

原子核の変形、対称性の破れ、殻構造

中務 孝

独立行政法人理化学研究所・仁科加速器研究センター

概要

原子核における変形と自発的対称性の破れの関係、そのメカニズム、統一模型のアイデアを理論の詳細には立ち入らずに解説します。また、殻構造の解析から、どのような形に変形するかが分かること、超変形状態で期待される新しいタイプの形状相転移を紹介します。

1 はじめに

南部陽一郎氏は、素粒子理論に限らず、原子核理論・物性理論を含む多体系の量子論に関係する広い分野で重要な仕事を残されています。今回のノーベル賞受賞は、その中でも特に、超伝導現象の本質に「対称性の自発的破れ」(SSB)があることを認識し、これを素粒子・ハドロンの理論に一般化したことが理由として挙げられています。南部氏の仕事に直接関係するハドロンの話や相互作用するボソン模型の話などについては他の方の解説にお任せして、私は、原子核の形の決定においてSSBが果たす役割、特に変形のメカニズムについて述べさせていただきます。

原子核の変形の話をする、学生から時おり次のような質問を受けることがあります。「2原子分子がダンベル型、3原子分子が三角形になるように、分子が様々な形を取ることは当然で、同じ様に原子核も変形しているのではないか？」釈迦に説法になるかもしれませんが、答えは「ノー」です。まず、原子核の変形とは、“古典的”な原子配置による分子の形や結晶構造とは異なっていることを強調したいと思います。これは、原子の運動が古典的であり、核子の運動が量子的であることを意味します。今、質量 m の粒子を長さ c 程度の領域に束縛することを考えましょう。零点運動による運動エネルギーは、およそ \hbar^2/mc^2 で与えられるので、粒子間に働くポテンシャルの強さ V_0 との比が系の「量子性」を表わします。文献 [1] の図 2-36 をご覧下さい。2原子分子である水素分子 (H_2) の場合と2核子系である重陽子の比較があります。水素分子の場合は、この量子性を表わすパラメータ $\hbar^2/(mc^2V_0)$ が 10^{-2} のオーダーであるのに対して、重陽子では1のオーダーです。水素は最も軽く、 H_2 分子は量子効果が重要な分子だと言われますが、原子核ではその100倍、量子効果が本質的なのです。したがって、原子核は基底状態においても結晶化しません。物性系の例外として、絶体零度でも結晶化しない液体ヘリウムと比較しても、この量子性パラメータは原子核の方がまだ数倍程度大きいのです。つまり、原子核の変形とは、分子の変形とは全く異なり、液体ヘリウムの液滴が絶体零度で変形するかどうかという問題に近いのです。この強い量子性を認識しておくことは、原子核を理解する上で欠かせない要素です。

2 核変形の起源

2.1 統一模型と自発的対称性の破れ

「ハミルトニアンが回転不変であるにも関わらず原子核が変形する」という事実が SSB であるという認識は、南部・Goldstone (1960) 以前からありました。有限系である原子核の場合、破れた対称性は原子核全体の回転によって回復され¹、核の形状に特徴的な回転励起のスペクトルが現われます。対称性を破り変形を引き起こすメカニズムや対称性の回復といった概念は、Bohr-Mottelson の統一模型 (あるいは集団模型) の中で (おそらく初めて) 明確に意識されました。このことを端的に表わす図が、図 1 です。これは、1956 年にコペンハーゲンのグループがまとめたクーロン励起による核構造研究のレビュー [2] に掲載された図で、原子核の粒子数を変化させることで SSB が誘起されることを示しています。現代では誰でも知っているごく当たりまえの図ですが、当時としては核変形の背後に SSB があるというアイデアは革新的だったと思います (“SSB” という言葉は後の発明ですが)。粒子数の変化による形状相転移は、振動から回転スペクトルへの変化として、実際の原子核で見事に観測されています。例えば文献 [3] の図 6-31 や [4] の図 3-4 を参照下さい。

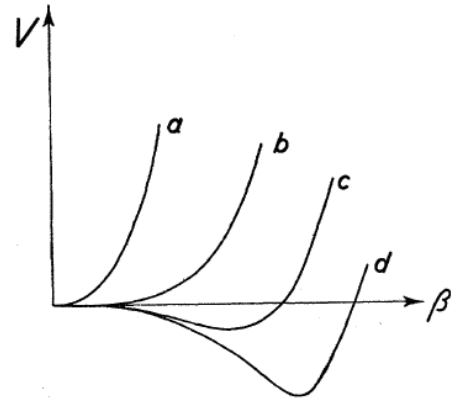


図 1: 原子核のポテンシャルエネルギーを変形パラメータ β の関数として図示したもの。閉殻配位に加えるパレンス核子の数を増やすに従ってポテンシャルは a から d に変化する。文献 [2] の Fig. V.1 より転載。

原子核の形状が球形からずれるということは、Bohr-Mottelson が活躍した時代よりもはるかに昔、Aage Bohr の父親である Niels Bohr の時代から議論されていました。Niels Bohr は、液滴模型に基づき、原子核の形状が球形の周りで振動するという議論を展開し、1937 年には、原子核の回転励起についても言及しています [5]。Bohr のこのアイデアは、すぐに Wheeler によって、原子核をアルファ粒子の集まりとする分子模型的記述で議論されました [6]。現在でも原子核のクラスター構造や反応の微視的な記述に有効な共鳴群法 (Resonating Group Method) は、このとき提唱されています。まだ原子核の基本的描像が確立していない時代で、現在から見るとやや行き過ぎた議論もありますが、Wheeler はこの論文で Bohr の液滴模型との関係や平均場的記述との関係にまで言及しています。1937 年は、分子における SSB を論じた Jahn-Teller の有名な論文 [7] が出版された年でもあり、翌年には、Teller と Wheeler が共著で原子核の回転運動を論じた論文 [8] もありますが、この段階では、原子核における変形と SSB との関係は意識されていなかったと思われます。しかし、形の自由度の重要性は、間もなく Hahn-Meitner-Strassmann による大発見、核分裂の発見により決定的となります [9, 10]。それま

¹分子の Jahn-Teller 効果では、破れる対称性は discrete な点群の対称性であるため南部・Goldstone モードは現われませんが、原子核の場合は連続な回転対称性の破れであり、回転運動が出現します。

で液滴描像とはやや異なる視点からの研究が多かった Wheeler も、このときはすぐに、Bohr と共同で核分裂の古典的 (液滴) ダイナミクスを分析し、歴史的な論文 [11] を残しました。以来、核分裂の量子ダイナミクスの解明は、我々原子核理論研究者が目指す高い頂として、今なお最もチャレンジングな課題の 1 つです。

このように、原子核に球形からずれた形が現われる可能性は古くから予想されていました。Mayer-Jensen によって 3 次元等方調和振動子ポテンシャルに基づく殻模型 (シェルモデル) が提唱され [12]、核子の一粒子運動 (独立粒子運動) という側面から様々な原子核の性質が解明されていくと、ポテンシャルを変形させた変形殻模型で謎を解決しようとする考えも当然生まれます [15]。しかし、原子核が変形するメカニズムを理解するためには、核子を閉じ込めているポテンシャル自体が逆に核子の運動そのものから作られていること (平均場) を考慮する必要があります。これは言い換えると、核子の一粒子運動と平均場との間の結合効果であり、統一模型 [13, 14] の背後にある SSB のアイデアに直結します。しばしば誤解されているようですが、私の理解では、統一模型は液滴模型と殻模型とを組み合わせただけのハイブリッド模型ではありません。A. Bohr の論文 [13] のタイトル、「The coupling of nuclear surface oscillations to the motion of individual nucleons」に如実に現われているように、形状振動 (ボソン) の自由度と一粒子運動 (フェルミオン) の自由度の結合項にこそ、その本質があります²。

では、変形を表わす集団的自由度と一粒子運動との結合がなぜ原子核を変形させるのでしょうか。これはまさに対称性の自発的破れに起因しています。はじめに、量子系の変形と古典系の変形とが異なることを強調しましたが、原子核の球形から変形への転移は、分子でいえば、対称性の高い変形から対称性が低い変形への転位を引き起こす Jahn-Teller 効果に類似した現象と言えます。次に単純化した模型で、問題を具体的に考察してみましょう。

2.2 断熱近似と Jahn-Teller 効果

まず、重い原子核の基底状態近傍では、次の時間スケールの分離が近似的に成立し、形状振動の自由度 β は「遅い」自由度、一粒子運動 x_i ($i = 1, \dots, A$) は「早い」自由度とみなせます³。

$$\tau_x \ll \tau_\beta. \quad (1)$$

τ_x は平均ポテンシャル内での核子の典型的な周期、 τ_β は形状振動の周期で、断熱近似で取り扱うことにします。系のハミルトニアンは、

$$H(x, \beta) = T_\beta + V(\beta) + h(x) + H_{\text{coupl}}(x, \beta), \quad (2)$$

で与えられ、まず、 β を固定した Born-Oppenheimer 近似の下での x に関するシュレディンガー方程式、 $\{h(x) + H_{\text{coupl}}(x, \beta)\}|n(\beta)\rangle = \epsilon_n(\beta)|n(\beta)\rangle$ を解きます。 $h(x)$ としては球対称の殻模型ポテンシ

²同時期に、Hill-Wheeler もまた、核分裂における形の集団自由度と一粒子運動との結合の重要性を強調しています [16]。

³ここでは、自由度のオーバーカウントには目をつぶります。後で述べますが、統一模型の自己無撞着な取扱では、この問題は自動的に解決されます。

ルのハミルトニアンを考え、この解で、価 (valence) 核子の独立粒子運動状態が決まります。系全体の状態を $\Psi(x, \beta) = \sum_n |n(\beta)\rangle \otimes \psi_n(\beta)$ と書き、集団自由度の運動エネルギー項からくる非対角要素を $t_{nm}(\beta) = \langle n(\beta)|T_\beta|m(\beta)\rangle$ ($m \neq n$) とすれば、チャンネル結合方程式⁴

$$\{T_\beta + V(\beta) + \epsilon_n(\beta)\} \psi_n(\beta) + \sum_{m \neq n} t_{nm}(\beta) \psi_m(\beta) = E \psi_n(\beta), \quad (3)$$

が形状振動 (集団自由度) を決定する方程式となります。異なる一粒子状態 $|n(\beta)\rangle$ 毎に異なるポテンシャル・エネルギー曲線 $V(\beta) + \epsilon_n(\beta)$ が対応し、チャンネル間の結合が $t_{nm}(\beta)$ で与えられます。この段階では、 $V(\beta) + \epsilon_n(\beta)$ は球形 ($\beta = 0$) で最小の値をとるとしましょう。もし、一粒子状態 (早い自由度) の固有エネルギーのうち基底状態が他から分離され、 $\epsilon_n - \epsilon_0 \gg t_{n0}$ であれば、(3) 式において t_{nm} が無視できて、有効ポテンシャルは $\beta = 0$ が最小 (図 1 の曲線 a に対応)、基底状態において原子核は丸いということになります。しかし、 ϵ_0 が他の ϵ_n と $\beta = 0$ で近似的に縮退する場合は t_{n0} が無視できません。

ここで、問題を具体的にするため、 $n = 0, 1$ の 2 準位のみ ($\epsilon_0(\beta) \approx 0$, $\epsilon_1(\beta) \approx e\beta$)、 $\beta \geq 0$ のみを考え、 $\beta = 0$ の球形の周りで展開し、定数項を除く最低次の項のみが有効であるとします。

$$V(\beta) \approx \frac{1}{2}C\beta^2, \quad t_{01}(\beta) \approx q\beta, \quad t_{10}(\beta) \approx q^*\beta. \quad (4)$$

上の仮定から、 $C > 0$ 、 $e > 0$ 。(3) 式で T_β を無視した有効ポテンシャルは、 2×2 行列の対角化により簡単に求められ、 $\beta = e(\sqrt{1 + 4|q|^2/e^2} - 1)/(2C) > 0$ において最小となることが分かります。つまり、図 1 の c または d の状態が実現したことになります。

ここでの考察は、断熱近似を用いた簡単なものですが、原子核が回転対称性を破る SSB のメカニズムを端的に表現しています。まず、振動と核子の自由度の間の結合項 $H_{\text{coupl}}(x, \beta)$ が無ければ、有効ポテンシャル $V(\beta) + \epsilon_n$ は常に球形 ($\beta = 0$) で最小となるため、原子核は変形しません。これが、先に、統一模型の本質がこの結合項にあると述べた所以です。次に、核子の一粒子運動 $\epsilon_n(\beta)$ が球形で近似的に縮退する状況が必要です。これは、閉殻 (closed shell) に核子 (空孔) を加えた開殻 (open shell) の原子核が自発的に変形することを示唆します。よく、変形に対してエネルギーを下げ一粒子 (Nilsson) 軌道に核子が入るために変形すると言われることがありますが、これは変形の大きさには重要ですが、そもそもの変形の起原という意味では、「一粒子準位の近似的縮退と結合項」がより本質的です。上の簡単な 2 準位模型においても、 $V(\beta) + \epsilon_n(\beta)$ ($n = 0, 1$) は $\beta = 0$ で最小だったことを思い出して下さい。

2.3 振動する平均 1 体場ポテンシャル

次にこの結合項 H_{coupl} の起原を考えてみましょう。原子核の形状が振動すれば、この振動は核子運動に比べて非常に遅い ((1) 式) ので、1 体場ポテンシャルも振動し、振動する平均 1 体場ポテン

⁴対角要素 $t_{nn}(\beta)$ は $\epsilon_n(\beta)$ に繰り込み、集団変数 β は 1 自由度としました。集団変数が複数存在する場合には、対角要素だけでも、準位交差に伴うベリー位相に関わる問題などがありますが、本筋からはずれるのでここでは触れません。

シャル中での独立粒子運動という描像が成り立つだろうと予想できます。Bohr-Mottelson は、これが H_{coupl} の起原であると考えました。つまり、変形 β をもつ 1 体ポテンシャルを $U(x, \beta)$ として、 $H_{\text{coupl}}(x, \beta) = U(x, \beta) - U(x, 0)$ 。 β が小さいときには、 κ を結合定数とした

$$H_{\text{coupl}}(x, \beta) = -\kappa\beta F(x), \quad (5)$$

のような粒子・振動結合項で議論することが可能です。 $F(x) = \sum_i f(x_i)$ は集団自由度 β と結合する一
体演算子で、1 粒子運動の基底状態 $|0\rangle$ (Slater 行列式) に作用させると多数の 1 粒子 1 空孔状態の重ね
合わせ、 $F|0\rangle = \sum_{\text{ph}} |\text{ph}\rangle \langle \text{ph}|F|0\rangle$ を作りだします。1 体演算子 F で励起させられる粒子が多数あれ
ば、 $|\langle \text{ph}|F|0\rangle| \ll 1$ となり、排他原理の効果が弱められボソンの励起モードとなるでしょう。これが
 β で記述する振動励起を核子 (フェルミオン) 自由度で記述した“内部構造”と考えるわけです⁵。 $F(x)$
と β が基底状態と振動状態の間で同じ行列要素を持つように規格化すると、

$$H_{\text{coupl}} \approx -\frac{1}{2}\kappa(F(x))^2 \approx -\frac{1}{2}\kappa\beta^2, \quad (6)$$

と書くことができます。ここから、ポテンシャルの曲率が $C - \kappa$ に変化し、結合が強くなると ($C < \kappa$)、
球形の状態が不安定になり、SSB に導くことが理解できます。ここまで来ると、集団的ボソン自由度
を導入しなくても、 $H \equiv h(x) - (\kappa/2)(F(x))^2$ という 1 体ハミルトニアン+分離型 2 体相互作用だけ
で上と同じ議論ができることが分かります⁶。

現実の原子核の問題では、様々な形の可能性があるため β は多次元であり、上の議論はもう少し複
雑になります。原子核で確立した変形としては、軸対称な四重極型 (Y_{20}) の変形が最も有名ですが、ア
クチナイド領域等においては、反転対称性も同時に破る八重極型 (Y_{30}) の変形も知られています (3 節
参照)。しかし、重い原子核においては、これらの空間的変形自由度とは別のゲージ空間における“変
形” α を考慮することが重要です。この“変形” α は空間変形の β と強く競合するため、同時に考慮す
る必要があるのです。ここでも (6) 式と同様に、 P^\dagger を 2 核子対生成演算子として、

$$H_{\text{pair}} = -G(\alpha P^\dagger + \text{h.c.}) \approx -GP^\dagger P \approx -G|\alpha|^2, \quad (7)$$

という相互作用を導入し、対振動状態や“変形”(超流動) 状態を議論することができます⁷。 α と β の
競合が原子核の低エネルギー励起を規定する重要な要素であるというアイデアから、有名な Pairing-
plus-quadrupole と呼ばれるハミルトニアンが考え出されました。このハミルトニアンから得られる
原子核に対する知見は広範な領域をカバーしますが、それをここで解説することは当初の目的から
はずれるのでやめることにします。核構造の教科書やレビュー (例えば文献 [3, 17] とその参考文献) 等
を参照下さい。

⁵ β を時間に依存する外場と見なして線形応答理論を組み立てることもでき、その結果得られる規準モードは、 F とは少
し異なり、(6) 式の残留相互作用を用いた乱雑位相近似 (RPA) のそれと同値です。このように β は微視的には核子の自由
度で記述できてしましますが、粒子・振動結合 (5) の組織的取扱 (Nuclear Field Theory) によって、オーバーカウントな
どの問題を矛盾なく定式化できることが示されています [3]。

⁶ (6) 式を相互作用としてフォノン生成・消滅演算子 (Ω^\dagger, Ω) を構成できます。また、静的な変形状態はこのフォノンの
凝縮状態、 $|0'\rangle = \exp(c\Omega^\dagger)|0\rangle$ 、変形の大きさを示すオーダーパラメータは、 $\beta_0 = \langle 0'|F|0'\rangle$ とみなすことが可能です。

⁷ BCS 理論におけるエネルギーギャップは $\Delta = G\alpha$ となるので、 α の振動はギャップ Δ の振動と言っても同義です。ま
た、対振動フォノンの凝縮状態が有限のギャップをもつ BCS 状態と理解でき、 $\alpha = \Delta/G = \langle 0'|P|0'\rangle$ 。

3 殻構造 (shell structure)

2節の議論から、基底状態に近似的縮退がある場合に、系が不安定化することを述べました。縮退は対称性の破れに対して一種の“圧力”をもたらすのです。近似的縮退は基底状態近傍の準位密度で定量化でき、それはフェルミ面近傍の一粒子準位密度の“濃淡”に強く依存するので、この“濃淡さ”を定量化すれば、(重い)原子核の変形の度合いが調べられると考えられます。これを実現したのが、Strutinsky による殻補正 (shell correction) 法と呼ばれる方法です [18]。そのアイデアの中心は、全エネルギーを巨視的部分と微視的 (量子的) 部分に分けて計算することで ($E = E_{\text{macro}} + E_{\text{shell}}$)、前者を液滴模型で、後者を Woods-Saxon や Nilsson ポテンシャルなどの変形殻模型ポテンシャルで計算します。 E_{shell} はまた殻エネルギー (shell energy) とも呼ばれます。この見方において、核変形の起源とは、「閉殻に核子を多数加えることで球形での準位密度が上がり、殻エネルギー E_{shell} が増加して球形の形状が不安定化する」と言うことができます。この方法は、原子核の変形度の計算だけではなく、束縛エネルギーを高精度で計算する質量公式としても威力を発揮しています [19]。また、金属クラスターに応用され、Na クラスターの変形の研究に威力を発揮しました [20, 21]。

では、なぜ一粒子準位密度に濃淡が現われるのでしょうか。この研究から、殻構造と古典的閉軌道との密接な関係が解明されました [22, 23, 24]。ここでは、文献 [3] の議論を紹介します。まず、球形ポテンシャルにおける一粒子準位を考察しましょう。このとき一粒子準位は動径量子数と軌道角運動量によって決められるので、 $\epsilon(n, l)$ と書きます。 n や l にある変化をさせたときに $\epsilon(n, l)$ が近似的に不変であれば、準位密度が高くなり、殻構造が現われると考えられます。 n_0, l_0 の周りで $\epsilon(n, l)$ を展開すると、

$$\epsilon(n, l) = \epsilon(n_0, l_0) + (n - n_0) \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial n} \right)_0 + (l - l_0) \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial l} \right)_0 + \dots \quad (8)$$

n や l は整数値しか取れないことを考慮すると、 (a, b) を小さな整数として、 $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial n} \right)_0 : \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial l} \right)_0 = a : b$ となれば、 m を整数として、 $\epsilon(n_0 + mb, l_0 - ma)$ は $\epsilon(n_0, l_0)$ と近似的に縮退します⁸。ここで、殻振動数 ω_{sh} を

$$\hbar \omega_{\text{sh}} \equiv \frac{1}{a} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial n} \right)_0 = \frac{1}{b} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial l} \right)_0, \quad (9)$$

で定義すると、一粒子準位の近似的縮退は $\hbar \omega_{\text{sh}}$ 間隔で現われます。整数 a または b が大きくなると、エネルギー間隔 $\hbar \omega_{\text{sh}}$ は小さくなり、準位密度の濃淡がはっきりしなくなるため、小さな整数 (a, b) で縮退の条件が満たされることが、顕著な殻構造が現われる条件となります。

量子数 (n, l) は古典力学での作用 (action) に対応するので、微分 $\partial \epsilon / \partial n$ 、 $\partial \epsilon / \partial l$ は、対応する角度 (angle) の時間微分、角振動数と解釈できます。すなわち、上の条件を古典的に解釈すると、近似的準位縮退が発生するエネルギーにおいて動径振動数と角振動数が整数比になり、古典軌道が閉じるということです⁹。こうして、殻構造と古典周期軌道との関係が理解できます。

⁸実際、強い殻構造をもつ調和振動子ポテンシャルやクーロンポテンシャルの場合、この関係があらゆる (n, l) について成立することが容易に確かめられます。

⁹調和振動子ポテンシャルでは $a : b = 2 : 1$ 、クーロンポテンシャルでは $a : b = 1 : 1$ 。古典周期軌道はどちらも楕円ですが、後者では動径は焦点からの距離になるため、1周期に1回だけの振動となります。

球形のピリヤード問題では $a : b = 2 : 1$ の軌道が直線上の周期軌道になってしまう特殊性のため、 $a : b = 3 : 1$ の三角形の周期軌道からくる殻構造が最も重要になることが確かめられています [22]¹⁰。しかし、殻模型ポテンシャルが調和振動子ポテンシャルで近似的に与えられることを考えると、原子核では $a : b = 2 : 1$ の殻構造が強いことが予想できます。2 : 1 の殻構造から来る縮退では、 $\Delta l = 2$ の一粒子軌道が縮退するため、その重ね合わせで四重極モーメントを大きくする密度分布が作られません。従って、開殻配位の原子核において縮退した準位に部分的に粒子を詰めることで、短距離の引力相互作用により波動関数の重なりを最大化するため、四重極変形 (回転楕円体) が実現すると予想できます。このように原子核の場合、殻構造を生み出す周期軌道の形で、SSB から生ずる変形の形を予測できるのです。

原子核の殻模型ポテンシャルに特徴的なスピン・軌道力は、重い原子核において 3 : 1 の殻構造を生み出す要因となっています [3]。これは、 $\Delta l = 3$ の準位を縮退させ、洋梨型 (あるいは瓢箪型) の八重極変形が実現することを示唆します。実際、安定線よりも陽子過剰側のアクチナイド核には、系統的に異なるパリティ状態が縮退するスペクトルが観測されており、八重極変形の証拠と見られています。

最後に誤解のないように断っておきますが、ここでの古典軌道による議論は、原子核を古典的に扱えるということではありません。あくまで殻構造を理解する上で、古典的周期軌道が有効であることを述べたものです。殻構造と古典周期軌道に関する最近の発展としては、4 節の超変形殻構造とも関係して、周期軌道の分岐の重要性が指摘されています。詳しくは解説記事 [26] を参照下さい。

4 超変形 (superdeformation)

2 節で述べた基底状態の変形は、開殻配位の原子核において見られ、その変形の大きさはおおざっぱに見積もって $A^{-1/3}$ に比例します¹¹。例えば、希土類の原子核では、四重極変形の大きさを表わすパラメータの値が $\beta \sim 0.3$ 、アクチナイドで $\beta \sim 0.25$ 程度です。本節では、 $\beta \sim 0.6$ という巨大な変形を持つ原子核、超変形状態 (superdeformed state) を取りあげます。このような大きな変形が実現するメカニズムは 2 節で述べた SSB とは異なるもので、その観測にも特別な“仕掛”が必要です¹²。“仕掛”とは、原子核を特殊な環境 (一種の極限的状态) に置くことです。例えば、自発核分裂を起こすような重い原子核では、強いクーロン場が働くことで大きな変形状態のエネルギーが相対的に下がります。また、大きな角運動量を原子核に与えることで高速回転する原子核を作り、大きな慣性能率をもつ状態のエネルギーを相対的に下げることがもできます。このような特殊な環境においても、それだけでは超変形状態は安定化しません。ここでも 3 節で述べた殻構造が重要な役割を果たします。

球形ポテンシャルでは、運動を動径と角度成分に分けて分析しましたが、エネルギーが角運動量の方向には依存しないため、2 つの量子数 (n, l) で分析が可能でした。一般に変形したポテンシャルでこ

¹⁰三角形 (3 : 1) と四角形 (4 : 1) の周期軌道の寄与の重ね合わせが超殻構造 (supershell structure) と呼ばれる構造を生み出し、Nishioka 等によって、これが現実の金属クラスターに現われることが示されました [25]。

¹¹縮退した一粒子準位が主殻間のエネルギー ($\hbar\omega_{sh} \sim A^{-1/3}$) 程度に分離するのに必要な変形。

¹²ここでの話は軽い核は除きます。 $A^{-1/3}$ で単純にスケールすると、 $A \sim 20$ では基底状態近傍に $\beta \sim 0.6$ 程度の変形があっても不思議ではないので。

のような運動の分離が可能な場合、3つの量子数 (n_1, n_2, n_3) で運動は規定されます。3節の議論を同じように適用すれば、以下の3つの微係数が整数比

$$\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial n_1}\right)_0 : \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial n_2}\right)_0 : \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial n_3}\right)_0 = a : b : c \quad (10)$$

になる $(n_1, n_2, n_3)_0$ で縮退が予想されます。殻間のエネルギー間隔は(9)式と同じ式で与えられます。ここでも同様に、整数 (a, b, c) はなるべく小さな整数であることが顕著な殻構造の条件になります。調和振動子ポテンシャルに適用すれば、(10)式は、振動数比が整数比 $\omega_x : \omega_y : \omega_z = a : b : c$ になることを意味しており、縮退が発生することが理解できるでしょう。最も小さな正の整数 $a : b : c = 1 : 1 : 1$ は球形の調和振動子ポテンシャルに対応します。次に小さなものは $a : b : c = 1 : 1 : 2$ または $2 : 2 : 1$ になります。前者はオプレート型(パンケーキ型)の変形で、後者はプロレート型(葉巻型)の変形に対応しますが、このときの長軸と短軸の長さの比は $2 : 1$ になります。これが超変形に対応する殻構造なのです。調和振動子ポテンシャルの一粒子準位の様子が文献 [3] の図 6-48 に図示されており、明らかに $1 : 1 : 2$ と $2 : 2 : 1$ で非常に顕著な縮退が見られます。現在のところ、プロレート型の超変形核は多数観測されていますが、オプレート型超変形は発見されていません。これは、慣性能率がオプレート超変形では小さいことが一因と考えられますが、実はオプレート超変形の方がより強い殻構造を示しており、この原因はそれほど自明ではありません¹³。また、次に顕著な殻構造が $3 : 3 : 1$ で予想されており、“ハイパー変形”(hyperdeformation)という名前が与えられ、これを示唆するデータはありますが、まだ確定的なデータは得られていません。このように実験的にはプロレート超変形のみが確認されており、以下、これを単に超変形と呼ぶことにします。

基底状態に現われる変形が開殻配位における縮退から来るSSBであったのに対して、超変形は $2 : 2 : 1$ 変形の魔法数に対応する閉殻配位の状態です。3節の殻エネルギーの言葉で言えば、 $\beta \sim 0.6$ という大きな変形で準位密度が極端に減少し、 E_{shell} が減少して安定化したと言えます。これは、球形が不安定化しておこる通常の変形とは明らかに異なります。また、超変形状態の殻構造は球形近傍とは大きく異なり、その異質さを反映した特徴的な素励起モードが期待されます。

まず、超変形ポテンシャルにおける殻構造の特徴を調べるため、 $\omega_x = \omega_y = 2\omega_z$ という調和振動子ポテンシャルを考察することにします。古典的周期軌道を考えましょう。 $x - y$ 方向の運動の周期は z 方向の周期の倍です。従って、例えば $x - z$ 平面内の周期軌道は、8の字型になります。この平面周期軌道を $x - z$ 平面からずらすと、8の字をキープしたまま y 方向に折れ曲がった図2のような軌道になり、これと同等の周期軌道が無数に存在します。球形ポテンシャルにおける最も典型的な周期軌道は楕円軌道

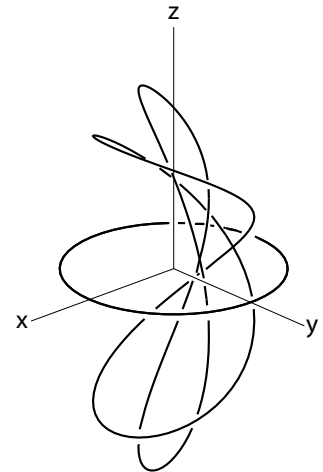


図 2: 超変形ポテンシャル中の古典的周期軌道 [29]。

¹³3節で述べた基底状態の変形についても、四重極変形のうち現実の原子核には圧倒的にプロレート変形が多く、オプレート変形核は希少です。殻補正計算や平均場計算で再現されますが、なぜプロレートなのかという問題は完全な解決には到っていないと思います [27]。

でしたが、超変形ポテンシャルでは「屈折 8 の字軌道」なのです。この周期軌道がもたらす縮退は、 $\Delta l = \text{奇数}$ 、 $\Delta K = 1$ だけ量子数の異なる一粒子準位の縮退です。ここで K という量子数は軌道角運動量の z 方向成分です。閉殻に多数の核子を加えると、縮退した準位を重ね合わせることでランクが奇数の $Y_{l,\pm 1}$ の多重極モーメントを大きくすることができます。変形に関わる最も低い多重極は $l = 3$ で、 $Y_{3,\pm 1}$ ということになり、このモーメントが意味する形状は、バナナ型の屈折形です。閉殻配位の超変形状態を系統的に生成することができれば、そこで起こる形状相転移は、「超変形からバナナ型超変形へ」ということになります。

超変形状態は、質量数 $A = 150$ 領域、 $A = 190$ 領域に多数観測されています [28]。バナナ型への転移はどこで起こると期待されるのでしょうか。超変形状態において、(6) 式と (7) 式の分離型相互作用を取り入れて準粒子 RPA (QRPA) 計算を行なった数値計算の結果を図 3 に示します [30]。この図で $K = 1$ と示したモードに注目して下さい。価核子の数の増加とともに、大きくエネルギーを下げていくことがわかります。特に、対相関がやや弱い (b) の場合には、中性子を 8 個加えた系で QRPA 解が虚数となり、超変形状態が不安定化しバナナ型への転移を起こしています。図 3(a) の場合でもさらに 2 つ核子を加えればバナナ超変形が実現します。

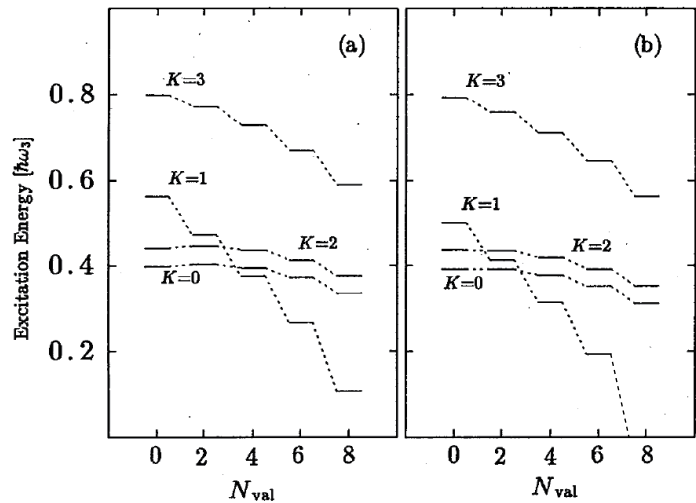


図 3: 超変形状態における負パリティ振動励起エネルギーを価核子の数 (N_{val}) の関数として図示。1 体ポテンシャルには超変形調和振動子ポテンシャルを用いている。(a) は (7) 式の定数 G がやや強く、(b) は弱い場合に対応。文献 [30] の Fig. 8 より転載。

この新種の形状相転移が実験的に確認されれば非常にエキサイティングですが、これまでは不可能な実験でした。超変形状態を実験で作りだすためには、大きな角運動量を持ちこむ必要があり、現在のところ、核融合反応が唯一の方法です。超変形の魔法数に対応する核に中性子や陽子を 8 ~ 10 個程度加えると安定線上もしくは中性子過剰側の原子核ということになりますが、安定核をビームとターゲットに用いた核融合反応では陽子過剰側の核のみが生成可能でした。過去のこれらの実験では、価核子が 0 ~ 4 までしか生成できません。図 3 から分かるように、これらの超変形状態では、負パリティの $K = 0$ と $K = 2$ の励起モードが最低励起の振動モードとして期待できます。これらの負パリティ振動励起は理論的に解析・予言され [31]、その後、数多くの実験でその証拠が確認されています [32]。これらのデータは、上で述べた超変形殻構造の性質を明らかに支持しており、形状相転移の前駆現象と呼べるかもしれません。将来、理研の RI ビームファクトリーなど、中性子過剰核を 2 次ビームとして用いることで、この新しいタイプの相転移が観測されることを期待しつつ、この解説の締め括りしたいと思います。

参考文献

- [1] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear Structure* Vol.1 (W.A.Benjamin, 1969).
- [2] K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson, and A. Winther, *Rev. Mod. Phys.* **28**, 432 (1956).
- [3] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear Structure* Vol.2 (W.A.Benjamin, 1975).
- [4] 市村宗武、坂田文彦、松柳研一、岩波講座・現代の物理学 9 「原子核の理論」(岩波書店、1993).
- [5] N. Bohr and F. Kalckar, *Mat. Phys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **14** No.10 (1937).
- [6] J.A. Wheeler, *Phys. Rev.* **52**, 1083 (1937).
- [7] H.A. Jahn and E. Teller, *Proc. Roy. Soc.* **A161**, 220 (1937).
- [8] E. Teller and J.A. Wheeler, *Phys. Rev.* **53**, 778 (1938).
- [9] O. Hahn and F. Strassmann, *Naturwiss.* **27**, 11 (1939).
- [10] L. Meitner and O. R. Frisch, *Nature* **143**, 239 (1939).
- [11] N. Bohr and J.A. Wheeler, *Phys. Rev.* **56**, 426 (1939)
- [12] M.G. Mayer, *Phys. Rev.* **75**, 1969 (1949); O. Haxel, et al, *Phys. Rev.* **75**, 1766 (1949).
- [13] A. Bohr, *Mat. Phys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **26** No.14 (1952).
- [14] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Mat. Phys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **27** No.16 (1953);
- [15] A. Rainwater, *Phys. Rev.* **79**, 432 (1950).
- [16] D.L. Hill and J.A. Wheeler, *Phys. Rev.* **89**, 1102 (1953).
- [17] P. Ring and P. Schuck, *Nuclear Many-Body Problems* (Springer-Verlag, 1980).
- [18] M. Brack et al, *Rev. Mod. Phys.* **44**, 320 (1972).
- [19] P. Moller, J.R. Nix, and W.J. Swiatecki, *At. Data Nucl. Data Tables* **59**, 185 (1995).
- [20] S. Frauendorf and V. Pashkevich, *Z. Phys. D* **26**, S-98 (1993).
- [21] M. Brack, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 677 (1993).
- [22] R. Balian and C. Bloch, *Ann. Phys. (NY)* **69**, 76 (1971).
- [23] M.C. Gutzwiller, *J. Math. Phys.* **12**, 343 (1971).
- [24] M.V. Berry and M. Tabor, *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **356**, 357 (1977).
- [25] H. Nishioka, K. Hansen, and B.R. Mottelson, *Phys. Rev. B* **42**, 9377 (1990).
- [26] 在田謙一郎、松柳研一、*日本物理学会誌* **57**, 37 (2002).
- [27] N. Tajima and N. Suzuki, *Phys. Rev. C* **64**, 037301 (2001).
- [28] X.-L. Han and C.-L. Wu, *At. Data Nucl. Data Tables* **63**, 117 (1996).
- [29] K. Arita、元になる図の提供。S. Mizutori et al, *Nucl. Phys.* **A557**, 125c (1993).
- [30] T. Nakatsukasa, S. Mizutori, and K. Matsuyanagi, *Prog. Theor. Phys.* **87**, 607 (1992).
- [31] T. Nakatsukasa, et al, *Phys. Rev. C* **53**, 2213 (1996); *Phys. Lett.* **B343**, 19 (1995).
- [32] T. Lauritsen et al, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 042501 (2002), and references therein.