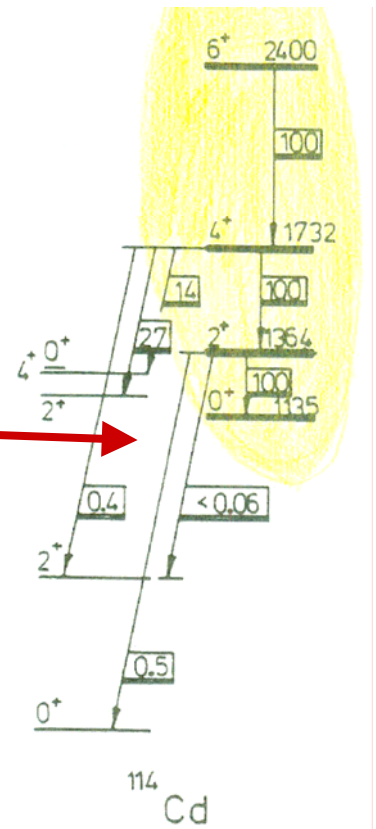
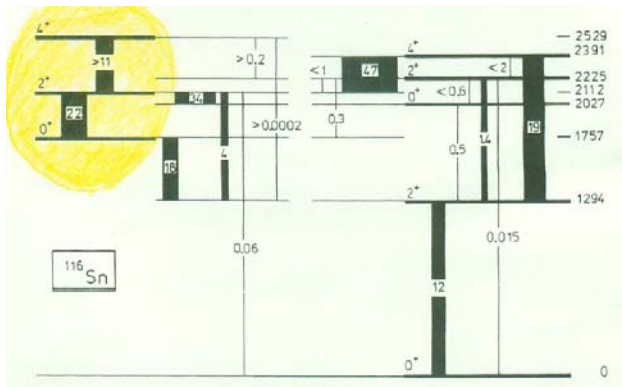
- ・1つの原子核だけを見ていたのでは、対回転モードは見えない  
アイソトープを統一的に眺めると、対回転モードが見えてくる
- ・ $0^+$ 状態だけを見ていたのでは、その状態が変形しているかどうか分からない  
回転スペクトルを見てはじめて、intrinsicな構造がわかる
- ・これらの物理的概念の有効性は実験で検証されている



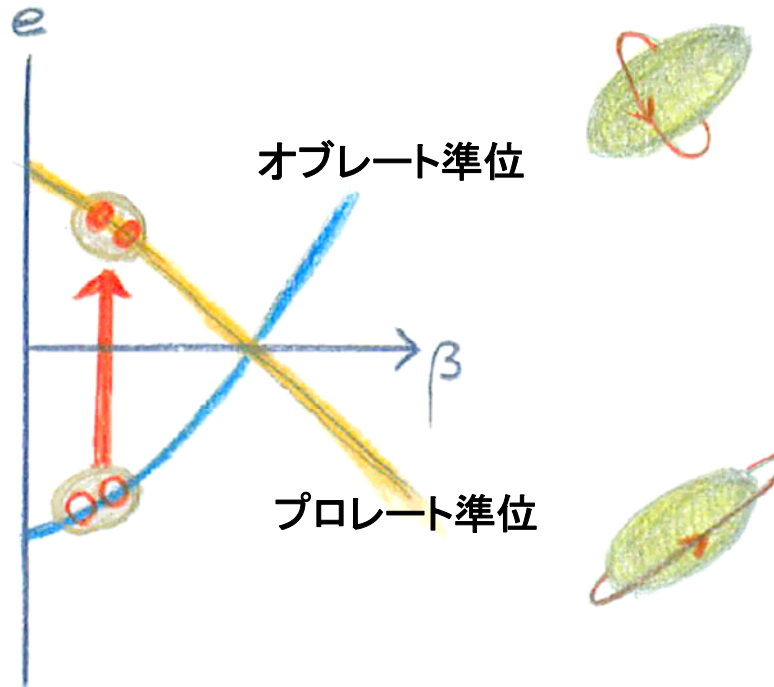
# 励起0+状態の微視的構造は？



実は、閉殻は容易に2p2h励起して変形する



# 閉殻が2p2h励起すると ..... 変形する



常識に反するようだが....

ひとたび、閉殻が励起すると  
対相関と四重極相関は  
コヒーレントに作用する

$$|0_{\text{ground}}^+\rangle = \alpha|i\bar{i}\rangle + \beta|j\bar{j}\rangle,$$

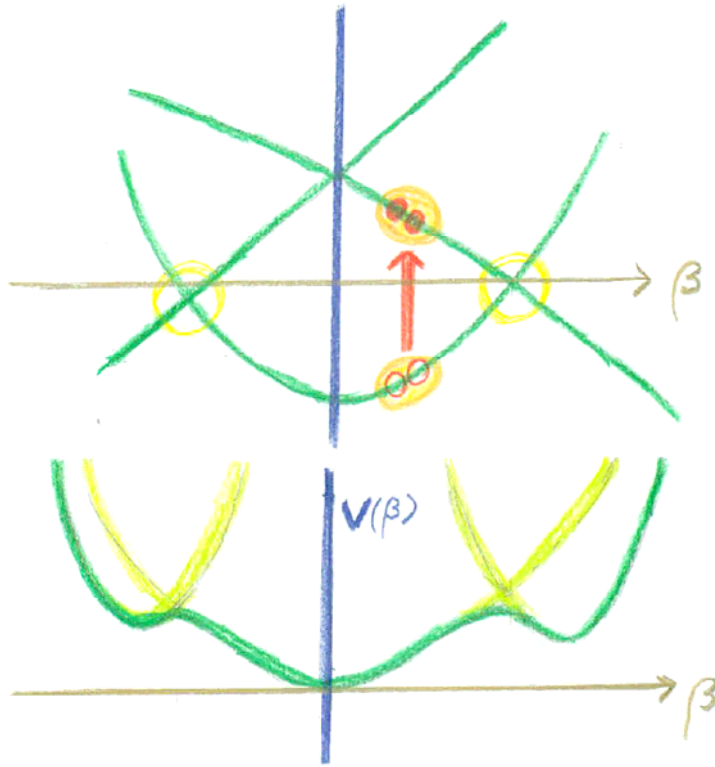
$$|0_{\text{excited}}^+\rangle = -\beta|i\bar{i}\rangle + \alpha|j\bar{j}\rangle.$$

(  $K=0$  をもつ二つのintrinsic states )

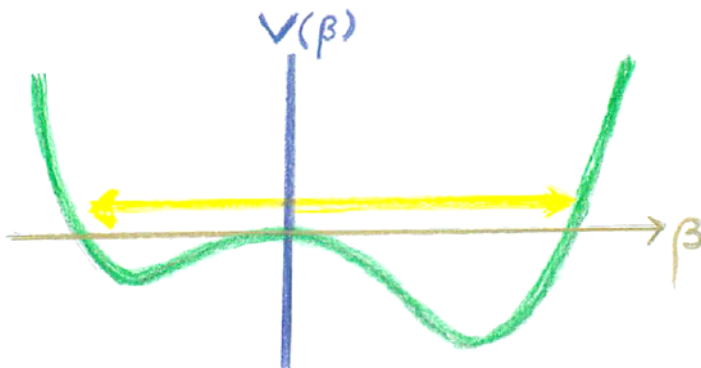
$$\langle 0_{\text{excited}}^+ | \sum_i (r^2 Y_{20})_i | 0_{\text{ground}}^+ \rangle = 2\alpha\beta (\langle j | r^2 Y_{20} | j \rangle - \langle i | r^2 Y_{20} | i \rangle)$$

ペアーの空間構造の違い  $\longrightarrow$  四重極対相関も重要

1粒子エネルギー



集団ポテンシャル



# 準位交差問題

集団運動の透熱性と断熱性

( Diabaticity vs. Adiabaticity )

集団運動の質量とは何か

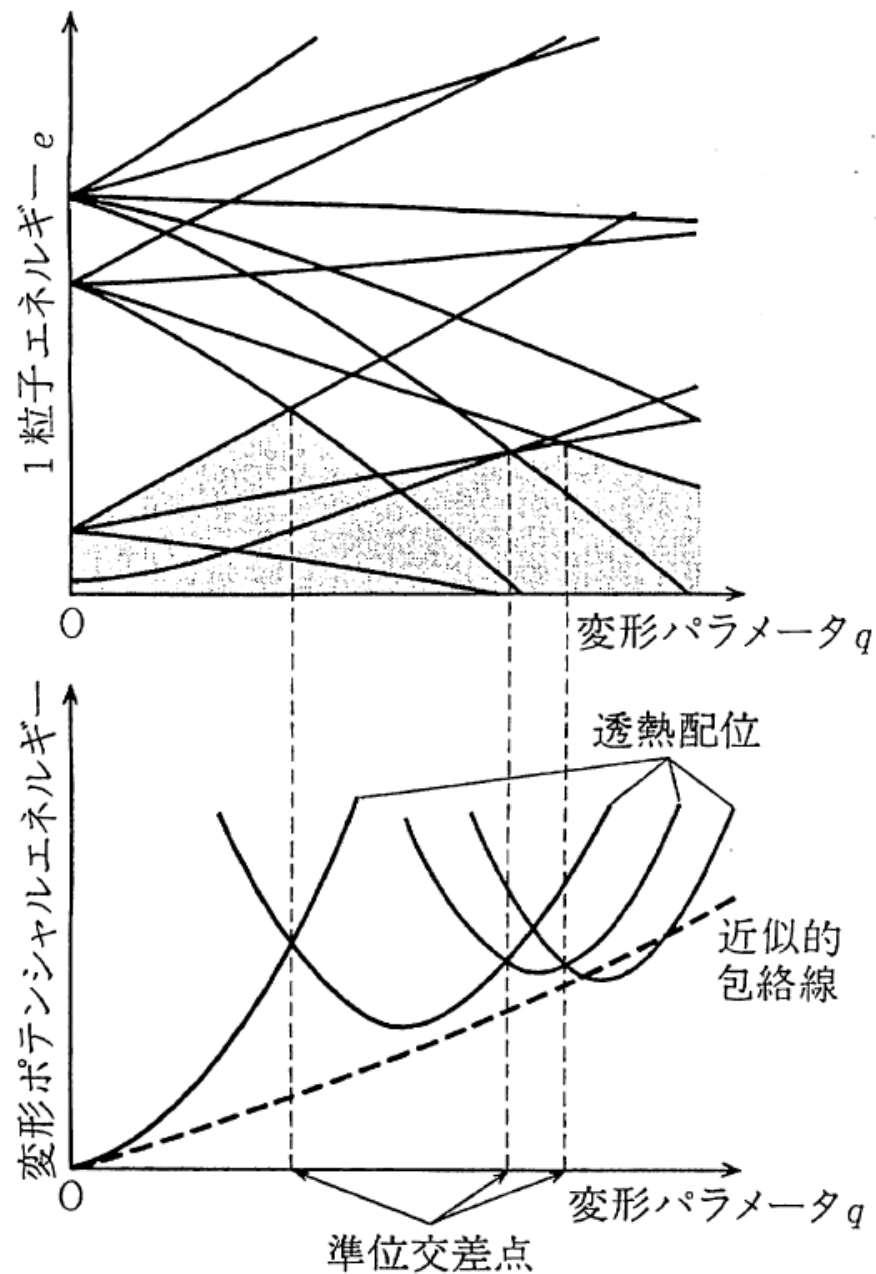
四重極変形と対相関の絡み合い

量子揺らぎ

転移領域の難しさ

# 大振幅集団運動

## 透熱配位と断熱配位



## 剛性(rigidity)とは

一見矛盾するようだが、  
独立粒子運動(平均場)がこの性質をもたらす

## 弾性(elasticity)とは

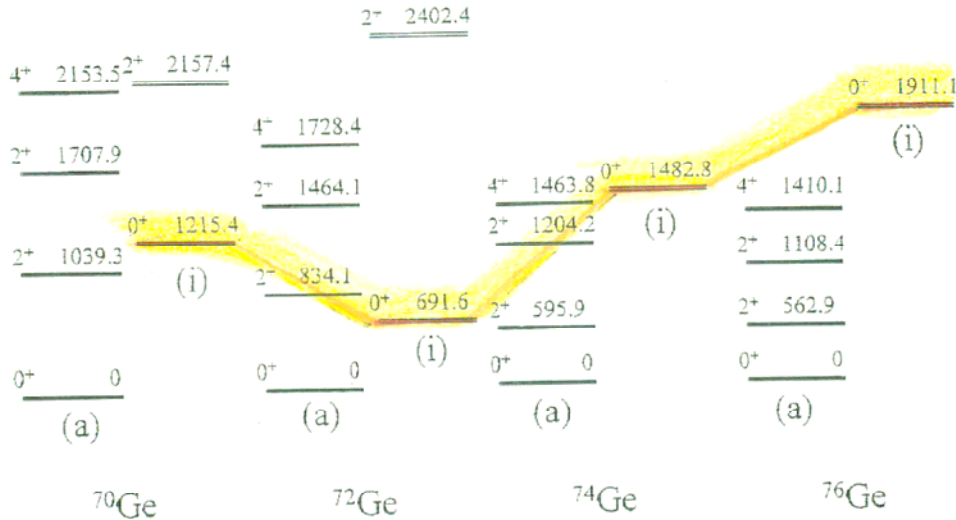
短い時間スケールでの応答 (巨大共鳴)  
配位をたもったまま1粒子波動関数に変形する

## 塑性(plasticity)とは

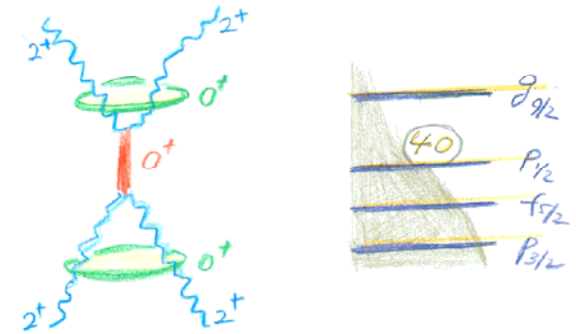
長い時間スケールでの応答(大振幅集団運動)  
配位が不可逆的に変化する

# Mysterious $0^+$ states

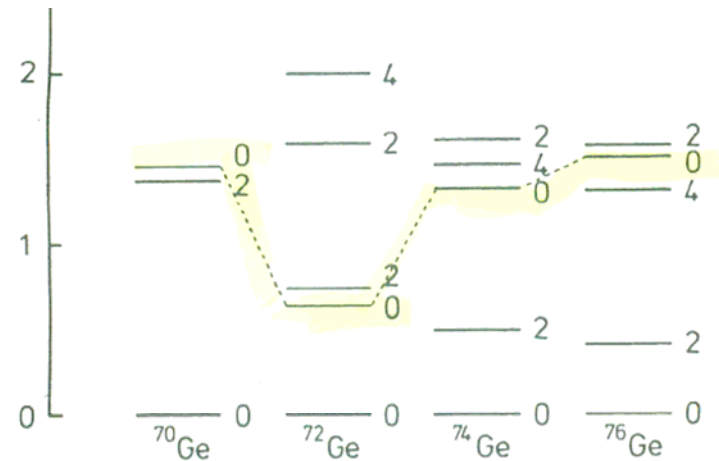
古くて新しい問題



四重極振動と対振動は強く結合する

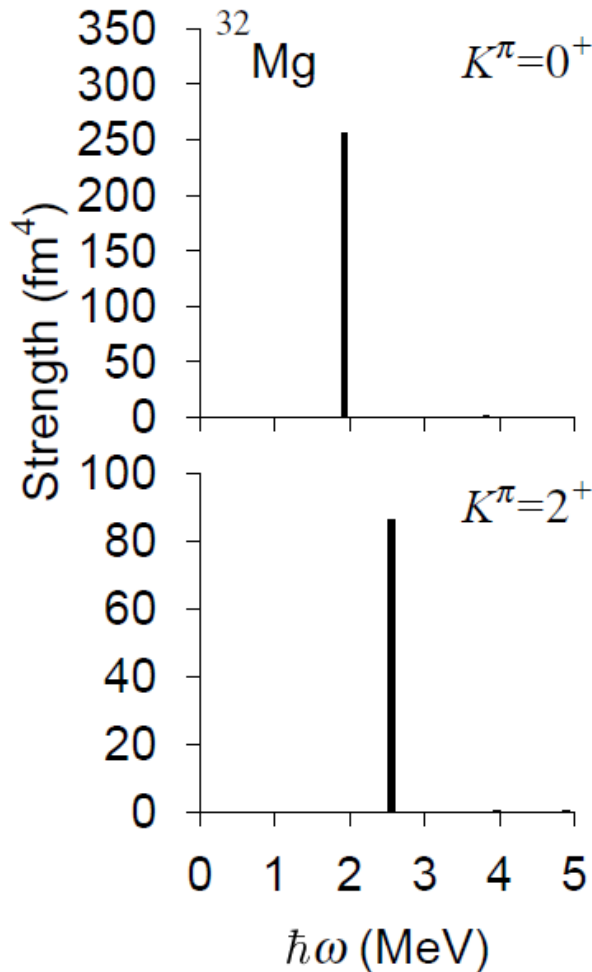


M. Sugawara et al., Eur. Phys. J. A 16 (2003) 409



K. Takada and S. Tazaki, Nucl. Phys. A 448 (1986) 56

# 不思議な $0^+$ 状態の話は続く.....



不安定核における  
集団励起モードの研究にむけて

対相関、変形、連続状態への励起の  
3要素を取り入れた準粒子RPA計算

K. Yoshida et al., to be presented  
at the coming RIKEN symposium

# 「現代の核構造論」ミニマム

## Chapter 1 現代的な核構造論への招待

- 1a 間違いだらけの原子核像
- 1b 核構造論の歴史

## Chapter 2 平均場近似とは何か

- 2a 真空とその励起モード
- 2b 対称性の自発的破れとその回復

## Chapter 3 高速回転する原子核

- 3a 超低温核物理学  
高スピフロンティアー
- 3b 回転座標系での準粒子シェルモデル
- 3c 減衰する回転運動

## Chapter 4 超変形状態の発見

- 4a 変形シェル構造とは何か
- 4b 生成、構造、崩壊
- 4c Wobbling と Precession

## Chapter 5 大振幅集団運動論

- 5a オブレート・プロレート変形共存現象
- 5b パリティ二重項とカイラル二重項

## Chapter 6 不安定核の集団励起モード

- 6a 新しい理論的課題
- 6b 期待される新しい集団現象



# この50年間は核構造論にとってどういう時代であったか

あえて一言で言えば

## 微視的モデルが進展した時代

安定核どうしの衝突によって、  
高い励起状態、高スピン状態など  
極限状況の原子核をつくりだし、  
量子多体論にもとづく核構造論がおおいに進展し、  
原子核という不思議な物質に対する描像が  
革新した時代



そして今、不安定核ビームをもちいた  
新しい時代が始まろうとしている  
この状況は、構造論と反応論を  
統一する新しい課題を提起している

## 質問集 (その1)

---

**問1** この50年間の核構造理論において最も基本的で重要な進展とあなたが考えるものを3つ挙げてください。

**問2** 球形核の第1励起 $2^+$ 状態に対して液滴モデルの描像を適用することは 妥当(妥当でない)ですか。その理由は何ですか。

**問3** アイソスカラー四重極巨大共鳴状態に対して液滴モデルの描像を適用することは妥当(妥当でない)ですか。その理由は何ですか。

**問4** 基底状態回転バンドの慣性モーメントは剛体値の $1/2$ - $1/3$ ですが、その主な理由は何ですか。

---

- 
- 問5** Bohr-Mottelsonのノーベル賞に至った**最も重要なアイデア**は何だと思えますか。
- 問6** あなたは液滴モデルとシェルモデルの**統一モデル**が既に出来ていると考えますか。
- 問7** 「核構造は殻模型によって**原理的には**記述できる」という見方がありますが、これに対して、あなたはどのように考えますか。
- 問8** 変形した原子核はなぜ存在するのですか。**何が「変形」しているのですか。**
- 問9** なぜプロレート変形した原子核の方がオブレート変形した原子核より 沢山存在するのですか。
- 問10** 核構造にBCS理論が適用されていますが、無限系での超流動と**核構造での超流動**とは どこが共通で、どこが違っていませんか。
- 問11** 核構造論に**相転移**の概念を適用することは妥当(妥当でない)ですか。その理由は何ですか。妥当と考える場合、無限系での相転移と何が共通で何が違いますか。
- 問12** 高速回転によるsuperfluid phase からnormal phaseへの**相転移**は観測されていますか。 Yesと応えられた場合、その実験的証拠は何ですか。
-

次回

原子核は  
もっと速く  
回転する



次回

原子核は  
もっと速く  
回転する

