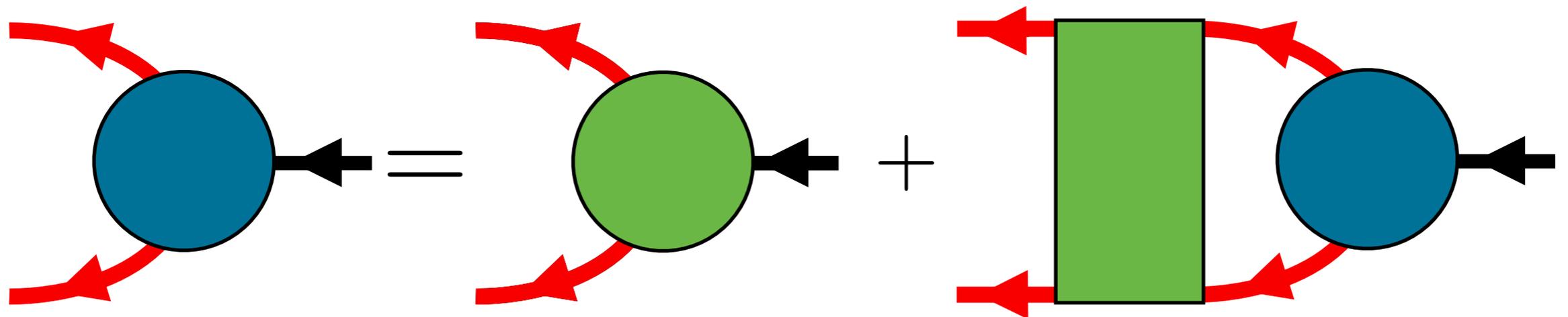


# 相対論的場の量子論に基づいた

## 輸送係数の計算



日高義将

理研仁科センター橋本数理物理学研究室

based on Yoshimasa Hidaka and Teiji Kunihiro, Phys. Rev. D 83, 076004 (2011).

# 流体力学

保存則:

$$\partial_{\mu} T^{\mu\nu} = 0, \quad \partial_{\mu} J^{\mu} = 0$$

流体方程式は普遍的.

理論の詳細は, 状態方程式:  $P = P(\epsilon, n)$

輸送係数:  $\eta, \zeta, \dots$

# 久保公式

Kubo and Tomita('54), Nakano('56), Kubo('57)

輸送係数  $\longleftrightarrow$  Green 関数

フレーバ拡散係数

$$D^{ab} = \frac{1}{6} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{\omega} \int d^4x e^{i\omega t} \langle [j_i^a(x), j_i^c(0)] \rangle \chi_{cb}^{-1}$$

カレント演算子:  $j_\mu^a = \bar{\psi}(x) \gamma_\mu t^a \psi(x)$

感受率:  $\chi_{ab} = \frac{\partial}{\partial \mu_b} \langle j_0^a \rangle$

# Goal

輸送係数についての自己無撞着な

方程式の導出,

具体例: $\Phi^4$ 模型, NJL模型

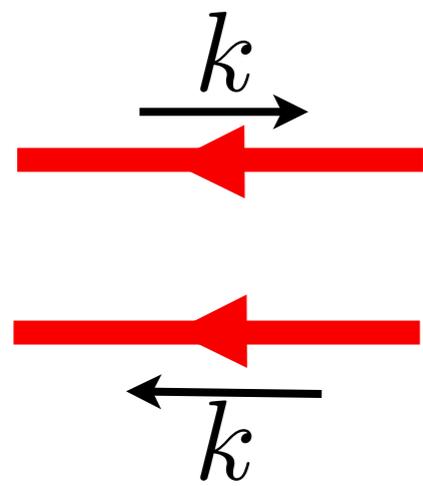
## なぜダイアグラムか？

基礎理論からスタートできる.

Boltzmann方程式を超えられる.

場の理論のテクニックが使える.

# 大きな寄与を与えるダイアグラム

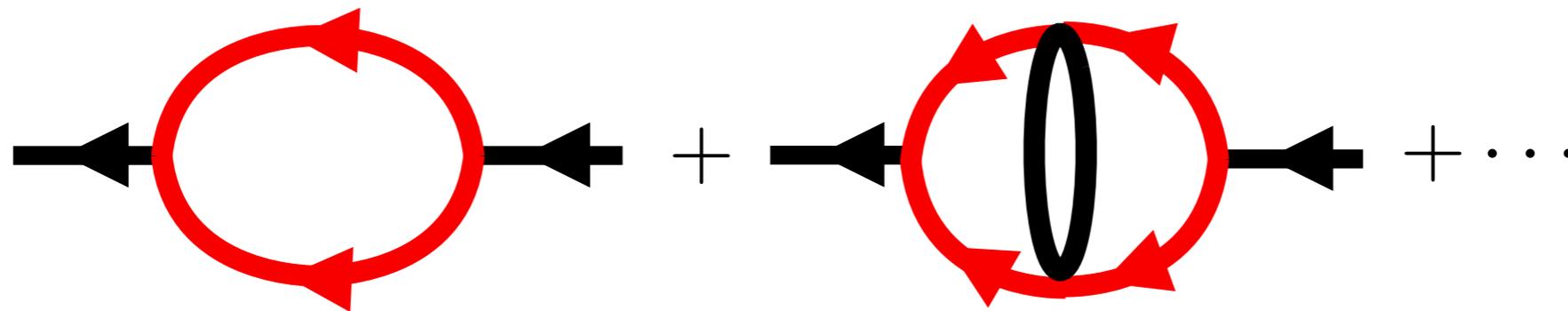


$$D_R(k)D_A(k) = \frac{\rho(k)}{-2 \operatorname{Im} \Pi_R(k)}$$

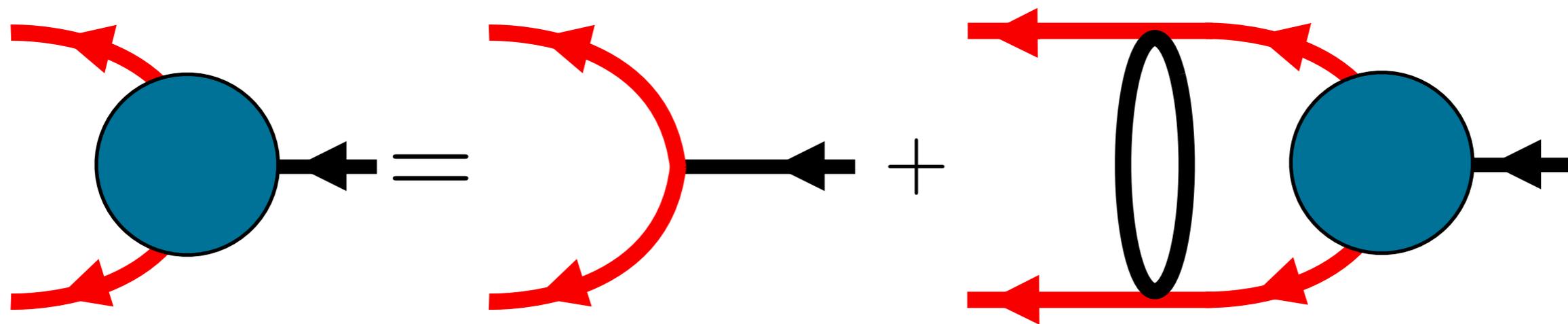
弱結合極限

$$\longrightarrow \infty$$

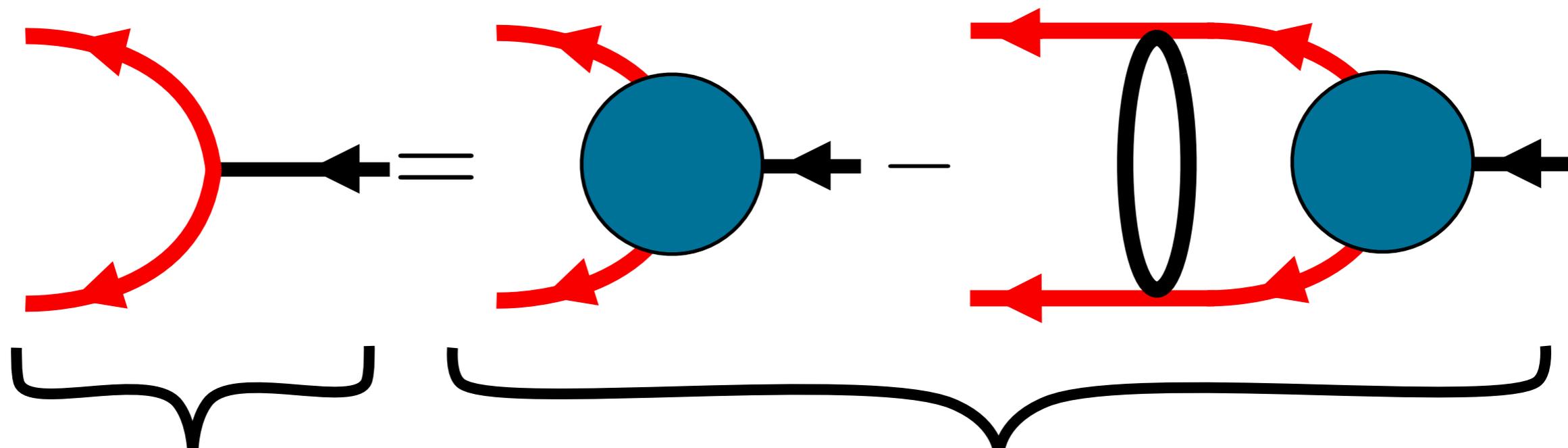
ピンチ特異性



# 再総和: 主要項



# 再總和: 主要項



左邊

$$2p^\mu \partial_\mu f$$

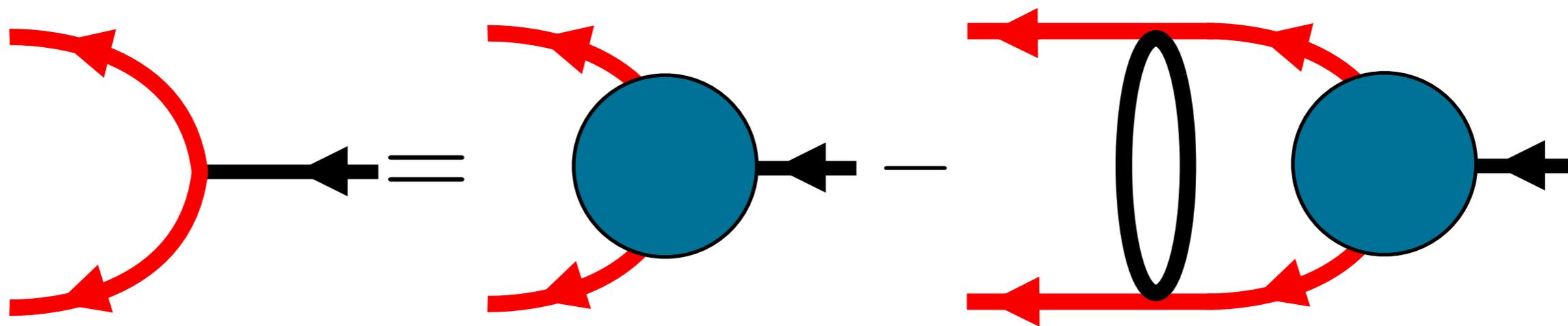
衝突項

$$C[f]$$

+ 準粒子近似 = 線形 Boltzmann 方程式

Jeon(1995)

# 再総和: 主要項



## 輸送係数

$$\langle [T_{xy}(x), T_{xy}(0)] \rangle = \text{Diagram}$$

The diagram shows a blue circle with a black arrow pointing left and a red semi-circular arc above and below it, representing a term in a series.

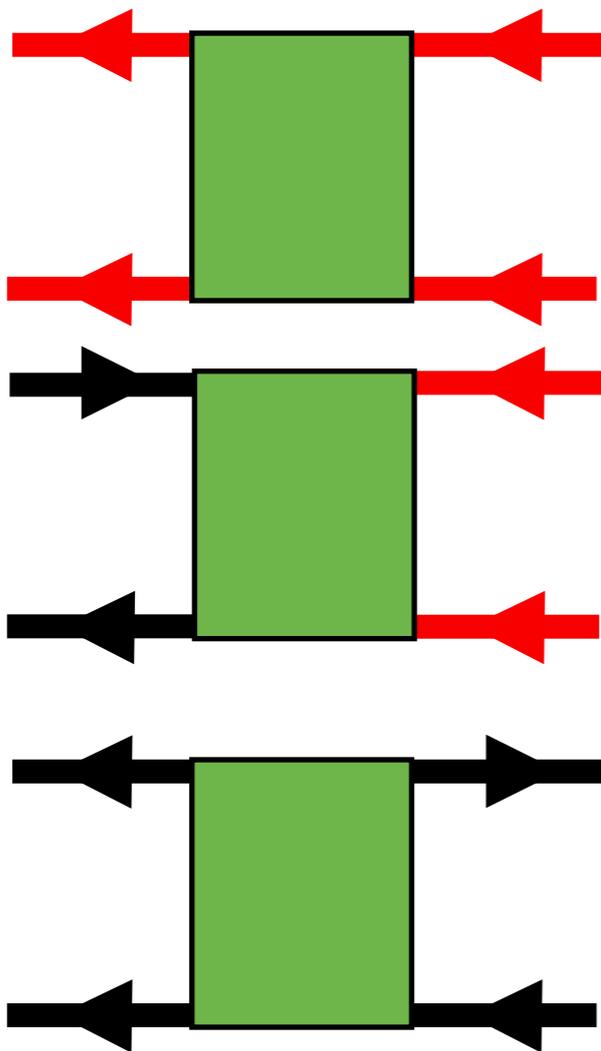
# ボルツマン方程式を超えて

YH, Kunihiro

# Eliashbergの方法

Eliashberg('62)

ダイアグラムをピンチ特異性を含むものと  
そうでないものに分離

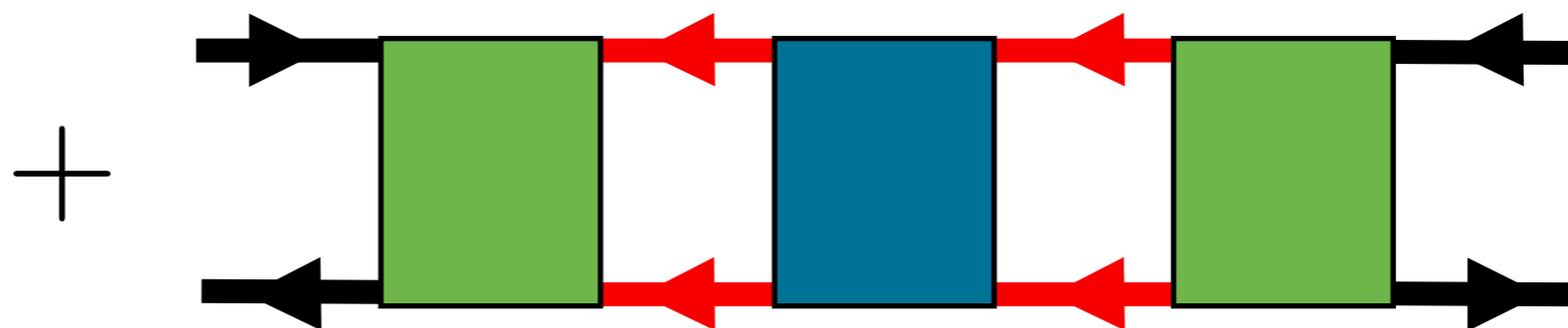
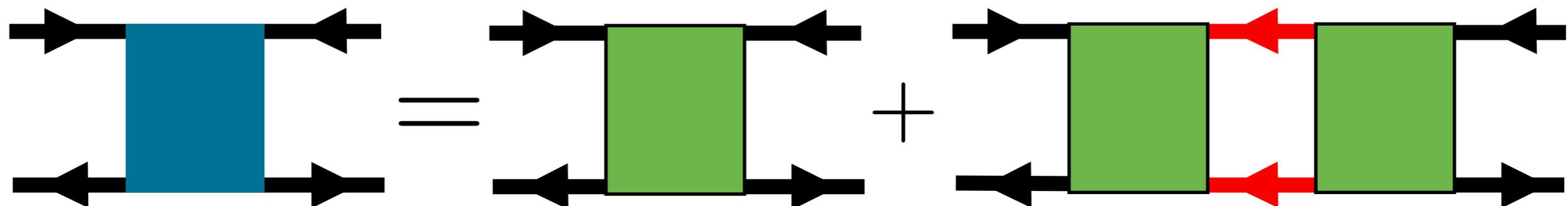
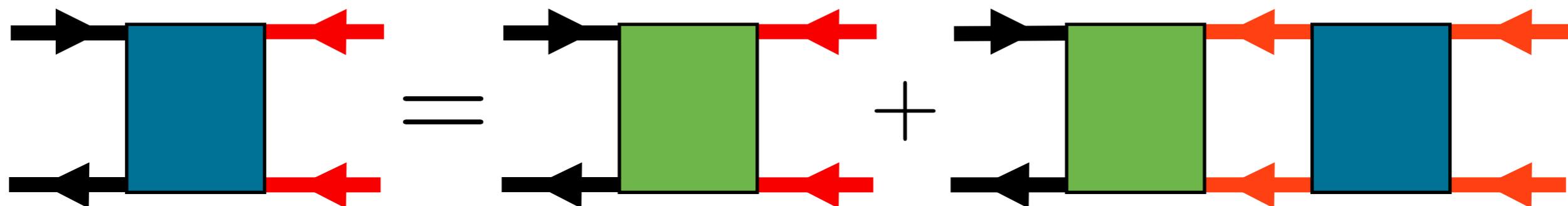
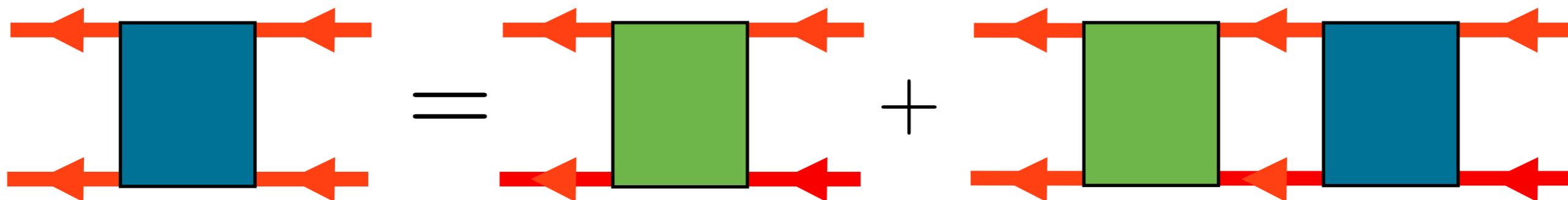


両サイドがピンチ特異性につながる

片方がピンチ特異性につながる

両サイドがピンチ特異性に繋がらない

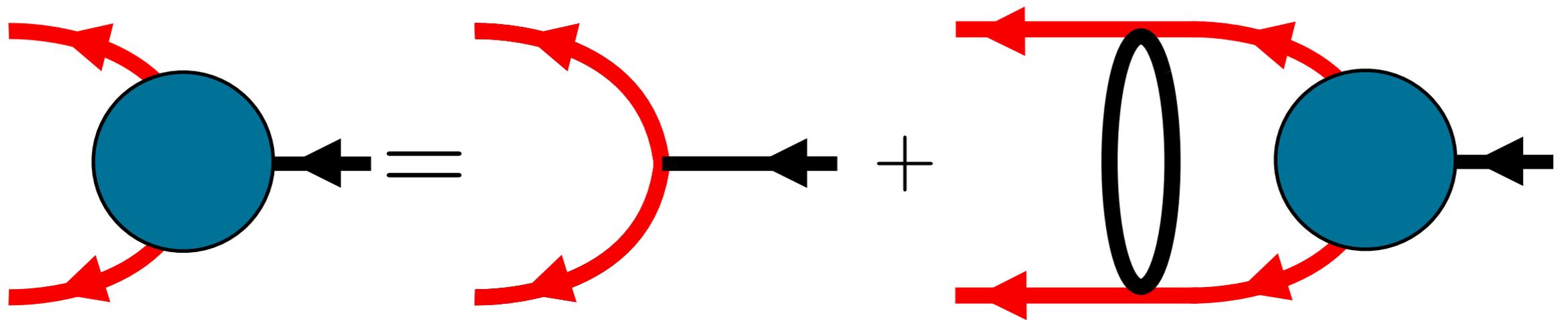
# ピンチ特異性の足し上げ



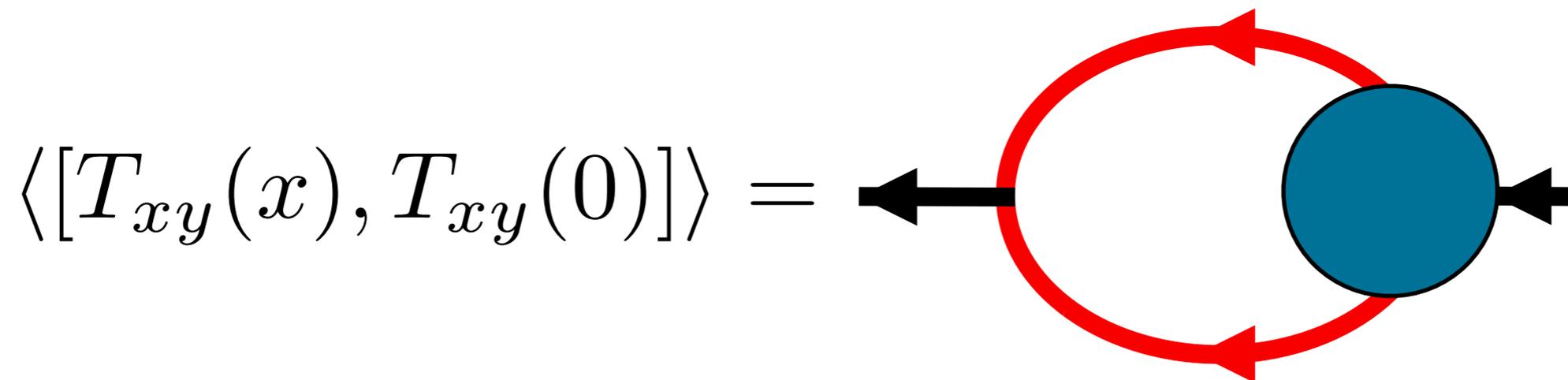
# ボルツマン方程式をこてて

YH, Kunihiro

## 主要項



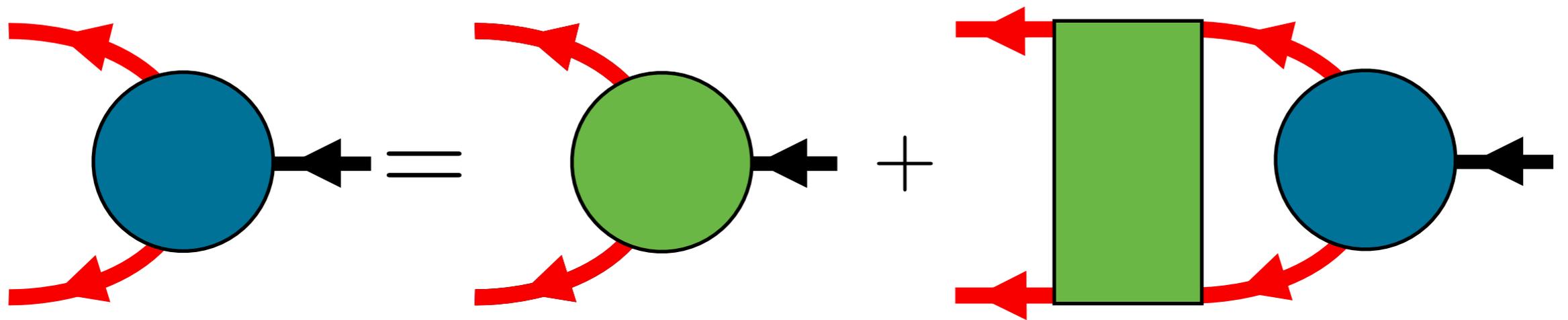
## 相関関数は



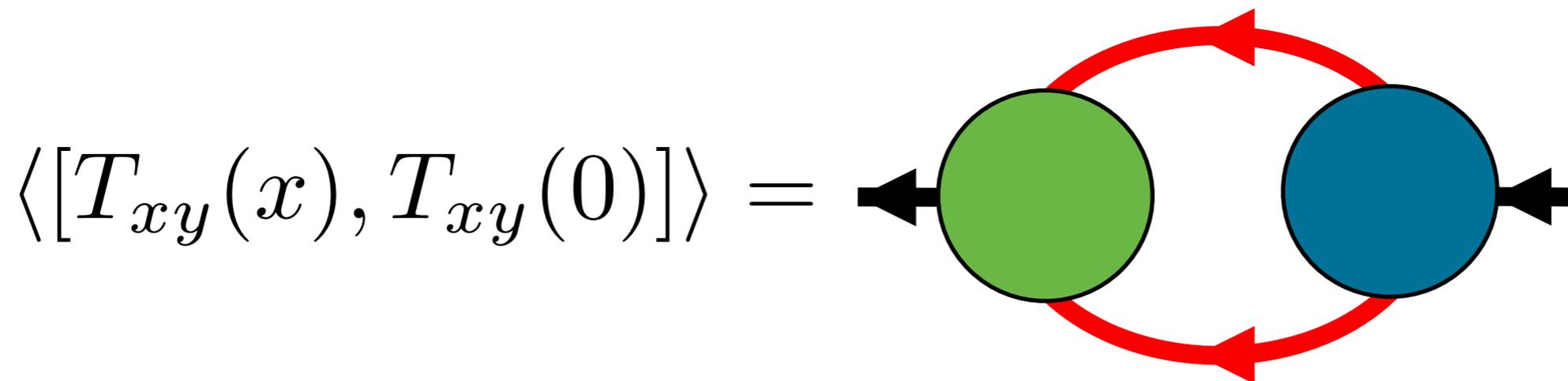
# ボルツマン方程式をこてて

YH, Kunihiro

高次を含むと,



相関関数は

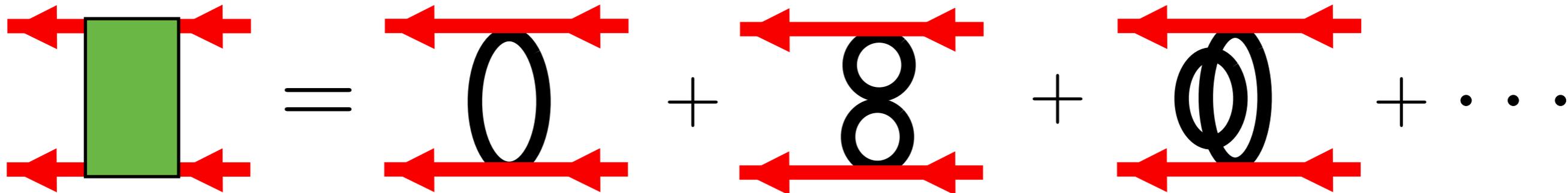


+ピンチ特異性のないダイアグラム

# ボルツマン方程式をこてて

YH, Kunihiro

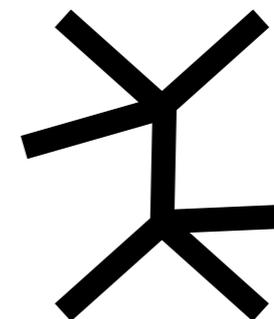
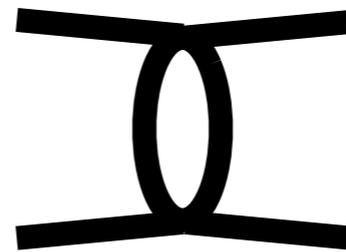
## 散乱振幅への補正



主要項

ループ補正

多体散乱

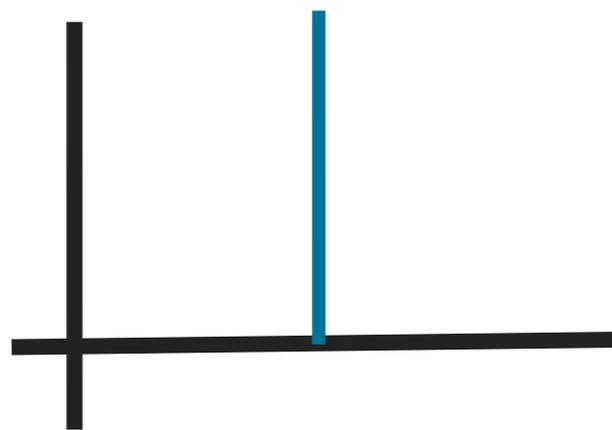




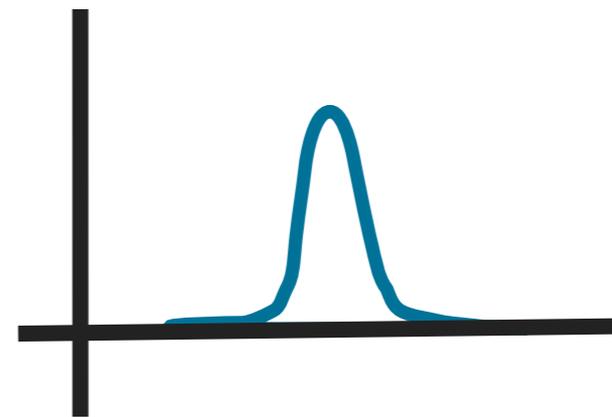
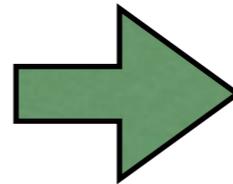
# ボルツマン方程式をこてて

YH, Kunihiro

スペクトル



準粒子近似



# 模型に適用

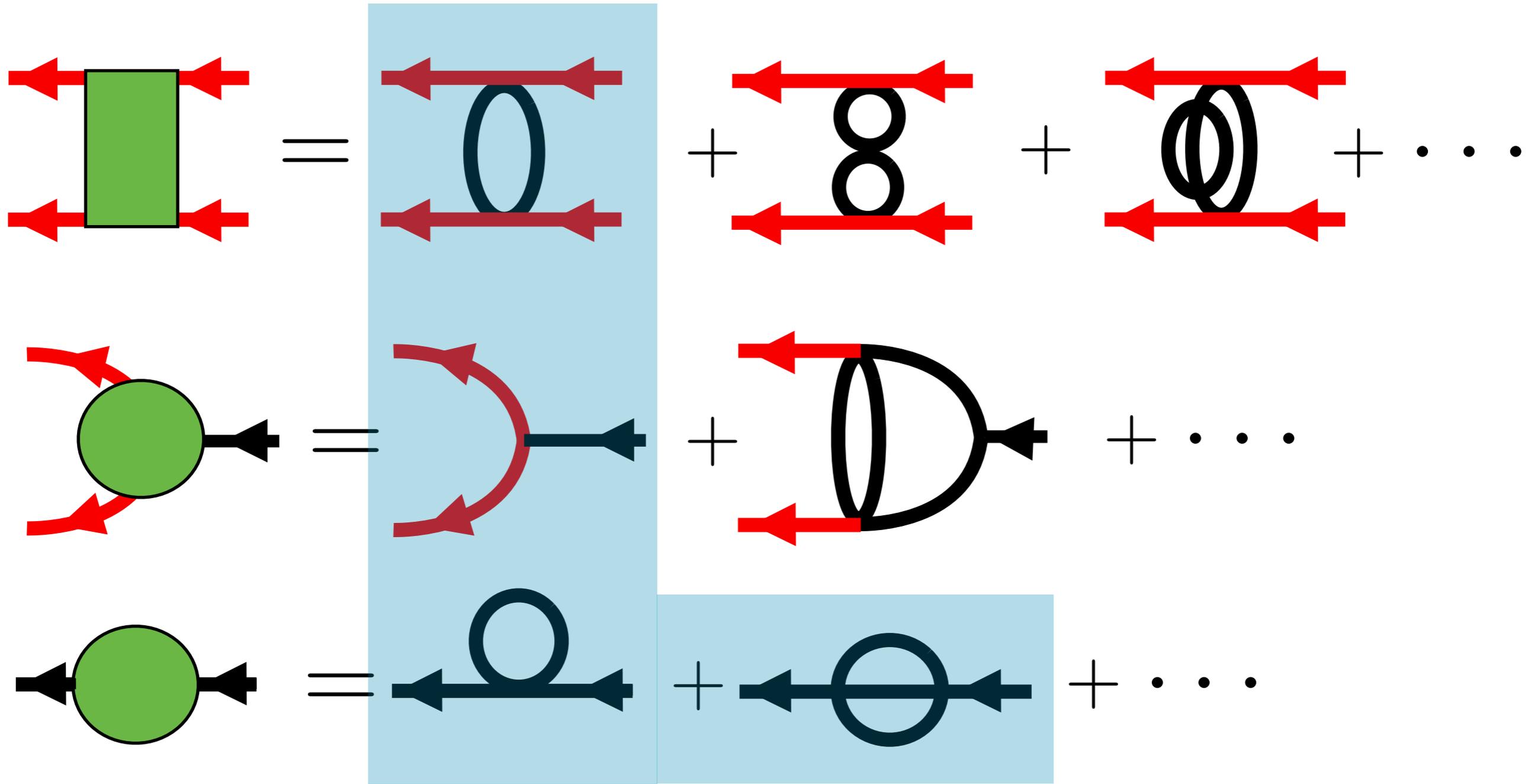
## $\Phi^4$ 模型

我々の方法がうまくいくかチェック

## Nambu-Jona-Lasinio 模型

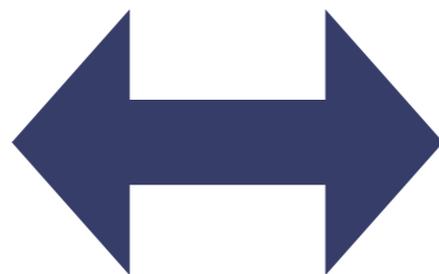
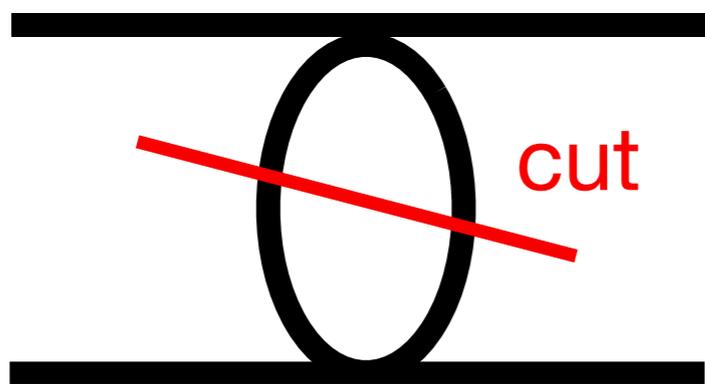
カイラル相転移を調べる.

# $\Phi^4$ 模型

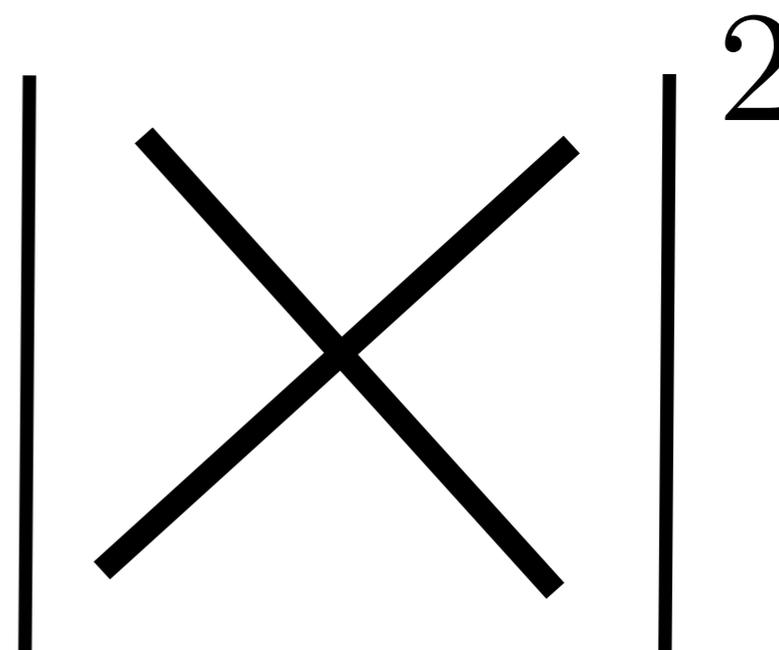


# 物理的な過程

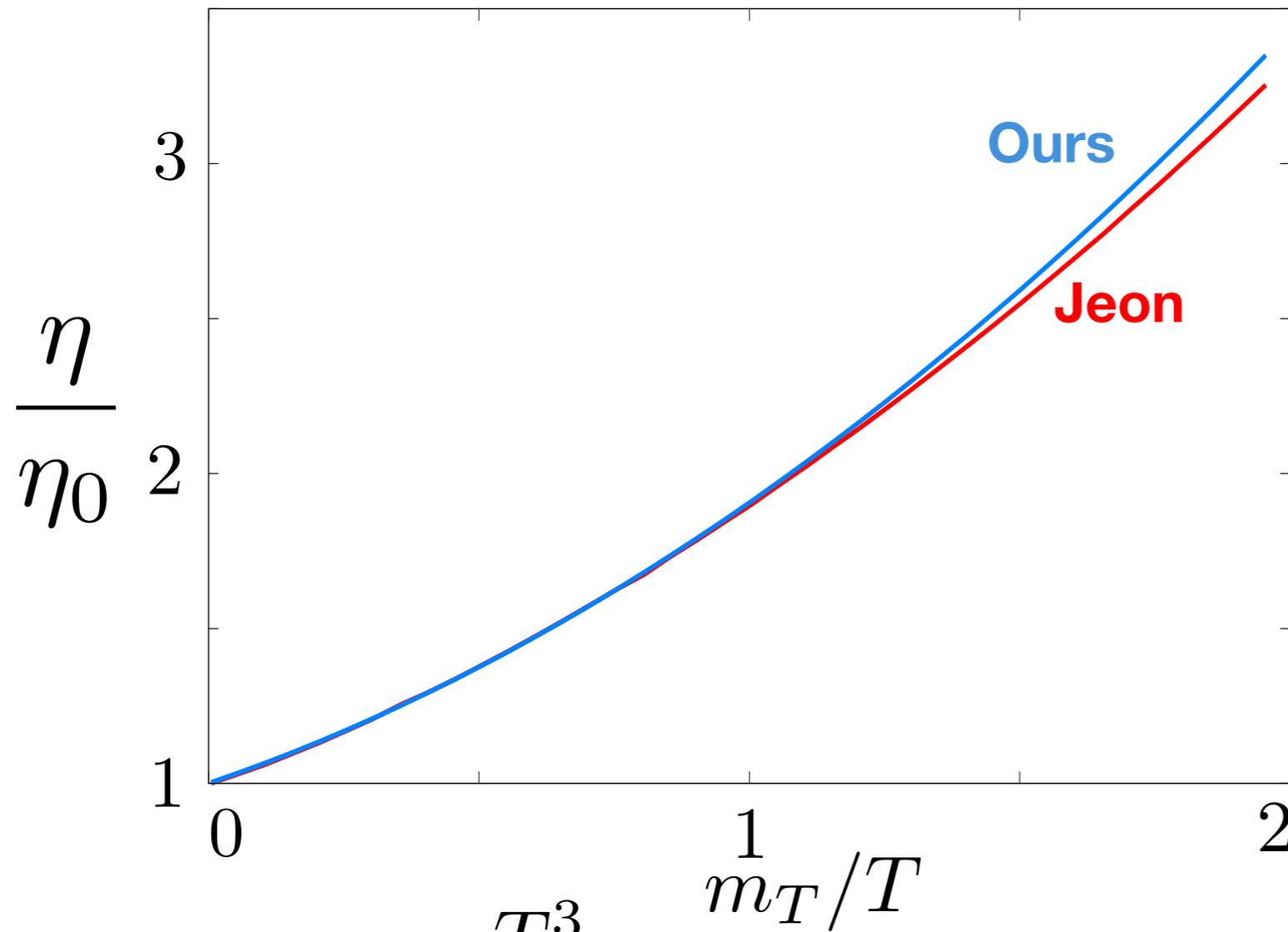
4点関数



2体の散乱



# ずれ粘性 in $\Phi^4$ 模型



熱質量

$$m_T^2 = \lambda \frac{T^2}{24}$$

$$\eta_0 = 2860 \cdot \frac{T^3}{\lambda^2} \text{ Jeon('95)} \quad \eta_0 = 3034 \cdot \frac{T^3}{\lambda^2} \text{ Moore('07)}$$

$$\eta_0 = 3030 \cdot \frac{T^3}{\lambda^2} \text{ Ours}$$

# ずれ粘性 in $\Phi^4$ 模型

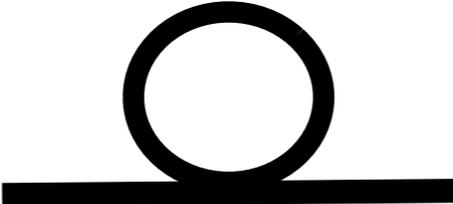
$$\frac{\eta}{\eta_0} = 1 + c_1 \sqrt{\lambda} + c_2 \lambda + c_3 \lambda^2 + \dots$$

$$\eta_0 = \frac{303.T^3}{\lambda^2}$$

**2体散乱**  


Jeon('95)

$$c_1 = 0.51$$

**熱質量の補正**  


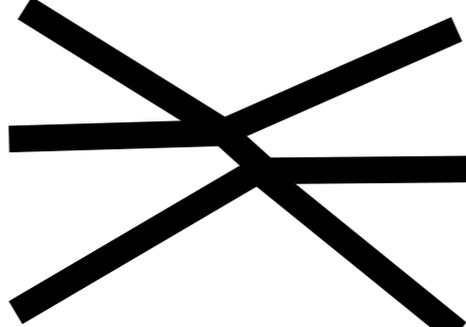
Moore('07)

$$c_2 = ?$$

**バーテックスへの補正**  


YH, Kunihiro('12)

$$c_3 = ?$$

**多体散乱効果**  


# Nambu–Jona-Lasinio 模型

## ラグランジアン

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\partial - m_0)\psi + \frac{G}{2} [(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\tau^a\psi)^2]$$

## パラメータ

$$N_f = 2$$

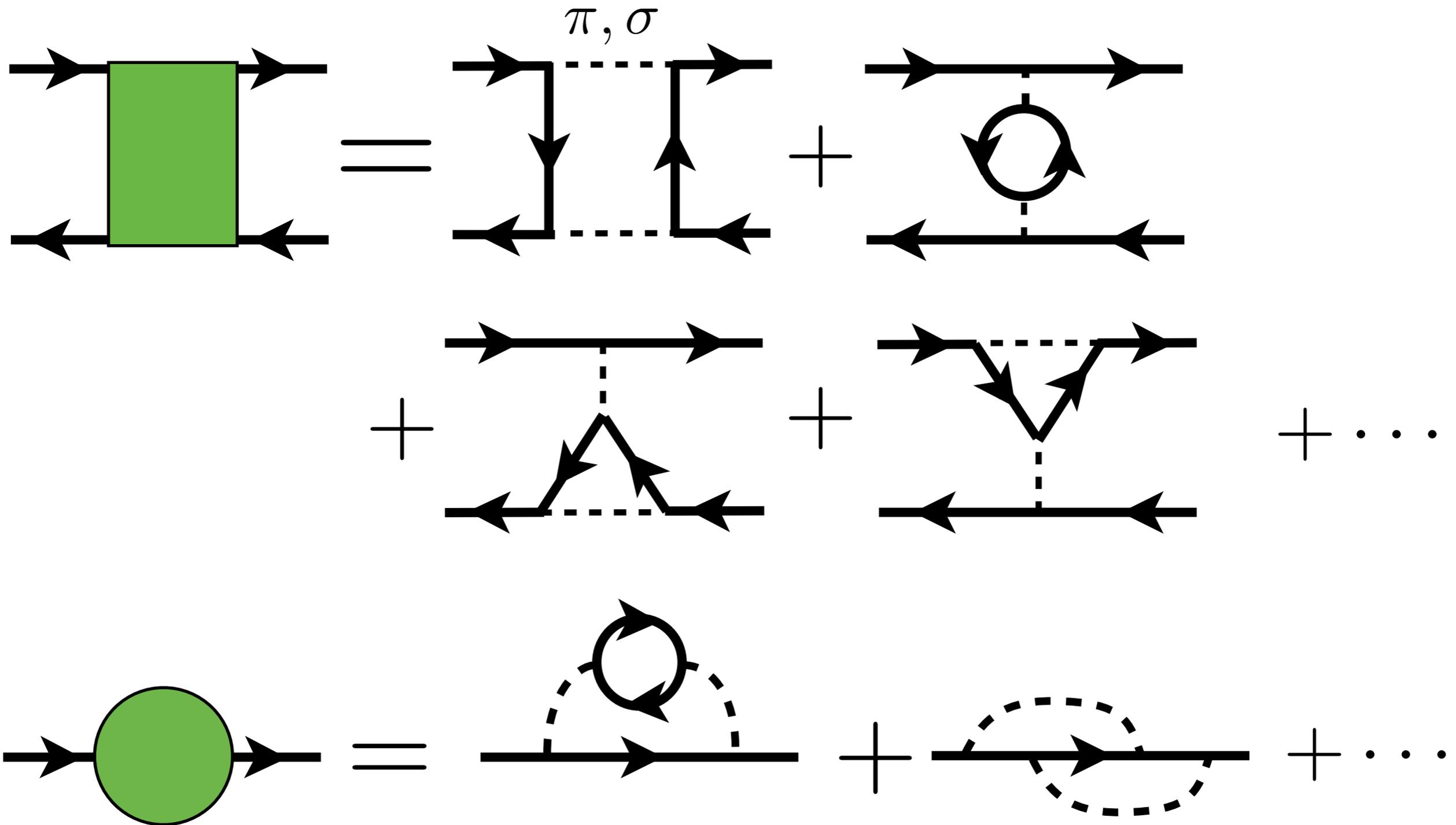
$$G = 10.02 \times 10^{-6} \text{MeV}^{-2}$$

$$\Lambda = 650 \text{MeV} \quad m_0 = 0 \text{ chiral limit}$$

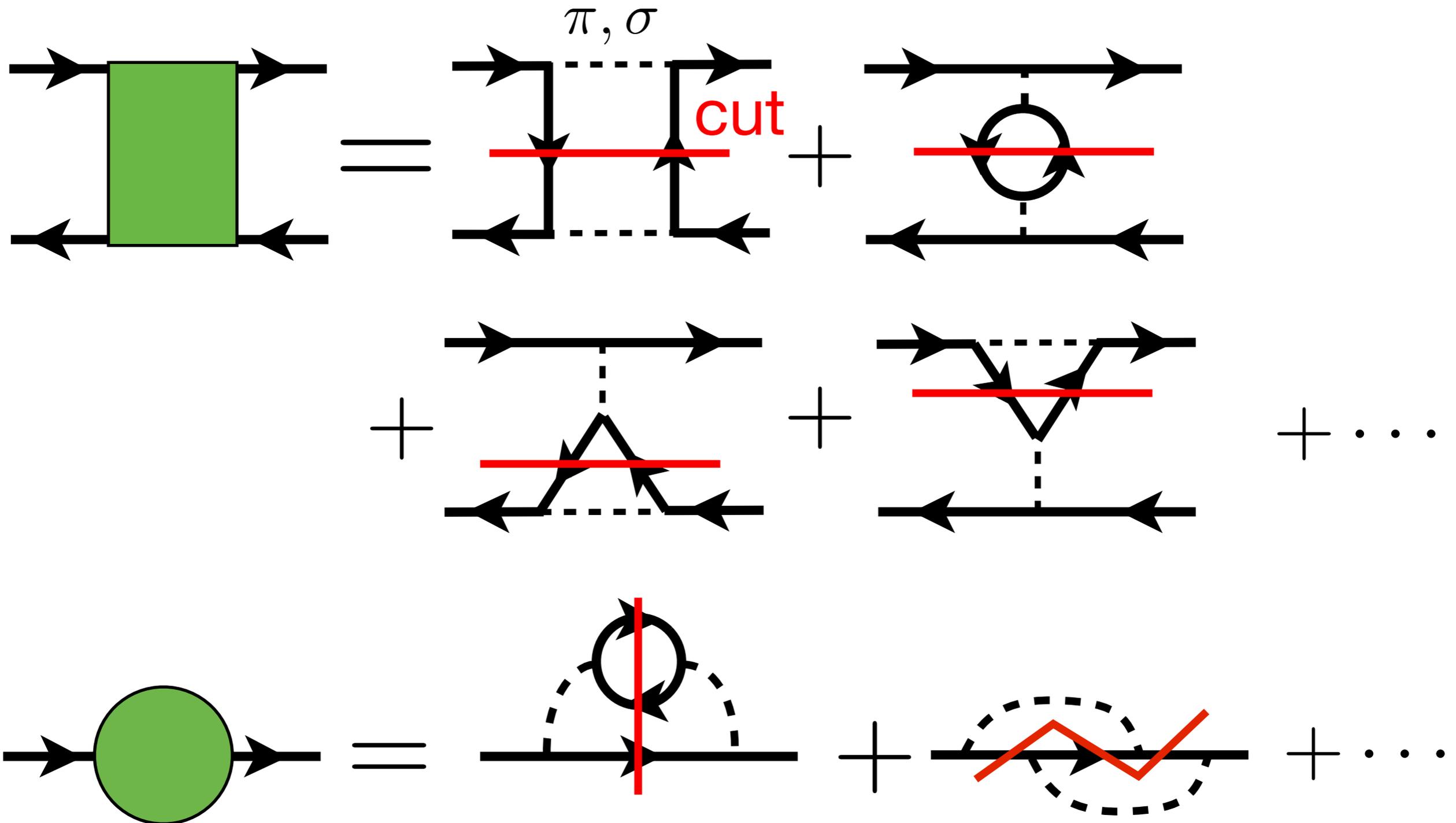
## 集団モード $\pi, \sigma$

$$\dots = \text{[diagram: a circle with two vertices]} + \text{[diagram: two circles with two vertices]} + \dots$$

# 衝突項に対応したダイアグラム



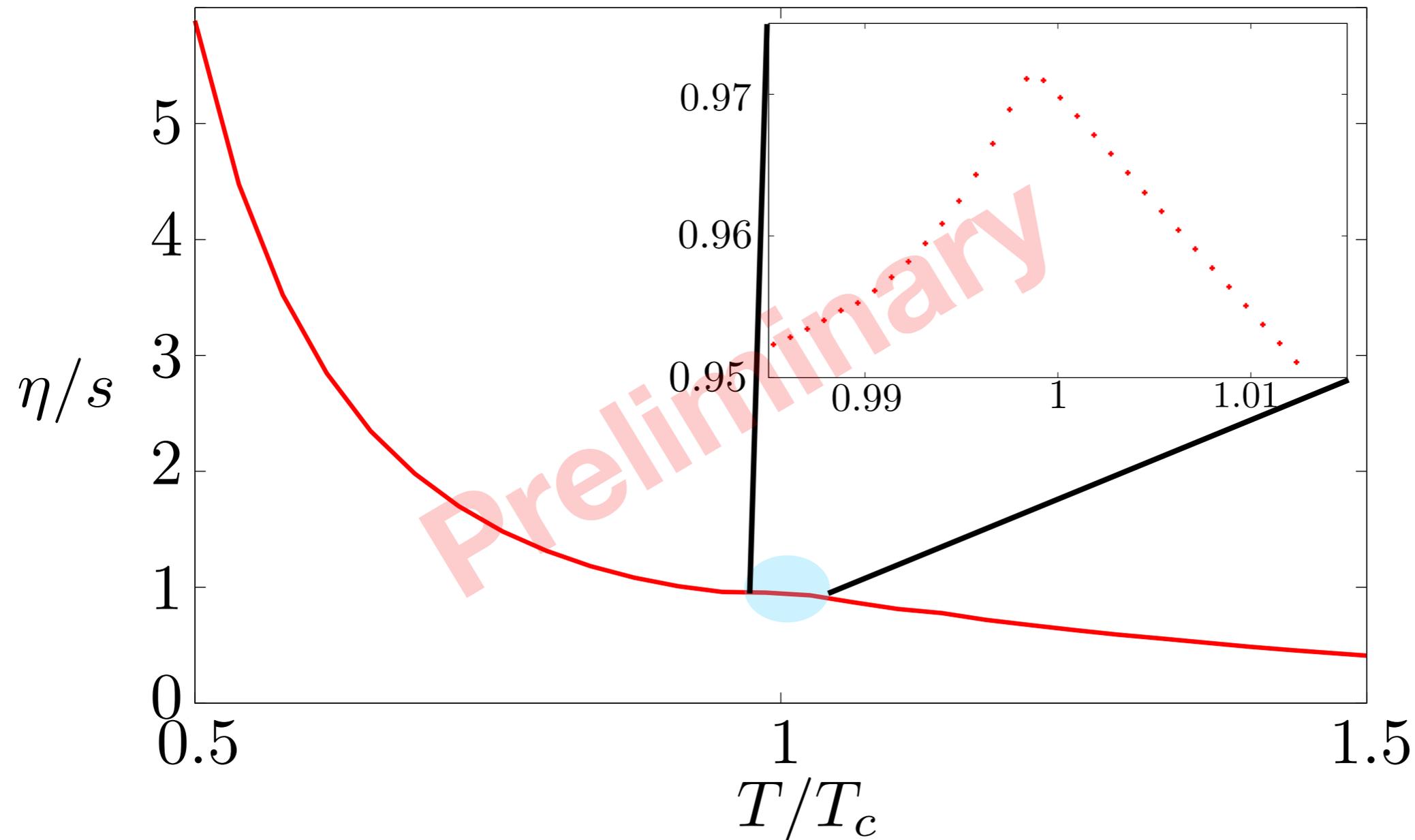
# 衝突項に対応したダイアグラム





# ずれ粘性/エントロピー

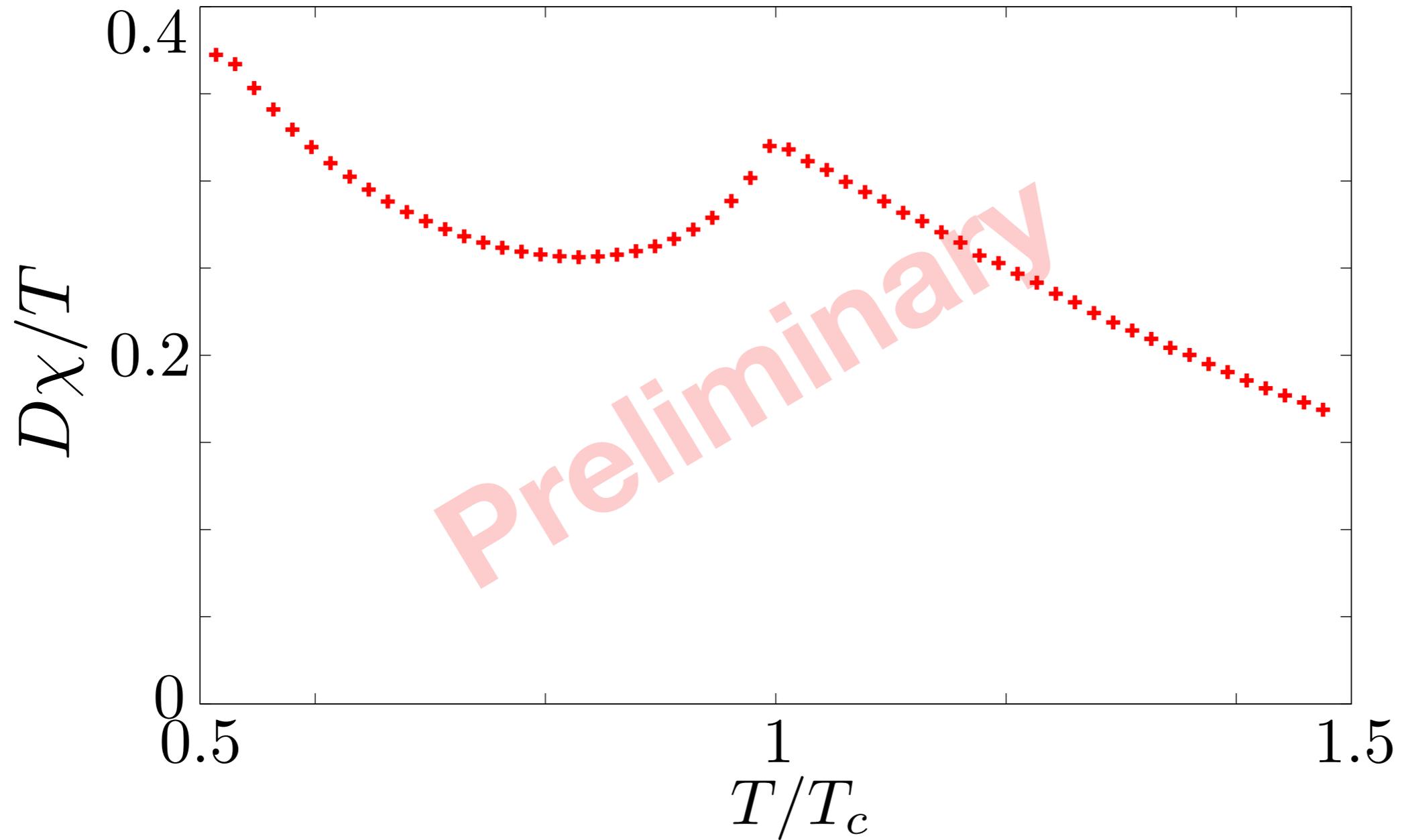
カイラル極限,  $\mu=0$



特異な振る舞いは見られない。

# フレージャー拡散係数

カイラル極限,  $\mu=0$

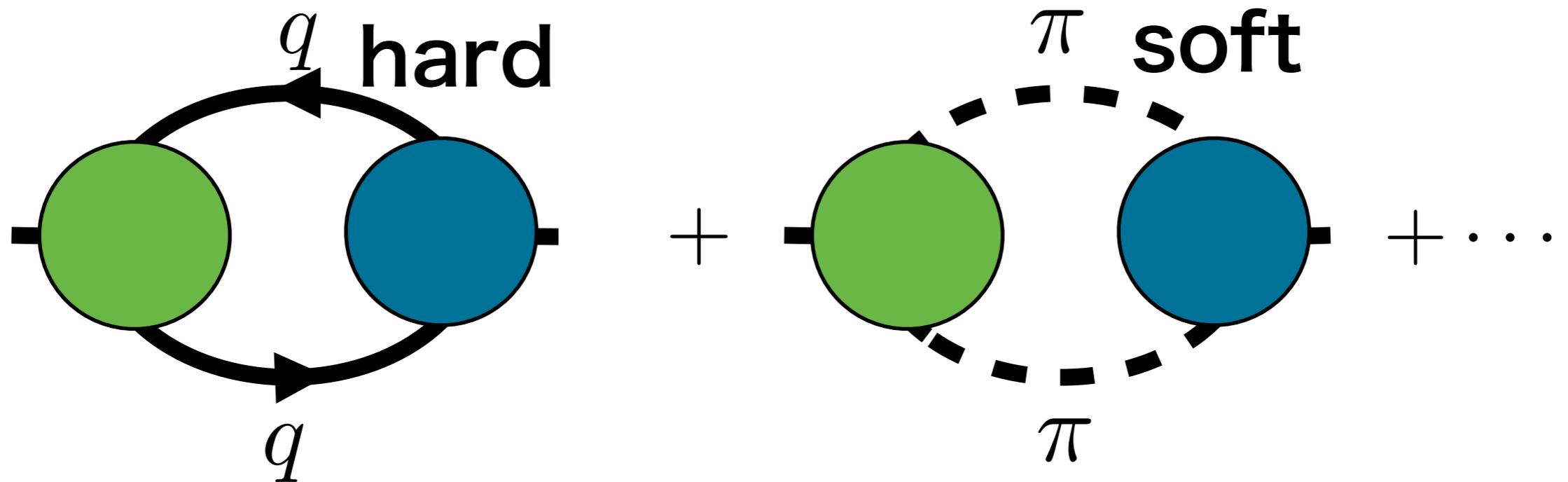


# フレーバ拡散係数は発散する.

Ohnishi, Fukushima, Ohta(2004)

$$D \rightarrow \infty \text{ as } T \rightarrow T_c$$

## ミクロ v.s. マクロ



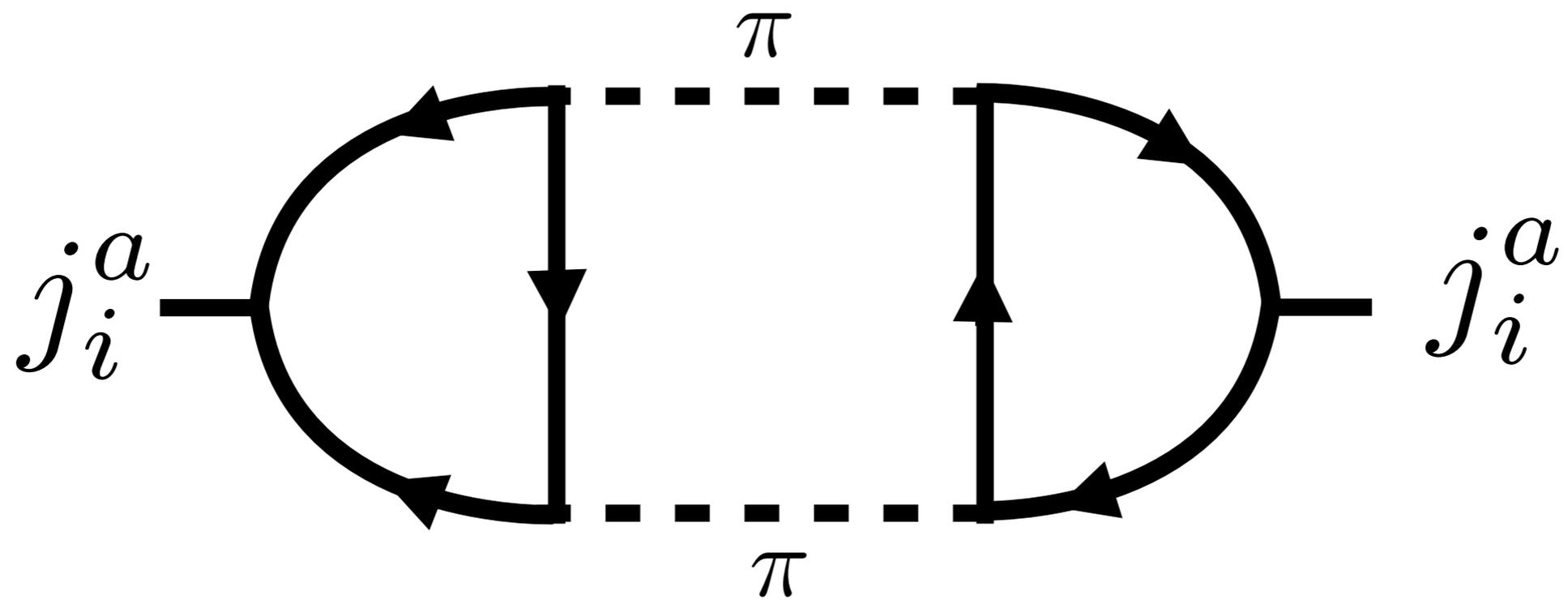
**Quarks**

$$\sim N_c^2$$

**Pion**

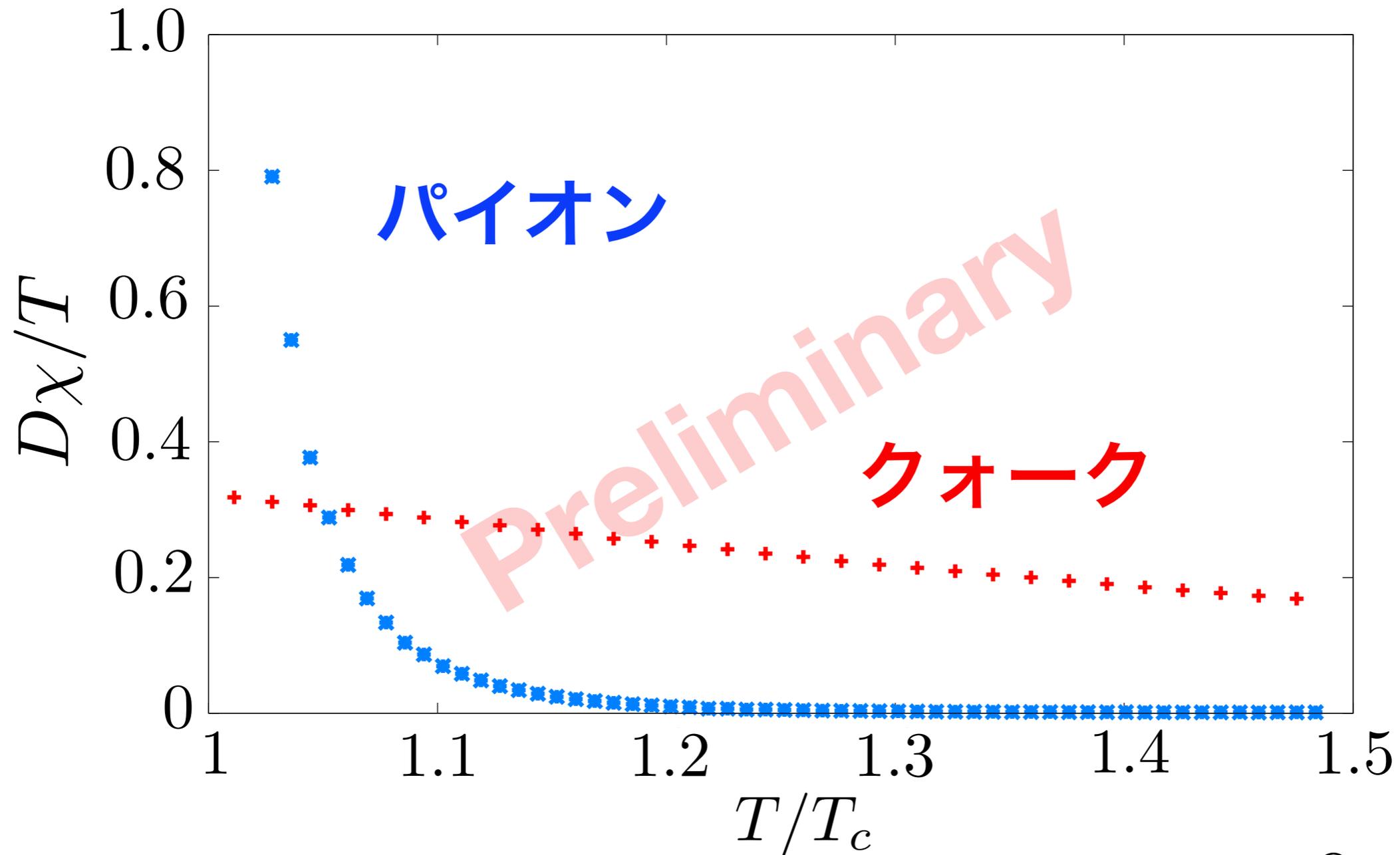
$$\sim N_c^0$$

# ソフトなパイオン

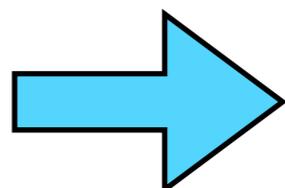


$p < T$ のモード

# フレーバ拡散係数

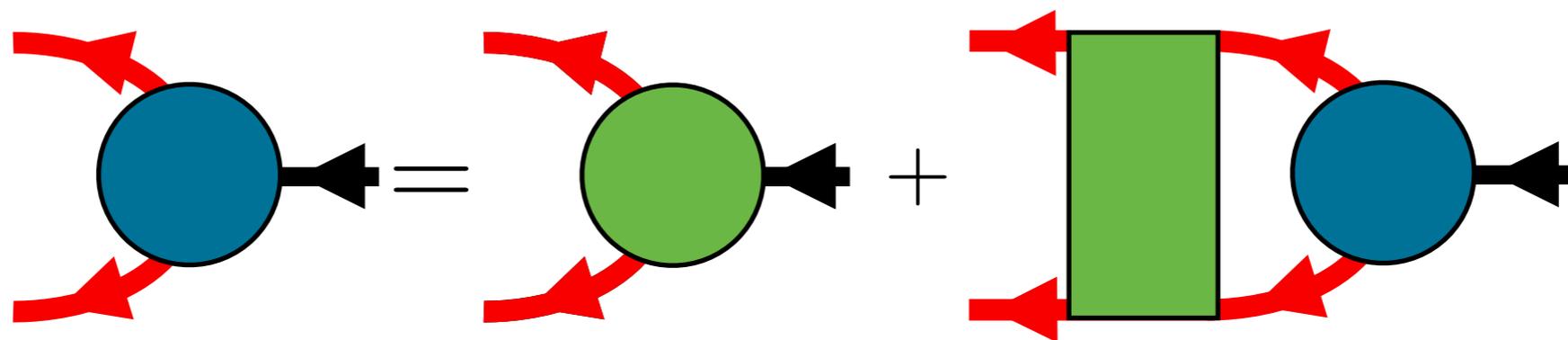


$T \rightarrow T_c$  ,  $m_\pi \rightarrow 0$  and  $\gamma_\pi \rightarrow 0$

  $D \rightarrow \infty$

# まとめ

## Eliashbergの方法をQFTに



線形化Boltzmann方程式

高次項: スペクトルの変化, バーテックス,  
多体散乱効果

# まとめ

## $\Phi^4$ 模型とNJL模型に適用

$\eta_{\text{micro}}$  には変なこと無し.

$$D_{\text{total}} = D_{\text{micro}} + D_{\text{soft}}$$

$D_{\text{soft}}$  が発散

ミクロ < マクロ

$$|T - T_c| < 1.1T_c$$

